1963

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 3 (17)

IANUARIE—DECEMBRIE 1958

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 3 (17)

IANUARIE – DECEMBRIE 1958

1972

F

1989

P 804

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

COMITETUL DE REDACŢIE

Academician CORNEL MICLOŞI, prof. CORIOLAN DRĂGULESCU membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. AUREL BĂRGLĂZAN membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. GHEORGHE TH. GHEORGHIU, prof. CONSTANTIN N. AVRAM, prof. VICTOR GHEORGHIU, prof. GHEORGHE OSTROGOVICH, prof. ALEXANDRU ROGOJAN

Redactor responsabil: prof. GHEORGHE SILAŞ

Toate manuscrisele trimise spre a fi publicate în „Buletin" vor fi adresate tovarăşului profesor GH. SILAŞ „Institutul Politehnic Timişoara", Republica Populară Romînă, cu menţiunea „pentru Buletin".

Tous les manuscrits destinés a paraître dans le „Buletin" seront adressées a M. le Prof. GH. SILAŞ, Institut Polytechnique de Timişoara, Republique Populaire Roumaine, avec la mention „pour le Bulletin"

Все рукописи присылаемые для опубликования в „Бюллетене", адресовать на имя проф. Г. СИЛАШ, Политехнический институт в Тимишоаре, Румынская Народная Республика, с примечанием „для Бюллетеня"-

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIŞOARA

Seria II. Tomul 3 (17) ianuarie—decembrie 1958

SUMAR

Pag.

O. E. GHEORGHIU, Obiecte geometrice în raport cu grupul proiectiv neolonom 9
C. SIMOI, I. BABUTIA, T. SUHATEANU, Dependenţa presiunii radiometrice de debitul de căldură prin suprafaţa de contact . . . 13
A. BĂRGLĂZAN, membru corespondent al Acad. R.P.R., Consideraţiuni asupra fenomenului de cavitaţie la maşinile hidraulice radiale reversibile 17
A. BĂRGLĂZAN, membru corespondent al Acad. R.P.R., O. POPA, Determinarea caracteristicilor hidrodinamice ale unui nou profil subţire (MHT-3) 23
I. ANTON, I. PREDA, V. ANTON, F. GYULAI, Caracteristicile de cavitaţie ale unui rotor de pompă centrifugă cu paţete de lungimi diferite 45
V. GHEORGHIU, V. ANTON, Cercetări asupra rezistenţei hidraulice la o conductă de secţiune patrată 53
M. BĂNĂRESCU şi Tr. RAICA, Contribuţie la studiul şi încercarea carburatorilor cu tub corector 59
I. VLĂDEA, Principalii factori de care depinde randamentul unei turbine cu gaze 67
L. BOLEANŢU, Contribuţii la determinarea ecuaţiei de echilibru a unui cablu elastic 79
B. HOROVITZ, F. KOVACS, Contribuţiuni la elaborarea unei metode nomografice de calcul a roţilor dinţate cilindrice cu dinţi drepţi 85
C. BAKONYI, ST. ROSINGER, Mărirea duratei de funcţionare a burghiilor spirale 91

Pag.

GH. CRISTODORESCU, L. BAGIU, V. COJOCARU, O nouă metodă de tratament termic pentru durificarea aliajelor complexe de aluminiu 99

GH. SAVII, Încercarea unui nou tip de maşină pentru turnarea centrifugală 105

A. CIŞMAN, B. ROTHENSTEIN, I. HRIANCA, O metodă magneto-mecanică de punere în evidenţă a prezenţei hidrogenului în nichel 113

AL. ROGOJAN, E. POP, Analiza unor scheme de stabilizatori de tensiune cu amplificatori magnetici 117

A. SEMLYEN, E. POP, Magnetizarea transversală completă a miezurilor 125

T. DORDEA, V. CHIOREANU, GH. ATANASIU, I. ŞORA, Simetrizarea convertizorului tri-monofazat prin cuplaj transformatoric 129

E. SERACIN, V. VĂZDĂUŢEANU, Contribuţii la problema acţionării războaielor de ţesut 145

I. DE SABATA, Asupra calculului cîmpurilor electrostatice 149

C. ŞORA, Contribuţie privind schemele echivalente pentru cuadripolii pasivi 155

C. CATUNEANU, D. ANASTASESCU, I. MUNTEANU, Generalizarea metodei repartizării momentelor la calculul cadrelor spaţiale 161

GH. SILAS, I. GROSANU, N. L. BRINDEU, Asupra unui sistem neolonom 177

GH. SILAS, M. RĂDOI, Asupra torsorului impulsurilor şi al forţelor de inerţie în mişcările fundamentale 185

GH. SILAS, I. GROSANU, Asupra ciocnirii centrice a mai multor sfere 193

N. POMPILIU, Mişcarea vibratorie a vinelor de apă în aer liber . . 199

I. REICHEL, E. SECOŞAN, Cuplarea unor acizi oxibenzoil-2-benzoici cu amine aromatice diazotate 213

I. NANU, I. MANOVICIU, Alchil-fenoli pentru răşini sintetice solubile în ulei 217

I. DICK, L. DRUGARIN-POD, Sinteza unor derivaţi noi ai acidului *p—p'*-azobenzendicarbonic 229

C. DRĂGULESCU membru corespondent al Acad. R.P.R., S. HERESCU, Dozarea ascorbinometrică a ionului talic 237

C. DRĂGULESCU, membru corespondent al Acad. R.P.R., D. JUCULAZAR, I. FLOREA, Analiza apei arteziene medicale din Timişoara Piaţa Unirii 241

F. MIHAI, B. ROCH, Despre unii diliturali metalici 245

BULLETIN SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
DE
L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE TIMIŞOARA

II Sèrie, Tom 3 (17) janvier—décembre 1958

SOMMAIRE

Page

O. E. GHEORGHIU, Objets géométriques par rapport au groupe projectif nonholonome 9

C. SIMOI, I. BABUTIA, T. SUHATEANU, L'influence du débit de chaleur par la surface de contact sur la pression radiométrique 13

A. BĂRGLĂZAN, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., Considérations sur le phénomène de cavitation aux machines hydrauliques radiales reversibles 17

A. BĂRGLĂZAN, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., La détermination des caractéristiques hydrodynamique d'un nouveau profil mince (MHT-3) 23

I. ANTON, I. PREDA, V. ANTON, F. GYULAY, Les caractéristiques de cavitation d'une roue de pompe centrifuge à aubes de longueurs différentes 45

V. GHEORGHIU, V. ANTON, Etude sur la résistance hydraulique dans un tube à section carrée 53

M. BĂNĂRESCU, TR. RAICA, Contribution à l'étude de l'essayage des carburateurs à tube correcteur 59

I. VLĂDEA, Les facteurs qui influencent le rendement d'une turbine à gaz 67

I. BOLEANŢU, Contributions à la détermination de l'équation d'équilibre d'un câble élastique 79

B. HOROVITZ, F. KOVACS, Contributions a l'élaboration d'une méthode nomographique de calcul des roues dentées cylindriques 85

C. BAKONYI, ST. ROSINGER, L'augmentation de la durée du fonctionnement des forets hélicoïdaux 91

Page

GH. CRISTODORESCU, L. BAGIU, V. COJOCARU, Une nouvelle méthode de traitement thermique pour l'endurcissement des aliages complexes d'aluminium 99
GH. SAVII, L'essai d'un nouveau type de machine pour le moulage centrifuge 105
A. CISMAN, B. ROTHENSTEIN, I. HRIANCA, Ein magneto-mechanisches Verfahren zum Nachweis der Anwesenheit des Wasserstoffs in Nickel 113
AL. ROGOJAN, E. POP, L'analyse des schèmes de stabilisateurs de tension à amplificateurs magnétiques 117
A. SEMLYEN, E. POP, L'aimantation transversale complète du noyau de fer 125
T. DORDEA, V. CHIOREANU, GH. ATANASIU, I. ŞORA, Sur la possibilité de symétriser le convertisseur tri-monophasé par couplage transformatorique 129
E. SERACIN, V. VAZDAUŢEANU, Contributions au problème de l'entraînement des métiers à tisser 145
I. DE SABATA, Sur le calcul des champs electrostatiques 149
C. ŞORA, Contribution concernant les schèmes équivalents pour les quadripôles passifs 155
C. CĂTUNEANU, D. ANASTASESCU, I. MUNTEANU, La généralisation de la méthode de distribution des moments au calcul des cadres spatiaux 161
GH. SILAŞ, I. GROŞANU, N. L. BRINDEU, Sur un système non-holonome 177
GH. SILAŞ, M. RADOI, Sur le torseur des impulses et des forces d'inertie en cas de nouvements fondamentaux 185
GH. SILAŞ, I. GROŞANU, Sur le choc centrique de plusieurs sphères 193
P. NICOLAU, Le mouvement vibratoire des veines d'eau en plein air 199
I. RECICHEL, E. SECOŞAN, Die Kupplung einiger Oxybenzoyl-2-benzoesäure mit diazotierten aromatischen Aminen 213
I. NANU, I. MANOVICI, Alkyl-phénols pour résines synthétiques solubles en huile 217
I. DICK, I. DRUGARIN-POD, Synthese neuer Verbindungen der *p—p'*-Azobenzen-dicarbonsäure 229
C. DRAGULESCU, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., S. HERESCU, Le dosage ascorbimétrique du ion thallique . . 237
C. DRAGULESCU, membre correspondant de l'Academie de la R.P.R., D. JUCU-LAZAR, I. FLOREA, L'analyse de l'eau artésienne médicale de Timişoara 241
F. MIHAI, B. ROCH, Sur certains diliturates métalliques 245

НАУЧНО—ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА В ТИМИШОАРЕ

Серия II, Том 3 (17) январь—декабрь 1958

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

О. Е. ГЕОРГИУ, Геометрические предметы по отношению к неолономной проективной группе 9

К. СИМОЮ, И. БЭБУЦЯ, Т. СУХЭЦЯНУ, Зависимость радиометрического давления от расхода теплоты через поверхность соприкосновения 13

А. БЭРГЛЭЗАН член кoресп. Акад. Наук Р. Н. Р., Изучение феномена кавитации на радиальных реверсивных гидравлических машинах 17

А. БЭРГЛЭЗАН член кoресп. Акад. Наук Р. Н. Р., О. ПОПА, Определение гидродинамических характеристик нового тонкого профиля (М. Н. Т. —3) 23

И. АНТОН, И. ПРЕДА, В. АНТОН, Ф. ГЮЛАЙ, Кавитационные характеристики ротора центробежного насоса с лопатками разной длины 45

В. ГЕОРГИУ, В. АНТОН, Исследования гидравлического сопротивления трубы квадратного сечения 53

М. БЭНЭРЕСКУ и ТР. РАЙКА, Изучение и испытание карбюраторов с поправочной трубкой 59

И. ВЛЭДЯ, Главные факторы от которых зависит к. п. д. газовой турбины 67

Л. БОЛЯНЦУ, Определение уравнения равновесия эластичного кабеля 79

Б. ХОРОВИЦ, Ф. КОВАЧ, Разработка номографического метода расчета зубчатых колес с ровными зубьями 85

К. БАКОНИ, Ш. РОЗИНГЕР, Увеличение продолжительности работы спиральных сверел 91

Г. КРИСТОДОРЕСКУ, Л. БАДЖИУ и В. КОЖОКАРУ, Новый метод термической обработки для придания твердости сложным сплавам алюминия 99

Стр.

Г. САВИ, Испытание нового типа машины центробежного литья 105
А. ЧИШМАН, Б. РОТЕНШТАЙН, И. ХРЯНКА, Магнитомеханический метод выявления присутствия водорода в никеле . 113
А. РОГОЖАН, Е. ПОП, Анализ некоторых схем стабилизаторов напряжения с магнитными усилителями 117
А. ШЕМЛИЕН, Е. ПОП, Полное поперечное намагничивание ферромагнитных сердечников 125
Т. ДОРДЯ, В. КИОРЯНУ, Г. АТАНАСИУ, И. ШОРА, Симметризация трехфазного преобразователя при помощи трансформаторной связи 129
Е. СЕРАЧИН, В. ВЭЗДЭУЦЯНУ, К вопросу о приведении в движение ткацких станков 145
И. ДЕ САБАТА, Расчет электростатических полей 149
К. ШОРА, Относительно эквивалентных схем для пассивных четырехполюсников 155
К. КЭТУНЯНУ, Д. АНАСТАСЕСКУ, И. МУНТЯНУ, Обобщение метода распределения моментов при расчете пространственных ферм 161
Г. СИЛАШ, И. ГРОШАНУ и Н. БРИНДЕУ, О неолономной системе 177
Г. СИЛАШ, М. РАДОЙ, О торсоре импульсов и инерционных сил в основных движениях 185
Г. СИЛАШ, И. ГРОШАНУ, О центральном ударе нескольких сфер 193
Н. ПОМПИЛИУ, Вибрирующее движение свободных струй воды 199
И. РЕЙХЕЛЬ, Е. СЕКОШАН, Соединение некоторых оксибензоил-2-бензойных кислот с ароматными диазотированными аминами 213
И. НАНУ, И. МАНОВИЧУ, Алкил-фенолы для искуственных смол растворимых в масле. 2. Алкилирование фенола и-амиловым спиртом 217
И. ДИК, Л. ДРУГЭРИН-ПОД, Синтез некоторых производных *p-p*-азобензендиуглекислоты 229
К. ДРЭГУЛЕСКУ член кор. Акад. Наук Р. Н. Р., С. ХЕРЕСКУ, Аскорбинометрическая дозировка иона таллия 237
К. ДРЭГУЛЕСКУ член кореспп. Акад. Наук Р. Н. Р., Д. ЛАЗЭРЖУКУ, И. ФЛОРЯ, Анализ минеральной артезьянской воды на площади Униря в г. Тимишоара 241
Ф. МИХАЙ, В. РОХ, О некоторых металлических дилитуратах 245

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

OBIECTE GEOMETRICE ÎN RAPORT CU GRUPUL PROIECTIV NEOLONOM

DE

OCTAVIAN EM. GHEORGHIU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. Intr-un spaţiu X_n cu n variabile $x^1, x^2, \ldots, x^n$ raportat la un grup de bază

$$x'^i = x'^i(x^1, x^2, \ldots, x^n) \tag{1}$$

pentru transformările de variabile se poate întroduce o variabilă de omogenizare x^0, fie sub forma

$$x'^0 = x^0 + f(x^1, x^2, \ldots, x^n) \tag{2}$$

în care caz se spune că spaţiul X_n este raportat la grupul proiectiv olonom (1)+(2), fie sub forma

$$dx'^0 = dx^0 + a_k(x^i)\, dx^k \tag{3}$$

în care caz se spune că variabila de omogenizare este o variabilă neolonomă [forma Pfaff (3) nu este complet integrabilă], iar grupul de transformări de variabile (1)+(3) se numeşte grupul proiectiv neolonom al spaţiului X_n. [2, pag. 301].

2. In această notă vom stabili legea de transformare a componentelor Ω şi Ω^0 a obiectelor geometrice din X_1 în raport cu grupul proiectiv neolonom

$$x' = x'(x); \quad dx'^0 = dx^0 + a(x)\, dx \tag{4}$$

în ipoteza că legea este liniară

$$\Omega'(x') = A\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\Omega(x) + C\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right] \tag{5}$$

$$\Omega'^0(x') = A^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\Omega(x) + B^0\left[\frac{dx}{dx},\ a(x)\right]\Omega^0(x) + C^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right].$$

Determinarea coeficienţilor din legea (5) se face astfel: se scrie legea şi pentru transformările de variabile x, $x^0 \to x''$, $x^{0''}$ şi x', $x'^0 \to x''$, x''^0, de unde rezultă sistemul de ecuaţii funcţionale:

$$A\left[\frac{dx''}{dx'}\cdot\frac{dx'}{dx},\ a(x)+a'(x')\frac{dx'}{dx}\right]=A\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]\cdot A\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right] \tag{6}$$

$$C\left[\frac{dx''}{dx'}\cdot\frac{dx'}{dx},\ a(x)+a'(x')\frac{dx'}{dx}\right]=C\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]+$$

$$+C\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\cdot A\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right] \tag{7}$$

$$B^0\left[\frac{dx''}{dx'}\cdot\frac{dx'}{dx},\ a(x)+a'(x')\frac{dx'}{dx}\right]=B^0\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]\cdot B^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right] \tag{8}$$

$$A^0\left[\frac{dx''}{dx'}\cdot\frac{dx'}{dx},\ a(x)+a'(x')\frac{dx'}{dx}\right]=A^0\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]\cdot A\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]+$$

$$+A^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\cdot B^0\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right] \tag{9}$$

$$C^0\left[\frac{dx''}{dx'}\cdot\frac{dx'}{dx},\ a(x)+a'(x')\frac{dx'}{dx}\right]=C\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]+$$

$$+C^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\cdot B^0\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]+C\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\cdot A^0\left[\frac{dx''}{dx'},\ a'(x')\right]. \tag{10}$$

Ecuaţia funcţională (6) admite ca soluţie

$$A\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\equiv\left(\frac{dx'}{dx}\right)^m. \tag{11}$$

Ecuaţia (7) ne dă soluţie numai dacă

$$m=-1 \tag{12}$$

şi se găseşte

$$C\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\equiv\Gamma_1\cdot a(x)\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}+\Gamma_0\left[1-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}\right] \tag{13}$$

unde Γ_0 şi Γ_1 sînt constante arbitrare.

Ecuaţia funcţională (8) este aceeaşi cu (6) şi soluţia va fi

$$B^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\equiv\left(\frac{dx'}{dx}\right)^n. \tag{14}$$

Ecuaţia (9) numai cu condiţia

$$n=-2 \tag{15}$$

admite soluţia

$$A^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\equiv K_1\cdot a(x)\cdot\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}+K_0\left[\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\right]. \tag{16}$$

Pentru funcţia C^0 din ecuaţia (10) se găseşte

$$C^0\left[\frac{dx'}{dx},\ a(x)\right]\equiv\frac{1}{2}\Gamma_1K_1\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\cdot[a(x)]^2+\left[\Gamma_1K_0\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}-\Gamma_0K_1\left(\frac{dx'}{ax}\right)^{-2}\right]\cdot a(x)+$$

$$+R\left[1-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\right]+\Gamma_0K_0\left[1-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}\right]. \tag{17}$$

Acum coeficienţii din legea (5) fiind cunoscuţi, legea de transformare a componentelor Ω, Ω^0 este

$$\Omega'(x')=\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}\cdot\Omega(x)+\Gamma_1\cdot a(x)\cdot\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}+\Gamma_0\cdot\left[1-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}\right]$$

$$\Omega'^0(x')=\left\{K_1\cdot a(x)\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}+K_0\left[\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\right]\right\}\Omega(x)+\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\cdot\Omega^0(x)+$$

$$+\frac{1}{2}\Gamma_1K_1\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}[a(x)]^2+\left[\Gamma_1K_0\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}-\Gamma_0K_1\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\right]\cdot a(x)+$$

$$+R\left[1-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\right]+\Gamma_0K_0\left[1-\left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-1}\right]. \tag{18}$$

In această lege intră 5 constante abitrare Γ_0, Γ_1, K_0, K_1 şi R, funcţia arbitrară $a(x)$ din grupul proiectiv neolonom (4) şi numai derivata I a funcţiei $x'=x'(x)$. Deci clasa acestui obiect este clasa I neolonomă.

Dacă se foloseşte în locul grupului proiectiv neolonom (4) din X_1, grupul proiectiv olonom introdus în spaţiul X_n de T. Y. Thomas [3] şi care în X_1 se scrie

$$x'=x'(x),\quad x'^0=x^0+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{dx'}{dx}\right|$$

atunci obiectul geometric Ω, Ω^0 (18) devine de clasa II olonomă şi se află printre obiectele geometrice cercetate de lu. Penzov [1].

Dacă luăm din (4) subgrupul neolonom

$$x'=x;\quad dx'^0=dx^0+a(x)dx$$

atunci obiectul geometric Ω, Ω^0 (18) se reduce la legea

$$\Omega'=\Omega+\Gamma_1\cdot a(x)$$

$$\Omega'^0=K_1\cdot a(x)\Omega+\Omega^0+\frac{1}{2}\Gamma_1\cdot K_1\cdot[a(x)]^2+K_2\cdot a(x). \tag{19}$$

Prima relaţie din (19) vom zice că defineşte o schimbare proiectivă a obiectului geometric cu o componentă Ω. (Dăm această numire prin analogie cu schimbarea proiectivă de conexiune [2, p. 304]).

Din obiectul geometric (18) în ipoteza că $K_1 = 2\Gamma_1$ şi $K_0 = 2\Gamma_0$ se obţine un obiect geometric olonom Λ faţă de grupul $x' = x'(x)$ dacă punem $\Lambda = \Omega^0 - \Omega^2$. Legea de transformare a acestui obiect geometric este

$$\Lambda'(x') = \left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2} \Lambda(x) + K\left[1 - \left(\frac{dx'}{dx}\right)^{-2}\right]. \tag{20}$$

BIBLIOGRAFIE

1. Iu. Penzov, О дифференцияльно-геометрических обектах класса в X_1 математический сборник 26, 1950, pag. 161—182.
2. G. Vrănceanu, *Lecţii de geometrie diferenţială*, vol. I, Edit. Acad. R.P.R., 1952, p. 300—311.
3. T. Y. Thomas, A projective theory of affinely conected manifolds Math. Zeitschr. 1926, p. 723—733.

OBJETS GÉOMÉTRIQUES PAR RAPPORT AU GROUPE PROJECTIF NONHOLONOME

(RESUMÉ)

L'auteur détermine dans l'espace X_1 doué d'un groupe projectif nonholonome (4), la forme des coefficients de la loi de transformation (5) de l'objet géométrique Ω, Ω°. La forme de la loi de transformation, des composants des objets géométriques étudiés est donnée par (18) ; elle contient la fonction $a(x)$, la dérivée de premier ordre $\frac{dx'}{dx}$ et 5 constantes arbitraires. Les objets géométriques de cette catégorie peuvent être appelés objets géométriques de première classe nonholonome.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕДМЕТЫ ПО ОТНОШЕНИЮ К НЕОЛОНОМНОЙ ПРОЕКТИВНОЙ ГРУППЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор определяет в пространстве X_1, содержащем проективную неолономную группу (4), форму коэффициентов закона превращения (5) геометрического предмета Ω, Ω°.

Форма закона превращения составляющих исследуемых геометрических предметов дана выражением (18); она содержит функцию $a(x)$, производную $I, \frac{dx'}{dx}$ и 5 произвольных постоянных.

Геометрические предметы этой категории могут быть названы предметами 1-го неолономного класса.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

DEPENDENŢA PRESIUNII RADIOMETRICE DE DEBITUL DE CĂLDURĂ PRIN SUPRAFAŢA DE CONTACT

DE

C. SIMOI, I. BABUŢIA şi T. SUHĂŢEANU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Descoperit de Fresnel [1] şi studiat apoi de către Crookes [2] şi alţii [3], [4], [5], [6], [7], fenomenul radiometric constă în apariţia unei presiuni la suprafaţa de contact a unui gaz rarefiat, cu un perete la altă temperatură. El cuprinde efecte diferite ca natură fizică, astfel : aşa cum a preconizat Maxwell [8] şi a dovedit-o teoretic şi experimental Hetner [9], presiunea radiometrică include un efect de convecţie termică, important mai ales la presiuni nu prea joase. De asemenea paletele de probă suferă acţiunea unei forţe proporţionale cu lungimea conturului, prevăzută de A. Einstein [10] şi observată mai tîrziu experimental [11], [12].

Componenta principală a efectului radiometric este însă considerată o forţă proporţională cu suprafaţa paletei de probă, forţă provenită dintr-un efect de suprafaţă. Încercarea de a-l explica teoretic făcută de E. Einstein [13] duce la concluzia că presiunea radiometrică de suprafaţă e proporţională cu puterea a doua a debitului de căldură ce străbate suprafaţa de contact. Determinări experimentale făcute ulterior de către Gerlach şi Madelung arată însă că relaţia nu se verifică. Forţa radiometrică apare proporţională cu puterea întîia a debitului de energie.

Într-o lucrare anterioară [15] s-a arătat că presiunea radiometrică de suprafaţă se poate interpreta ca o presiune de şoc diferenţial, avînd pe una din feţe, pentru coeficientul de şoc ε valoarea :

$$p = \frac{1+\varepsilon}{3} n \frac{mv^2}{2}.$$

Fiind proporţională cu energia cinetică a moleculelor gazului, presiunea e proporţională cu temperatura lui şi deci şi cu debitul de căldură prin suprafaţă, evident proporţional cu diferenţa de temperatură la suprafaţa de

contact. Aşadar, teoretic, în reprezentarea propusă acolo [15] presiunea de radiaţie, în acord cu experienţele lui Gerlach şi Madelung, trebuie să fie proporţională cu puterea întîia a debitului de căldură prin suprafaţă.

Pentru a verifica şi experimental justeţea acestui punct de vedere, am utilizat un dispozitiv experimental descris într-o lucrare anterioară [16] adaptat convenabil. Principiul metodei este următorul : Se încălzeşte electric faţa activă a unei palete, suspendată dublu prin fir de cuarţ metalizat, evaluînd forţa din unghiul de torsiune al firului şi energia din intensitatea curentului de încălzire şi din rezistenţa firului.

Aparatului descris în [16] i s-au adus o serie de modificări. Pentru a produce încălzirea direct pe suprafaţa activă radiometric şi pentru a evita pierderile de energie pe feţele oblice ale rugozităţilor, suprafeţei, firul de încălzire bobinat pe lamele moriştii a fost înlocuit cu rezistenţe de încălzire obţinute prin depuneri de argint pe lamele lucii de mică, de dimensiuni 10/30 mm.

Depunerea s-a făcut pe cale chimică, din soluţii de azotat de argint, prin reducere cu zahăr invertit. Straturile metalice depuse, prin zgîrieri în zig-zag dădeau o rezistenţă între 40 şi 200 Ohmi, pe fiecare aripioară a moriştii. Prin încercări repetate s-a reuşit realizarea cu precizie de 5% a aceleeaşi rezistenţe de încălzire pentru foiţele de mică, pe cele patru aripioare ale moriştii.

Pentru a evita neuniformităţile de încălzire, lamela a fost zgîriată în bande de aceeaşi lăţime, circa 2 mm. Împotriva influenţelor convecţiei termice, morişca a fost prevăzută cu două discuri de mică la capete, discuri care frînau curenţii de gaz. Efectul de margine a fost eliminat, lăsînd la marginea paletelor o zonă de 2 mm neîncălzită, astfel încît, conturul foiţei era situat într-un domeniu de gradient termic nul.

S-a lucrat cu o rezistenţă de 560 Ohmi, măsurată direct pe echipajul nemontat.

S-a apreciat ca neglijabilă cantitatea de căldură pierdută pe durata unei măsurători, prin suportul de mică al foiţei, aşa încît energia calorică ce străbătea suprafaţa activă în unitatea de timp a fost considerată echivalentă cu energia electrică disipată în pelicula superficială, deci $W=0{,}24\ RI^2$.

Verificarea aparatului s-a făcut prin încălzirea lui la regimul de lucru cu rezistenţa din palete scurtcircuitată. Firele de torsiune nereuşit argintate torsionau în aceste condiţii, datorită încălzirilor locale neuniforme. Firele bune nu dădeau nici o deviaţie.

Pentru a evita încălzirea prin conductibilitate a dosului foiţei de mică, au fost trasate curbele prin variaţii continui a intensităţii curentului de încălzire, făcînd citiri la intervale de timp scurte, de 2—3 secunde. Inerţia termică a efectului radiometric înregistrat prin deviaţii ale spotului luminos, s-a dovedit prin observaţii aparte a fi inferioară acestui interval de timp.

Măsurătorile făcute la diferite presiuni se reproduceau dacă erau efectuate la intervale nu prea mari de timp. Dacă între două măsurători făcute în aceleaşi condiţii, treceau mai multe zile, puteau fi observate modificări, nu în forma curbelor ci numai în înclinarea lor faţă de abscisă.

În diagrama de mai jos, a fost reprezentată pe abscisă această energie, iar pe ordonată deviaţia, evident proporţională cu forţa radiometrică totală.

Curba (1) reprezintă valorile $\alpha - W$ corespunzînd presiunii aerului la $p = 0{,}031$ mm Hg, iar (2) presiunii de 0,082 mm Hg.

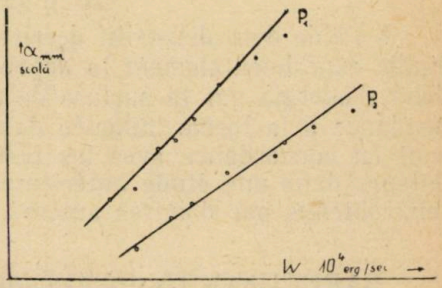


Fig. 1.

Se pot constata următoarele :

Între energia de încălzire şi deviaţiile măsurate apare o proporţionalitate simplă, în acord cu reprezentarea teoretică propusă în altă parte [15] *şi cu rezultatele măsurătorilor făcute în alte aranjamente experimentale, de autorii menţionaţi mai sus.*

Abaterile care apar pentru valori mai mari ale curentului de încălzire se datoresc probabil pierderilor de căldură prin radiaţie şi conductibilitate prin mică, atunci cînd supraîncălzirea peliculei de argint ia valori mai mari.

Se constată de asemenea că abaterile cresc cînd presiunea creşte. Explicaţia faptului poate fi aceea că la presiuni relativ mari, cînd e mic în comparaţie cu dimensiunile incintei, se suprapun peste efectul radiometric propriuzis şi efecte secundare, ca cel datorit convecţiei termice, efecte care nu depind în acelaşi fel de debitul de căldură ca efectul de suprafaţă, dominant la presiuni joase.

BIBLIOGRAFIE

1. Fresnel, Ann. de Chimie et Physique, 29, 57, 1825.
2. Crookes, Phil. Trans. (164, 501, 1874), (166, 340, 1876).
3. Schuster, Phil. Trans. 166, 715, 1880.
4. H. Sirk, Z. S. f. Physik 3, 211, 1921.
5. A. Golsen, Ann. d. Phys. 73, 624, 1924.
6. Knudsen, Ann. d. Phys. 32, 809, 1910.
7. Debye, Phys. Z. 11, 1115, 1910.
8. Maxwell, Phil. Trans. 170, 831, 1880.
9. Hetner, Z. S. f. Phys. (27, 12, 1924), (30, 258, 1924).
10. A. Einstein, Z. S. f. Phys. 27, 1, 1924.
11. P. Schmudde, Z. S. f. Phys. 53, 391, 1929.
12. I. Bleibaum şi W. Litwin, Z. S. f. Phys. 52, 310, 1928.
13. E. Einstein, Ann. d. Phys. 69, 241, 1922.
14. Gerlach, Z. S. f. Phys. (44, 285, 1923), (21, 254, 1924).
15. C. Simoi. Studii şi Cercetări, seria tehnică, Timişoara, vol. 4, fasc. 2, p. 93, 1957.
16 C. Simoi, T. Suhăţeanu şi J. Kremmer, Bul. Inst. Polit. Timişoara 2, 313, 1957.

L'INFLUENCE DU DÉBIT DE CHALEUR PAR LA SURFACE DE CONTACT SUR LA PRESSION RADIOMÉTRIQUE

(RESUMÉ)

A l'aide d'un dispositif décrit dans une note antérieure [bibl. 16] on étudie expérimentalement la dépendance de la pression radiométrique du débit d'énergie par la surface de contact. On constate que cette interdépendance a la forme indiquée dans le diagramme (1). Les observations sont en concordance avec les résultats théoriques obtenus par l'un des auteurs dans une étude antérieure [15] et avec les resultats expérimentaux obtenus par d'autres auteurs.

ЗАВИСИМОСТЬ РАДИОМЕТРИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ ОТ РАСХОДА ТЕПЛОТЫ ЧЕРЕЗ ПОВЕРХНОСТЬ СОПРИКОСНОВЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

При помощи прибора описанного в работе [библ. 16] изучается экспериментально зависимость радиометрического давления от расхода энергии через поверхность соприкосновения и устанавливается, что ее форма соответствует указанной в диаграмме (1). Результаты подтверждают теоретические выводы некоторых авторов, опубликованные в предыдущей работе [15] и совпадают с результатами измерений, произведенными другими авторами по другим методам.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA FENOMENULUI DE CAVITAŢIE LA MAŞINILE HIDRAULICE RADIALE REVERSIBILE

DE

A. BĂRGLĂZAN

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

In planul de dezvoltare a utilizării energiei electrice în anii viitori în ţara noastră, trebuie să acordăm o deosebită atenţie realizării de sisteme energetice unitare puternice, cari să asigure pe de o parte distribuţia fără întrerupere, iar pe de altă parte sà asigure o îmbunătăţire a indicilor economici ai exploatării centralelor.

In rezolvarea acestor probleme un rol deosebit de important trebuie să aibe centralele electrice cu pompare hidroenergetică, cari într-un sistem energetic permit uniformizarea puterii precum şi acumularea energiei hidraulice pentru a putea fi folosită în orele de încărcare maximă.

Astfel de centrale de acumulare sînt prevàzute cu unităţi care constau din următoarele părţi : un generator electric sincron care poate funcţiona şi ca motor cuplat într-o parte cu o turbină hidraulică iar în cealaltă parte cu o pompă, şi dispozitive cu maşini speciale pentru pornirea fie ca turbină fie ca pompă a întregului agregat.

Pentru simplificarea întregului agregat se fac studii şi cercetări pentru a se utiliza în astfel de împrejurări maşini hidraulice reversibile care să poată funcţiona fie ca pompă fie ca turbină. O maşină hidraulică reversibilă de tipul axial este deja în funcţiune la centrala de la Baldeney. Pentru tipul de maşină hidraulică radială-axială funcţionarea reversibilă constituie o problemă în curs de cercetare la cele mai multe laboratoare de specialitate din lume.

In cazul unei astfel de maşini este aproape imposibil ca înălţimea de cădere H să fie aceeaşi atunci cînd o maşină funcţionează ca turbină sau ca pompă. La o înălţime geometrică H_g dată, sarcina manometrică, în cazul pompei va fi :

$$H_p = H_g + \sum h_p \qquad (1)$$

BUDAPEST MŰEGYETEM KÖNYVTÁRA 1848

Iar în cazul turbinei :

$$H_T = H_g - \sum h_p . \tag{2}$$

Se vor dimensiona conductele în aşa fel încît $\sum h_p$ să fie neglijabil faţă de H_g.

Turaţia va fi aceeaşi fie că grupul funcţionează ca turbină fie ca pompă, turaţia de sincronism, doar sensul se schimbă în cele două împrejurări.

Elementele componente ale triunghiurilor vitezelor îşi menţin direcţiile în ambele împrejurări (fig. 1).

O dificultate o constituie determinarea tubului de aspiraţie, respectiv a sarcinii geometrice de aspiraţie h_2 (fig. 2) şi a diametrului D_2 de la

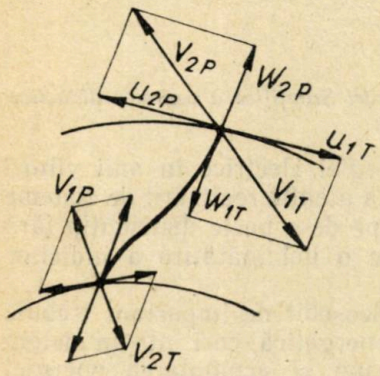


Fig. 1.

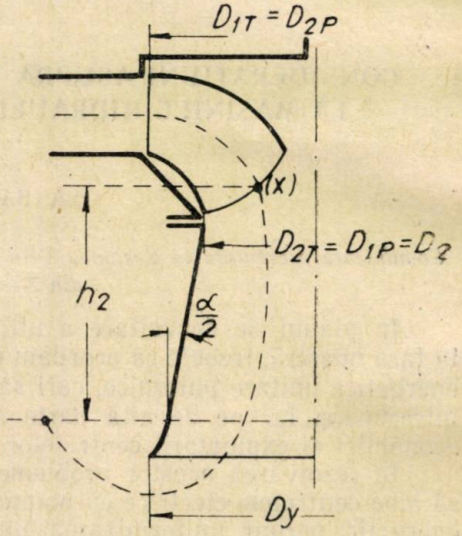


Fig. 2.

eşirea, respectiv intrare în maşină, în aşa fel încît să nu-şi facă apariţia fenomenul de cavitaţie. La rezolvarea acestei probleme ne-am propus să aducem o contribuţie în cele ce urmează.

În cazul funcţionării ca turbină, cu ajutorul ecuaţiei lui Bernoulli se poate scrie pentru presiunea din punctul X relaţiunea :

$$\left[\frac{p_x}{\gamma H}\right]_T = \frac{\frac{p_{at}}{\gamma} - h_2}{H} - \left(\eta_d \Delta + k \frac{w_2^2}{2gH}\right) + \eta_d \Delta \left[\frac{1}{1 + 2\frac{h_2}{D_2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}\right]^4 \tag{3}$$

unde $\Delta = \frac{v_2^2}{2gH}$, η_d randamentul tubului de aspiraţie.

Pentru funcţionarea ca pompă de asemenea se poate scrie :

$$\left[\frac{p_x}{\gamma H}\right]_P = \frac{\frac{p_{at}}{\gamma} - h_2}{H} - \left(\eta_d \Delta + k \frac{w_1^2}{2gH}\right) + \eta_d \Delta \left[\frac{1}{1 + 2\frac{r_2}{D_2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}\right]^4 - 2 \sum_x^y \frac{h_p}{H} \tag{4}$$

cu condiţiile

$$\Delta = \left[\frac{v_1^2}{2gH}\right]_p = \left|\frac{v_2^2}{2gH}\right|_T \quad \text{şi} \quad w_1 = w_2$$

ceea ce este posibil.

Din (3) şi (4) se observă că se poate scrie:

$$\left[\frac{p_x}{\gamma H}\right]_P = \left[\frac{p_x}{\gamma H}\right]_T - 2\sum_x^y \frac{h_p}{H} \tag{5}$$

sau

$$\left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_T - \left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_P = 2\sum_x^y h_p = \left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_{T-P} \tag{6}$$

Tubul de aspiraţie fiind un tub drept tranconic pentru $\sum_x^y h_p$ se poate scrie

$$\sum_x^y h_p = \frac{1}{2}\lambda \frac{h_2}{D_2}\Delta H \frac{\left[1+\left(\frac{1}{1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}\right)^2\right]^2}{2\left[1+\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right]}. \tag{7}$$

Considerînd pe $\lambda = 0{,}02$; $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 0{,}07$; $\Delta = 0{,}01$ se obţine următorul tablou:

h_2/D_2		1	4	6	8
$\left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_{T-P}$ $H=$	100 m	$3\cdot10^{-2}$	$6{,}2\cdot10^{-2}$	$7{,}15\cdot10^{-2}$	$7{,}5\cdot10^{-2}$
	200 m	$6\cdot10^{-2}$	$12{,}4\cdot10^{-2}$	$14{,}3\cdot10^{-2}$	$15\cdot10^{-2}$
	300 m	$9\cdot10^{-2}$	$18{,}6\cdot10^{-2}$	$21{,}45\cdot10^{-2}$	$22{,}5\cdot10^{-2}$

Presupunînd că în relaţiile (3) şi (4) avem:

$$\frac{\frac{p_{at}}{\gamma} - h_2}{H} \cong \eta_d \Delta + k\frac{w^2}{2gH}. \tag{8}$$

În realitate este o mică diferenţă între ele; se poate scrie:

$$\left[\frac{p_x}{\gamma H}\right]_T = \eta_d \Delta \left[\frac{1}{1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}\right]^4 \tag{9}$$

şi acum pentru η_d se poate scrie:

$$\eta_d = 1 - \frac{1}{4}\lambda\frac{h_2}{D_2}\frac{\left[\left(1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)^2+1\right]^2}{\left(1+\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)\left[\left(1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)^4-1\right]} \tag{10}$$

rezultă

$$\left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_T = \frac{\Delta H}{\left(1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)^4}\left[1-\frac{1}{4}\lambda\frac{h_2}{D_2}\frac{\left[\left(1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)^2+1\right]^2}{\left(1+\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)\left[\left(1+2\frac{h_2}{D_2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)^4-1\right]}\right] \tag{11}$$

şi

$$\left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_P = \left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_T - \left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_{T-P}. \tag{12}$$

Expresiunea (11) pentru diferite valori ale raportului $\frac{h_2}{D_2}$ permite calculul presiunii în m. col. apă în punctul x în cazul funcţionării ca turbină, după cum se vede din tabloul următor:

h_2/D_2		1	3	5	7
$\left[\frac{p_x}{\gamma}\right]_T$ $H=$	100 m	$50\cdot10^{-1}$	$23{,}6\cdot10^{-2}$	$11{,}5\cdot10^{-2}$	$6{,}2\cdot10^{-2}$
	200 m	$100\cdot10^{-2}$	$47{,}2\cdot10^{-2}$	$23\cdot10^{-2}$	$12{,}4\cdot10^{-2}$
	300 m	$150\cdot10^{-2}$	$70{,}8\cdot10^{-2}$	$34{,}5\cdot10^{-2}$	$18{,}6\cdot10^{-2}$

Din fig. 3 se vede cum variază presiunea în punctul cel mai critic x al turbinei-pompă în condiţiile date în funcţiune de raportul $\frac{h_2}{D_2}$.

Se observă că presiunea în punctul x este mai mică în cazul funcţionării maşinei ca pompă, deci pericolul apariţiei fenomenului de cavitaţie este mai accentuat în acest caz.

Se observă că în cazul funcţionării maşinei la sarcina de $H=100$ metri valoarea limită a raportului $\frac{h_2}{D_2}$ este de 2,4 pentru a nu-şi face apariţia fenomenul de cavitaţie, bineînţeles în ipoteza că temperatura apei nu depăşeşte 20 °C.

În cazul sarcinei de $H=200$ metri limita lui $\frac{h_2}{D_2}$ este 3,7 în aceleaşi condiţiuni de temperatură.

În concluzie se pot stabili următoarele:

1. Verificările la cavitaţie ale unei astfel de maşini trebuiesc făcute pentru funcţionarea ca pompă a maşinei.

2. În condiţiile adoptate cari sînt foarte reale înălţimea statică de aspiraţie h_2 nu trebuie să depăşească 2—3 D pentru a se evita fenomenul de cavitaţie.

3. Concluziile sînt reale pentru că tubul de aspiraţie la aceste maşini nu poate fi decît drept şi tronconic.

4. Ventil de aspiraţie nu este, amorsarea în cazul funcţionării ca pompă făcîndu-se cu ajutorul unui ejector hidraulic, alimentat de la conducta sub presiune.

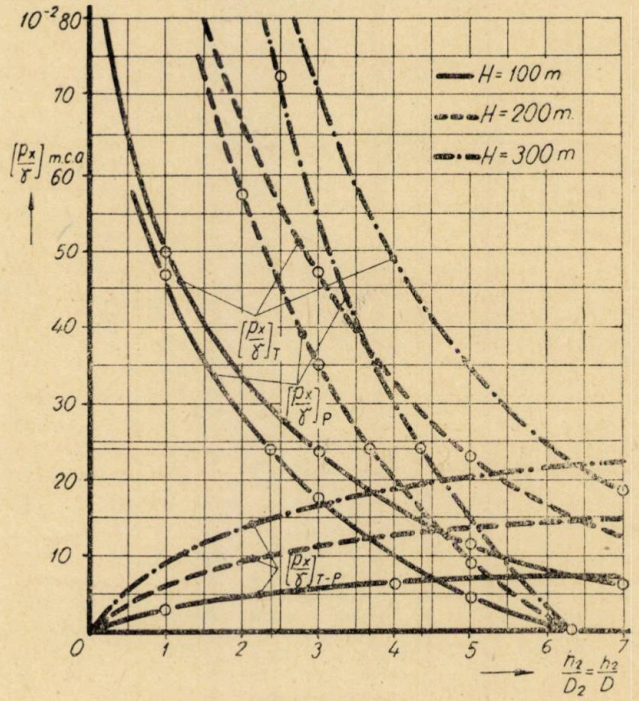


Fig. 3.

CONSIDERATIONS SUR LE PHÉNOMÈNE DE CAVITATION AUX MACHINES HYDRAULIQUES RADIALES REVERSIBLES

(RESUMÉ)

On étudie les conditions d'apparition du phénomène de cavitation aux machines hydrauliques radiales reversibles et on établit certains critériums qui peuvent constituer la base du calcul de telles machine, pour éviter l'apparition de ce phénomène.

ИЗУЧЕНИЕ ФЕНОМЕНА КАВИТАЦИИ НА РАДИАЛЬНЫХ РЕВЕРСИВНЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИНАХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Изучаются условия появления феномена кавитации на радиальных гидравлических реверсивных машинах и устанавливаются определенные критерии, которые могут стоять в основе расчета таких машин с целью устранения появления этого феномена.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR HIDRODINAMICE ALE UNUI NOU PROFIL SUBŢIRE (MHT-3)

DE

AUREL BĂRGLĂZAN, m. c. al Acad. R.P.R. şi OCTAVIAN POPA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

A. OBIECTUL LUCRĂRII ŞI METODA UTILIZATĂ

In cele ce urmează ne propunem să determinăm caracteristicile hidrodinamice ale unui nou profil subţire (MHT-3). Aliura şi cotele profilului sînt reproduse în fig. 1.

Profilul a fost realizat prin racordarea a două arce de parabolă. Punctul de racordare fiind în acelaşi timp şi punctul de maxim, la curbei este amplasat la cotele $x=0{,}4\,C$; $y=0{,}81\,C$. In acelaşi punct tangenta comună celor două arce este paralelă axei Ox.

Curbura maximă a profilului după cum rezultă şi din figură este:

$$\frac{f}{C}=8{,}1\%$$

pentru

$$\frac{l}{C}=40\%.$$

Fiind vorba de un profil subţire, deci de grosime neglijabilă şi constantă în lungul corzii C, se poate accepta în mod teoretic, grosimea relativă nulă. Deci:

$$\frac{e_m}{C}\cong 0.$$

Profilul MHT-3 coincide cu scheletul profilului de grosime finită NACA-8410. In articolele citate [3] şi [4] s-a determinat scurgerea în jurul acestui profil atît pe cale teoretică cît şi pe cale experimentală.

Din cauza curburii şi a unghiurilor de incidenţă α, relativ reduse ca mărime, metoda teoretică în conformitate cu care s-au desfăşurat calculele, a fost aceea pe care a indicat-o Birnbaum [2].

După cum se va vedea mai jos, am ales aliura scheletului profilului NACA-8410 în construirea profilului MHT-3 pentru a verifica valabilitatea unei metode propuse de noi într-o comunicare anterioară [1] şi în domeniile de variaţie restrînsă ale curburii şi unghiului de incidenţă α.

Se ştie că prin metoda amintită [1] se poate determina repartiţia intensităţii turbionare $\gamma(s)$ de-a lungul scheletului profilului şi nu în lungul corzii C ca în cazul metodei formulate de Birnbaum [2], eliminîndu-se astfel restricţiile referitoare la curbură şi unghiul de incidenţă.

Dacă metoda propusă de noi [1] este suficient de exactă, caracteristicile hidrodinamice ale profilului MHT-3 şi NACA-8410, deşi determinate prin metode deosebite, datorită curburii şi unghiurilor de incidenţă relativ reduse, vor trebui să corespundă. Evident în astfel de cazuri, datorită simplităţii relative a calculelor, metoda formulată de Birnbaum [2] se va prefera metodei propuse de noi [1]. Dar în cazul unghiurilor de incidenţă mari şi mai ales în cazul curburilor de mărimi exagerate, ceea ce se întîlneşte destul de frecvent în construcţia de turbine, metoda Birnbaum ne mai oferind suficiente garanţii ([3] pg. 7) recomandăm aplicarea celeilalte metode [1].

Principiul metodei formulate de noi constă în asimilarea scheletului profilului cu un contur poligonal (fig. 2) care la rîndul său se substituie cu straturi turbionare a căror intensitate variază linear în lungul fiecărui segment conform expresiei:

$$\gamma_k = \gamma_{0k} + K_k s \qquad (k = 1; 2; \ldots n) \tag{1}$$

unde:

$\gamma_k =$ intensitatea stratului turbionar într-un punct oarecare al segmentului ΔS_k (fig. 3).

$\gamma_{0k} =$ intensitatea turbionară corespunzătoare punctului M_k, mijlocul segmentului ΔS_k.

$K_k =$ coeficientul unghiular care defineşte variaţia intensităţii turbionare în lungul segmentului ΔS_k.

$s =$ variabila punctului curent luat pe axa $M_k s_k$ în lungul căreia s-a dispus ΔS_k.

Conform fig. 3 fiecărui segment ΔS_k i s-a atribuit un sistem de axe $M_k s_k n_k$ $(k = 1; 2; \ldots n)$.

Suprapunînd cîmpul vitezelor de la infinit V_0, cîmpului de viteze induse de sistemul de vîrtejuri care suplinesc profilul se obţine un cîmp de viteze rezultante. Pentru ca scheletul profilului, respectiv conturul poligonal cu care s-a asimilat acesta să fie o linie de curent, s-a impus condiţia ca în punctul M_k $(k = 1; 2; \ldots n)$ componenta normală segmentului ΔS_k a cîmpului de viteze rezultante să fie nulă.

Această condiţie a condus la sistemul de ecuaţii (2):

$$\sum_{k=1}^{n} \text{pim}\,[W_{kp} e^{i(\beta_p - \beta_k)}] = V_0 \sin(\alpha - \beta_p) \qquad (p = 1; 2; \ldots n) \tag{2}$$

unde β_p respectiv β_k sînt unghiurile dintre segmentele ΔS_p respectiv ΔS_k şi axa Ox, considerate pozitive sau negative după felul cum sînt măsurate

(fig. 3). Unde de asemenea, W_{kp} este viteza complexă indusă de stratul turbionar ΔS_k în punctul M_p mijlocul segmentului ΔS_p şi are expresia:

$$W_{kp} = -\frac{1}{2\pi}\left[K_k R_{kp} \sin \Phi_{kp} \ln \frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} + (\varphi_{kp} - \varphi_{(k-1)p})(K_k R_{kp} \cos \Phi_{kp} + \gamma_{0k})\right] +$$

$$+ \frac{i}{2\pi}\left[K_k \Delta S_k + (K_k R_{kp} \cos \Phi_{kp} + \gamma_{0k}) \ln \frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} - K_k R_{kp} (\varphi_{kp} - \varphi_{(k-1)p}) \sin \Phi_{kp}\right]. \quad (3)$$

Notaţiile sînt conforme fig.3.

Considerînd mai atent expresia (3) se remarcă faptul că pe lîngă necunoscuta γ_{0k} mai intervine şi coeficientul unghiular K_k. Cum prin rezolvarea sistemului (2) intenţionăm să determinăm valorile intensităţilor turbionare γ_{0k} $(k = 1; 2; \ldots n)$ şi cum prin substituirea lui W_{kp} în acest sistem se mai introduc un număr de n necunoscute K_k $(k = 1; 2; \ldots n)$ sistemul nu se va putea rezolva deoarece vom avea n ecuaţii cu $2n$ necunoscute. Impunînd însă profilului nostru condiţia care a stat la baza determinării valorii circulaţiei totale Γ în cazul profilului Jucovschi şi anume condiţia realizării unei viteze finite şi tangente ultimului element al bordului de fugă, se obţine relaţia:

$$K_k \Delta S_k = -2\gamma_{0k} + 4 \sum_{p=1}^{n-k} (-1)^{p+1} \gamma_{0(k+p)} \quad (4)$$

Substituind în (3) respectiv în (2) produsele de formă $K_k \Delta S_k$ cu expresia lor din (4) obţinem un sistem de n ecuaţii cu n necunoscute γ_{0k} $(k = 1; 2; \ldots n)$. In aceste condiţii sistemul (2) este soluţionabil.

In cazul concret al profilulului MHT-3 s-au ales 5 segmente dispuse în lungul profilului aşa după cum se arată în fig. 2.

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (2) se vor obţine soluţii de forma:

$$\gamma_{0k} = 2\pi V_0 \sum_{i=1}^{n} a_{ki} \sin(\alpha - \beta_i) \qquad (k = 1; 2; \ldots n) \quad (5)$$

unde:

a_{ki} = coeficienţi numerici bine determinaţi.

β_i = unghiurile dintre segmentele ΔS_i şi axa Ox.

Soluţiile sistemului (2) vor corespunde intensităţii turbionare din punctele M_k, mijloacele segmentelor ΔS_k $(k = 1; 2; \ldots n)$.

Cu aceste valori cunoscute se demonstrează că [1] circulaţia totală Γ respectiv portanţa P vor rezulta din relaţii de forma:

$$\Gamma = \sum_{k=1}^{n} \gamma_{0k} \Delta S_k \quad (6)$$

$$P = \rho V_0 \Gamma = \rho V_0 \sum_{k=1}^{n} \gamma_{0k} \Delta S_k . \quad (7)$$

Inlocuindu-se în (6) şi (7) expresiile din (5) se vor obţine relaţiile:

$$\Gamma = 2\pi V_0 \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\alpha - \beta_i) \tag{8}$$

$$P = 2\pi\rho V_0^2 \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\alpha - \beta_i) \tag{9}$$

unde

A_i = coeficienţi numerici bine determinaţi.

β_i = aceeaşi semnificaţie ca mai sus.

Pentru a determina repartiţia vitezelor pe extradosul, respectiv intradosul profilului, într-un punct oarecare M_p corespunzător mijlocului segmentului Δs_p, va trebui să calculăm suma vitezelor induse (viteza autoindusă se subînţelege) şi a vitezei V_0 în punctul respectiv. Deoarece componenta rezultantei vitezelor normală segmentului ΔS_p este nulă în orice punct M_p, conform ipotezei ca scheletul să fie o linie de curent, viteza rezultantă în aceste puncte va fi tangentă segmentelor respective.

Deoarece pentru calculul repartiţiei vitezelor de extradosul şi intradosul paletei se porneşte de la o funcţie turbionară $\gamma(s)$ cunoscută, se va proceda în prealabil la determinarea acestei funcţii aşa după cum s-a indicat mai sus.

S-a vorbit însă despre două viteze corespunzătoare aceluiaş punct M_p şi anume viteza de pe extradosul şi intradosul paletei, ceea ce înseamnă că unul din termenii care intră în compunerea vitezei rezultante va fi afectat de două semne. Acest termen este tocmai viteza autoindusă. Să notăm viteza autoindusă în punctul M_p pe extradosul paletei cu u_{ps} şi în acelaşi punct pe intradosul paletei cu u_{pi}. Vom avea astfel [1]:

$$u_{ps} = -\frac{\gamma_{0p}}{2} \tag{10}$$

$$u_{pi} = +\frac{\gamma_{0p}}{2}. \tag{11}$$

Componenta tangenţială segmentului ΔS_p a vitezei V_0 are valoarea (fig. 4)

$$V_0 \cos(\alpha - \beta_p) \tag{12}$$

Deoarece vitezele induse sînt raportate sistemului de axe aferente segmentului care induce viteza respectivă, de pildă W_{kp} viteza complexă indusă de stratul de vîrtejuri ΔS_k în punctul M_p este raportată la sistemul de axe $M_k s_k n_k$, atunci cînd vom forma suma acestor viteze în punctul M_p ele vor trebui raportate noului sistem de axe $M_p s_p n_p$. Se mai ţine seamă de asemenea şi de faptul că viteza complexă W_{kp} este conjugata vitezei reale induse de segmentul turbionar ΔS_k în punctul M_p.

Observînd cele indicate mai sus componenta vitezei complexe W_{kp} după axa s_p în punctul M_p are valoarea (fig. 4):

$$\text{pr.}\ \overline{W_{kp}} e^{-i(\beta_p - \beta_k)}. \tag{13}$$

Suma tuturor vitezelor induse în M_p de segmentele ΔS_k cu excepţia vitezei autoinduse va avea expresia:

$$\sum_{k=1}^{p-1} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] + \sum_{k=p+1}^{n} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}]. \tag{14}$$

Insumînd expresiei (14) expresiile (12) şi (10) se obţine viteza tangenţială extradosului profilului în punctul M_p pe care s-o notăm cu U_{sp}. Insumînd aceleaşi expresii (14) expresiile (12) şi (11) obţinem viteza tangentă intradosului profilului în punctul M_p pe care s-o notăm cu U_{ip}.

Obţinem astfel:

$$U_{sp} = \sum_{k=1}^{p-1} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] + \sum_{k=p+1}^{n} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] - \frac{\gamma_{0p}}{2} + V_0 \cos(\alpha-\beta_p) \tag{15}$$

$$U_{ip} = \sum_{k=1}^{p-1} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] + \sum_{k=p+1}^{n} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] + \frac{\gamma_{0p}}{2} + V_0 \cos(\alpha-\beta_p). \tag{16}$$

Expresiile (15) şi (16) se pot concentra într-una singură pe care o vom nota cu U_p, urmînd ca în dezvoltarea ei să se ţină seama de semnul dublu al expresiei W_{pp}.

Vom avea astfel [1]:

$$\text{pr.}\,\overline{W}_{pp} = \pm \frac{\gamma_{0p}}{2} \tag{17}$$

iar pentru U_p:

$$U_p = \sum_{k=1}^{n} \text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] + V_0 \cos(\alpha-\beta_p). \tag{18}$$

In conformitate cu identitatea evidentă:

$$\text{pr.}\,[(U+iV)\,e^{-i\theta}] = \text{pr.}\,[(U-iV)\,e^{i\theta}] \tag{19}$$

putem modifica expresia (18) respectiv (15) şi (16) introducînd în calcul în locul vitezei conjugate $\overline{W}_{kp}$ viteza complexă W_{kp}.

Astfel:

$$\text{pr.}\,[\overline{W}_{kp} e^{-i(\beta_p-\beta_k)}] = \text{pr.}\,[W_{kp} e^{i(\beta_p-\beta_k)}] \tag{20}$$

respectiv:

$$U_p = \sum_{k=1}^{n} \text{pr.}\,[W_{kp} e^{i(\beta_p-\beta_k)}] + V_0 \cos(\alpha-\beta_p). \tag{21}$$

Inlocuind expresia vitezei complexe W_{kp} din (3) obţinem pentru expresia de sub semnul sumă:

$$\text{pr.}\,[W_{kp} e^{i(\beta_p-\beta_k)}] = -\frac{1}{2\pi}\Bigg\{K_k \Delta S_k \Bigg[\sin(\beta_p-\beta_k) + \frac{R_{kp}}{\Delta S_k}\sin(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k)\ln\frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} + (\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p})\frac{R_{kp}}{\Delta S_k}\cos(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k)\Bigg] + \gamma_{0k}\Bigg[\sin\beta_p-\beta_k)\ln\frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} + (\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p})\cos(\beta_p-\beta_k)\Bigg]\Bigg\}. \tag{22}$$

Calculul vitezelor induse este mult uşurat deoarece termenii care intervin în relaţia (22) sînt deja determinaţi prin calculul repartiţiei turbionare care se impune a fi făcut în prealabil.

Pentru a se determina repartiţia vitezelor în toate punctele $M_p (p=1;2;\ldots n)$ se foloseşte aceeaşi expresie (21) modificîndu-se succesiv indicele p.

Calculînd valoarea acestor expresii se vor determina vitezele tangenţiale care pentru un punct oarecare $M_k (k=1;2;\ldots n)$ vor fi de forma:

$$U_{sk}=2\pi V_0 (A_{sk} \sin\alpha + B_{sk} \cos\alpha) \qquad (k=1;\ 2;\ldots n) \tag{25}$$

$$U_{ik}=2\pi V_0 (A_{ik} \sin\alpha + B_{ik} \cos\alpha) \qquad (k=1;\ 2;\ldots n) \tag{26}$$

unde coeficienţii A_{sk}; A_{ik} şi B_{sk} respectiv B_{ik} sînt perfect determinaţi.

In afara celor menţionate pînă aici, prezintă interes încă două caracteristici ale profilului şi anume unghiul de portanţă nulă, respectiv circulaţie nulă, pe care să-l notăm cu α_0 şi unghiul de intrare fără şoc pe care să-l notăm cu α_s.

Conform (8) pentru circulaţia totală Γ avem expresia:

$$\Gamma=2\pi V_0 \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\alpha-\beta_i)$$

unde β_i sînt unghiurile de înclinare ale segmentelor ΔS_i faţă de axa Ox, unghiuri bine determinate în cazul profilului concret. Inlocuindu-se valorile acestor unghiuri în expresia amintită a circulaţiei, vom obţine:

$$\Gamma=2\pi V_0 (A_1' \sin\alpha + A_2' \cos\alpha). \tag{27}$$

In cazul portanţei nule vom avea:

$$2\pi V_0 (A_1' \sin\alpha_0 + A_2' \cos\alpha_0)=0 \tag{28}$$

de unde rezultă unghiul de portanţă nulă

$$\alpha_0=-\operatorname{arctg}\frac{A_2'}{A_1'}. \tag{29}$$

Pentru a determina unghiul intrării fără şoc α_s vom apela la reprezentarea grafică a funcţiei $\gamma(s)$ în funcţie de unghiul de incidenţă α. Ştiindu-se că unghiul α_s corespunde condiţiei ca funcţia turbionară $\gamma(s)$ să se anuleze atît la bordul de fugă cît şi la bordul de atac, prin reprezentarea grafică a funcţiei $\gamma(s)$ se caută pentru ce unghi de incidenţă se va îndeplini această condiţie.

Metoda propusă [1] mai conferă avantajul extinderii rezultatelor obţinute. Să considerăm în acest scop expresia circulaţiei (10) respectiv a portanţei şi să remarcăm faptul că pe lîngă parametrii V_0 şi α mai cuprinde şi valorile unghiului β_i. Soluţia sistemului (4) s-a oferit intenţionat în acest fel, şi astfel o vom oferi şi în exemplul concret ce urmează. Deoarece pentru oscilaţii reduse ale unghiurilor β_i, care după cum uşor se vede aduce după sine modificarea aliurii profilului, coeficienţii A_i din expresia (10) se modifică insensibil, avem posibilitatea aplicării rezultatelor obţinute, unei mulţimi de profile.

Această mulţime este cuprinsă într-un domeniu vecin profilului considerat (fig. 5).

Limitele superioare şi inferioare ale domeniului sînt dictate de oscilaţiile admisibile ale unghiurilor β_i în special ale unghiurilor corespunzătoare segmentelor care suplinesc bordul de fugă şi de atac (β_1 şi β_n) care vor fi cel mai mult rotite.

Presupunînd această zonă stabilită se trasează noul profil care interesează astfel încît să nu se depăşească zona şi se măsoară noua serie de unghiui β_i, care înlocuite în (8) şi (9) ne vor da valorile corespunzătoare ale circulaţiei totale Γ şi ale portanţei P.

B. CALCULUL EFECTIV AL CARACTERISTICILOR HIDRODINAMICE ALE PROFILULUI SUBŢIRE MHT-3

Conform celor amintite şi conform (fig. 2) profilul subţire MHT-3 s-a aproximat cu un contur poligonal format din 5 segmente. Felul cum s-a ales lungimile acestor segmente a fost determinat de aliura funcţiei turbionare $\gamma(s)$ care prezintă la bordul de fugă şi mai ales la bordul de atac variaţii apreciabile.

Metoda comportă rezultate cu atît mai exacte cu cît numărul de segmente alese este mai mare. Noi am considerat suficient numărul de 5 segmente, deoarece prin sporirea lor creşte considerabil volumul de calcul. Ulterior vom vedea că alegerea a numai 4 segmente poate să ne conducă la rezultate aproape identice.

Tot calculul s-a efectuat cu ajutorul maşinii de calculat în scopul înlăturării oricărui dubiu. El s-ar fi putut efectua şi cu rigla, exceptîndu-se eventual rezolvarea sistemului de ecuaţii care în general se efectuează mult mai comod cu maşina de calculat. Pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii s-a aplicat metoda reducerii a lui Gauss.

Toate operaţiile s-au efectuat cu valori exacte pînă la a cincea zecimală a şasea aproximîndu-se. Pentru simplitate, în toate tabelele de rezultate s-au reprodus numai primele 4 zecimale a patra fiind aproximată.

a) **Determinarea repartiţiei turbionare** $\gamma(s)$.

Repartiţia turbionară se va determina aproximativ, rezolvîndu-se sistemul de ecuaţii (2). Pentru cazul celor 5 segmente alese vom dispune de 5 ecuaţii cu 5 necunoscute. Necunoscutele γ_{0k} ($k=1; 2; \ldots 5$) vor reprezenta valorile intensităţilor turbionare corespunzătoare mijloacelor segmentelor alese.

Rezultatele se vor oferi sub 3 forme. Primele rezultate vor fi definite în funcţie de 3 parametri şi anume: V_0; α şi β_i conform expresiei (5), oferindu-se astfel posibilitatea extinderii rezultatelor obţinute la o familie de profile dispusă în zona limitrofă profilului nostru. A doua serie de rezultate va fi concretizată pentru cazul nostru înlocuindu-se valorile corespunzătoare ale unghiurilor β_i ($i=1; 2; \ldots 5$).

In aceste rezultate vor figura doi parametri V_0 şi α.

A treia serie de rezultate va depinde numui de un singur parametru şi anume V_0, calculîndu-se valorile funcţiei turbionare pentru unghiul de incidenţă α variind din două în două grade în intervalul $(-6° \sim +22°)$.

Conform relaţiilor (8) şi (9) se vor calcula apoi circulaţia totală Γ respectiv portanţa P. Unghiul de portanţă nulă α_0 se va determina conform relaţiei (29), iar cel de intrare fără şoc α_s se va aproxima pe diagrama variaţiei funcţiei $\gamma(s)$.

Să considerăm sistemul (2) în cazul a cinci segmente:

$$\sum_{k=1}^{5} \text{pim}\,[W_{kp}\, e^{i(\beta_p-\beta_k)}] = V_0 \sin(\alpha-\beta_p) \qquad (p=1;\ 2;\ldots 5) \tag{30}$$

Inlocuind în (30) expresia vitezei complexe W_{kp} din (3), efectuînd produsul din paranteza patrată şi separînd partea imaginară se va obţine:

$$\sum_{k=1}^{5} \text{pim}\,[W_{kp}\, e^{i(\beta_p-\beta_k)}] = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{5} [F_{kp}(K_k \Delta S_k) + G_{kp}\gamma_{0k}] \qquad (p=1;\ 2;\ldots 5).$$

Revenind la egalitatea (30) se obţine sistemul:

$$\sum_{k=1}^{5} [F_{kp}(\Delta K_k S_k) + G_{kp}\gamma_{0k}] = 2\pi\, V_0 \sin(\alpha-\beta_p) \qquad (p=1;\ 2;\ldots 5) \tag{31}$$

unde:

$$F_{kp} = \cos(\beta_p-\beta_k) + \frac{R_{kp}}{\Delta S_k}\cos(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k)\ln\frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} +$$

$$+(\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)})\frac{R_{kp}}{\Delta S_k}\sin(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k) \tag{32}$$

$$G_{kp} = \cos(\beta_p-\beta_k)\ln\frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} - (\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p})\sin(\beta_p-\beta_k) \tag{33}$$

Expresiile (32) şi (33) sînt perfect determinate de caracteristicile geometrice ale profilului nostru.

Se vor observa în continuare următoarele notaţii:

$P_{k-1}(X_{P_{k-1}};\ Y_{P_{k-1}})$ şi $P_k(X_{P_k};\ Y_{P_k})$ = extremităţile segmentului

$M_k(X_{M_k};\ Y_{M_k})$ = centrul segmentului.

Aceste coordonate pentru cazul profilului MHT-3 s-au reprodus în tabela 1.

Tabela 1

k	0	1	2	3	4	5
X_{P_k}	0	2,5	10	40	90	100
Y_{P_k}	0	1,3	3,65	8,1	2,5	0
X_{M_k}		1,25	6,25	25	65	95
Y_{M_k}		0,65	2,475	5,875	5,3	1,25

Pentru simplificarea expresiilor, aceasta neaducînd după sine nici o modificare a rezultatelor, calculele nu se vor efectua cu valori relative (raportate la coarda C). Astfel vom considera coarda profilului $C=100$ unități de lungime, urmînd a lua în considerare valorile relative numai în interpretarea rezultatelor.

Cunoscînd coordonatele din tabela 1, trecem mai întîi la calculul expresiilor F_{kp} și G_{kp}.

In continuare se va indica metoda de calcul pentru fiecare termen ce intră în expresia amintită (în conformitate cu notațiile fig. 3).

1°) Lungimea segmentului ΔS_k. (Tabela 2)

$$\Delta S_k=\sqrt{(X_{P_k}-X_{P_{k-1}})^2+(Y_{P_k}-Y_{P_{k-1}})^2}. \tag{34}$$

Tabela 2

k	1	2	3	4	5
ΔS_k	2,8178	7,8595	30,3282	50,3126	10,2078

2°) Raza R_{kp}

$$R_{kp}=\sqrt{(X_{M_p}-X_{M_k})^2+(Y_{M_p}-Y_{M_k})^2}. \tag{35}$$

Se observă că:

$$R_{kp}=R_{pk}. \tag{36}$$

Valorile numerice ale raportului $\frac{R_{kp}}{\Delta S_k}$ sînt reproduse în tabela 3.

3°) Raza r_{kp}

$$r_{kp}=\sqrt{(X_{M_p}-X_{P_k})^2+(Y_{M_p}-Y_{M_k})^2} \tag{37}$$

cu observația:

$$r_{kp}\neq r_{pk}.$$

Valorile numerice ale expresiei $\ln\frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}}$ sînt reprezentate în tabela 3.

4°) Argumentul $(\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p})$ în radiani (tabela 3)

Considerînd fig. 3 se poate scrie:

$$\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p}=\operatorname{arctg}\frac{Y_{P_k}-Y_{M_p}}{X_{P_k}-X_{M_p}}-\operatorname{arctg}\frac{X_{P_{(k-1)}}-Y_{M_p}}{X_{P_{(k-1)}}-X_{M_p}}. \tag{38}$$

5°) Unghiul β_k (tabela 4).

$$\beta_k=\operatorname{arctg}\frac{Y_{M_k}-Y_{P_{k-1}}}{X_{M_k}-X_{P_{k-1}}} \tag{39}$$

sau

$$\beta_k=\operatorname{arctg}\frac{Y_{P_k}-Y_{P_{k-1}}}{X_{P_k}-X_{P_{k-1}}}. \tag{40}$$

Tabela 3

p	k	$\frac{R_{kp}}{\Delta S_k}$	$\ln \frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}}$	$\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p}$	p	k	$\frac{R_{kp}}{\Delta S_k}$	$\ln \frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}}$	$\varphi_{kp}-\varphi_{(k-1)p}$
1	1	0	0		4	1	+22,6342	−0,0405	−0,0174
	2	+0,6772	+1,8713	−0,1492		2	+ 7,4837	−0,1294	−0,0339
	3	+0,8018	+1,4506	−0,1410		3	+ 1,3190	−0,7827	−0,1415
	4	+1,2704	+0,8108	−0,1691		4	0	0	
	5	+9,1843	+ 0,1066	−0,0274		5	+ 2,9656	+0,3416	−0,0387
2	1	+1,8890	−0,5369	−0,0734	5	1	+33,2713	−0,0268	−0,0137
	2	0	0			2	+11,2931	−0,0842	−0,0277
	3	+0,6283	+2,1642	−0,1385		3	+ 2,3131	−0,4280	−0,0957
	4	+1,1690	+0,8952	−0,1654		4	+ 0,6017	−2,3753	−0,1211
	5	+8,6951	+0,1131	−0,0267		5	0	0	
3	1	+8,6301	−0,1120	−0,0302					
	2	+2,4246	−0,4149	−0,0533					
	3	0	0						
	4	+0,7951	+1,4568	−0,1991					
	5	+6,8725	+0,1443	−0,0263					

Se preferă expresia (39) deoarece ea intervine şi în calculul de la punctul 4°).

Funcţiile trigonometrice sin şi cos pentru arcele $(\beta_p-\beta_k)$ precum şi valorile acestor arce sînt reproduse în tabela 5.

6°) Argumentul Φ_{kp}.

Pentru determinarea acestui argument vom avea două expresii:

$$\Phi_{kp}=2\pi-\left(\beta_k-\operatorname{arctg}\frac{Y_{M_k}-Y_{M_p}}{X_{M_k}-X_{M_p}}\right) \quad \text{(pentru } k<p\text{)} \tag{41}$$

$$=\pi-\left(\beta_k-\operatorname{arctg}\frac{Y_{M_k}-Y_{M_p}}{X_{M_k}-X_{M_p}}\right) \quad \text{(pentru } k>p\text{)} \tag{42}$$

Tabela 4

k	1	2	3	4	5
β_k	27°28′31″	17°23′50″	8°26′15″	−6°23′27″	−14°2′11″
$\sin \beta_k$	+0,461 365	+0,298 996	+0,146 730	−0,111 311	−0,242 538
$\cos \beta_k$	+0,887 211	+0,954 254	+0,989 177	+0,993 786	+0,970 142

Se remarcă de asemenea că:

$$\Phi_{kp} \neq \Phi_{pk}. \tag{43}$$

Cunoscînd pe Φ_{kp} şi β_k se determină valorile arcelor $(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k)$. Funcţiile trigonometrice de aceste arce (sin şi cos) precum şi valorile arcelor s-au reprodus în tabela 5.

S-a obţinut astfel toate elementele necesare calculului coeficienţilor F_{kp} respectiv G_{kp}. In tabelele 6 şi 7 s-au reprodus valorile lor calculate. Aceste valori se pot obţine cu suficientă comoditate urmînd exemplul oferit în tabela 8 a şi 8 b pentru cazul $p=2$.

Vom trece acum la eliminarea produselor de forma $K_k \Delta S_k$. Pentru aceasta ştim că ne stă la dispoziţie expresia (4).

$$K_k \Delta S_k = -2\gamma_{0k} + 4 \sum_{p=1}^{n-k} (-1)^{p+1} \gamma_{0(k+p)}.$$

Pentru cazul concret $k=2$ vom avea:

$$K_3 \Delta S_3 = -2\gamma_{03} + 4\gamma_{04} - 4\gamma_{05}.$$

Substituind expresia (4) în sistemul de ecuaţii (31) şi efectuînd operaţia de însumare se va obţine sistemul (45) numai în necunoscutele

$$b_{1p}\gamma_{01} + b_{2p}\gamma_{02} + b_{3p}\gamma_{03} + b_{4p}\gamma_{04} + b_{5p}\gamma_{05} = 2\pi V_0 \sin(\alpha - \beta_p) \quad (p=1;\ 2;\ldots 5) \tag{45}$$

unde:

$$\left.\begin{aligned}
b_{1p} &= G_{1p} - 2F_{1p} \\
b_{2p} &= G_{2p} - 2F_{2p} + 4F_{1p} \\
b_{3p} &= G_{3p} - 2F_{3p} + 4F_{2p} - 4F_{1p} \\
b_{4p} &= G_{4p} - 2F_{4p} + 4F_{3p} - 4F_{2p} + 4F_{1p} \\
b_{5p} &= G_{5p} - 2F_{5p} + 4F_{4p} - 4F_{3p} + 4F_{2p} - 4F_{1p} \quad (p=1;\ 2;\ldots 5).
\end{aligned}\right\} \tag{46}$$

Pentru mai multă simplitate reproducem calculul tabelar care ne conduce la expresia unei ecuaţii. Să luăm de pildă, în acest scop, a doua ecuaţie a sistemului (31) respectiv (45), care corespunde lui $p=2$.

Tabela 5

p	k	$\beta_p-\beta_k$	$\sin(\beta_p-\beta_k)$	$\cos(\beta_p-\beta_k)$	$\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k$	$\sin(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k)$	$\cos(\Phi_{kp}+\beta_p-\beta_k)$
1	1	0°	0	+1			
	2	+10°4′41″	+0,174 988	+0,984 571	π+12°44′ 1″	−0,220 416	−0,975 406
	3	+19° 2′16″	+0,326 194	+0,945 303	π+23°0′28″	−0,390 857	−0,920 451
	4	+33°51′58″	+0,557 254	+0,830 342	π+44°25′43″	−0,700 019	−0,714 125
	5	+41°30′42″	+0,662 772	+0,748 822	π+55°54′53″	−0,828 204	−0,560 428
2	1	−10°4′41″	−0,174 988	+0,984 571	2π−17°30′2″	−0,300 714	+0,953 714
	2	0°	0	+1			
	3	+ 8°57′35″	+0,155 741	+0,987 798	π+10°48′ 1″	−0,187 386	−0,982 286
	4	+23°47′17″	+0,403 355	+0,915 043	π+32°55′55″	−0,543 642	−0,839 317
	5	+31°26′1″	+0.521 512	+0,853 244	π+44°41′43″	−0,703 335	−0,710 858
3	1	−19°2′16″	−0,326 194	+0,945 303	2π−34°6′20″	−0,560 718	+0,828 007
	2	−8°57′35″	−0,155 741	+0,987 798	2π−16°4′44″	−0,276 959	+0,960 882
	3	0	0	+1			
	4	+14°49′42″	+0,255 925	+0,966 697	π+20°23′44″	−0,348 498	−0,937 310
	5	+22°28′26″	+0,382 263	+0,924 054	π+32°43′49″	−0,540 685	−0,841 225
4	1	−33°51′58″	−0,557 254	+0,830 342	2π−57°10′11″	−0,840 281	+0,542 151
	2	−23°47′17″	−0,403 355	+0,915 043	2π−38°25′56″	−0,621 589	+0,783 344
	3	−13°49′42″	−0,255 925	+0,966 697	2π−24°5′22″	−0,408 162	+0,912 910
	4	0°	0	+1			
	5	+ 8°38′44″	+0,150 338	+0,988 634	π+14°59′36″	−0,258 708	−0,965 956
5	1	−41°30′42″	−0,662 772	+0,748 822	2π−68°47′13″	−0,932 242	+0,361 836
	2	−31°26′ 1″	−0,521 512	+0,853 244	2π−49°36′20″	−0,761 601	+0,648 045
	3	−22°28′26″	−0,382 263	+0,924 054	2π−34°41′29″	−0,569 156	+0,822 229
	4	−8°38′44″	−0,150 338	+0,988 634	2π−9°56′36″	−0,172 672	+0,984 979
	5	0°	0	+1			

F_{kp} *Tabela 6*

p \ k	1	2	3	4	5
1	+1	−0,2738	−0,1695	−0,0556	−0,0083
2	−0,0244	+1	−0,3642	−0,0684	−0,0092
3	−0,0010	−0,0145	+1	−0,1742	−0,0109
4	−0,0003	−0,0014	−0,0520	+1	−0,0196
5	+0,0019	−0,0008	−0,0160	−0,4316	+1

G_{kp} *Tabela 7*

p \ k	1	2	3	4	5
1	0	+1,8685	+1,4173	+0,7675	+0,0980
2	−0,5415	0	+2,1593	+0,8858	+0,1104
3	−0,1157	−0,4181	0	+1,4592	+0,1439
4	−0,0434	−0,1321	−0,7928	0	+0,3435
5	−0,0291	−0,0862	−0,4321	−2,3655	0

Tabela 8 a

k	$\cos(\beta_2-\beta_k)$	+	$\frac{R_{k2}}{\Delta S_k}$	$\cos(\Phi_{k2}+\beta_2-\beta_k)$	$\ln\frac{r_{k2}}{r_{(k-1)2}}$	−	$\varphi_{k2}-\varphi_{(k-1)2}$	$\frac{R_{k2}}{\Delta S_k}$	$\sin(\Phi_{k2}+\beta_2-\beta_k)$	F_{k2}
1	+0,984 571	−	+1,888 956	+0,953 714	−0,536 897	−	−0,073 416	+1,888 956	−0,300 714	−0,024 364
			0,967 232				0,041 703			
2						−				+1
3	+0,987 798	−	0,628 319	−0,982 286	+2,164 155	−	−0,138 491	+0,628 319	−0,187 386	−0,364 200
			1,335 692				0,016 306			
4	+0,915 043	−	1,169 049	−0,839 317	+0,895 163	−	−0,165 447	+1,169 049	−0,543 642	−0,068 443
			0,878 337				0,105 149			
5	+0,853 244	−	+8,695 125	−0,710 858	+0,113 125	−	−0,026 689	+8,695 125	−0,703 335	−0,009 202
			0,699 227				0,163 219			

Tabela 8 b

k	$\cos(\beta_2-\beta_k)$	$\ln\frac{r_{k2}}{r_{(k-1)2}}$	$-$	$\varphi_{k2}-\varphi_{(k-1)2}$	$\sin(\beta_2-\beta_k)$	G_{k2}
1	+0,984 571	−0,536 897	−	−0,073 416	−0,174 988	−0,541 460
	−0,528 613			0,012 847		
2						0
3	+0,987 798	+2,164 155	+	−0,138 491	+0,155 741	+2,159 317
	+2,137 748			0,021 569		
4	+0,915 043	+0,895 163	+	−0,165 447	+0,403 355	+0,885 847
	+0,819 113			0,066 734		
5	+0,853 244	+0,113 125	+	−0,026 689	+0,521 512	+0,110 442
	+0,096 523			0,013 919		

Vom avea astfel:

$$b_{12}\gamma_{01}+b_{22}\gamma_{02}+b_{32}\gamma_{03}+b_{42}\gamma_{04}+b_{52}\gamma_{05}=2\pi\ V_0\sin(\alpha-\beta_2) \qquad (47)$$

Pentru determinarea expresiei (47) s-a folosit calculul sistematizat în tabela 8c.

Tabela 8 c

b_{21}	$G_{12}-2F_{12}$	−0,492 732
b_{22}	$G_{22}-2F_{22}+4F_{12}$	−2,097 456
b_{23}	$G_{23}-2F_{23}+4F_{22}-4F_{12}$	−6,985 173
b_{24}	$G_{24}-2F_{24}+4F_{23}-4F_{22}+4F_{12}$	−4,531 523
b_{25}	$G_{25}-2F_{25}+4F_{24}-4F_{23}+4F_{22}-4F_{12}$	+5,409 330

S-a obţinut astfel sistemul de ecuaţii din tabela 9. In acelaşi tabel sistemul a fost rezolvat după metoda reducerii a lui Gauss.

Tabela 9

γ_{01}	γ_{02}	γ_{03}	γ_{04}	γ_{05}	$2\pi V_0 \sin(\alpha-\beta_1)$	$2\pi V_0 \sin(\alpha-\beta_2)$	$2\pi V_0 \sin(\alpha-\beta_3)$	$2\pi V_0 \sin(\alpha-\beta_4)$	$2\pi V_0 \sin(\alpha-\beta_5)$
−2	+6,416 180	−3,339 041	+5,296 000	−4,525 238	+1				
−0,492 732	−2,097 456	+6,985 173	−4,531 523	+5,409 330		+1			
−0,113 739	−0,392 987	−2,054 132	+5,861 729	−4,585 128			+1		
−0,042 685	−0,130 572	−0,693 317	−2,203 404	+4,586 071				+1	
−0,032 877	−0,077 164	−0,410 783	−1,556 461	−3,673 292					+1
	−3,678 185	+7,807 799	−5,836 277	+6,524 195	−0,246 366	+1			
	−0,757 872	−1,864 242	+5,560 548	−4,327 780	−0,056 870		+1		
	−0,267 509	−0,622 054	−2,316 434	+4,682 651	−0,021 343			+1	
	−0,182 636	−0,355 894	−1,643 519	−3,598 904	−0,016 439				+1
		−3,473 001	+6,763 084	−5,672 058	−0,006 107	−0,206 045	+1		
		−1,189 904	−1,891 970	+4,208 156	−0,003 425	−0,072 729		+1	
		−0,743 581	−1,353 725	−3,922 855	−0,004 206	−0,049 654			+1
			−4,209 108	+6,151 491	−0,001 335	−0,002 135	−0,342 616	+1	
			−2,801 724	−2,708 449	−0,002 899	−0,005 539	−0,214 103		+1
				−6,803 089	−0,002 010	−0,004 118	+0,013 954	−0,665 634	+1
				$\gamma_{05}=$	+0,000 295	+0,000 605	−0,002 051	+0,097 843	−0,146 992
				$\gamma_{04}=$	+0,000 748	+0,001 391	+0,078 402	−0,094 585	−0,214 825
				$\gamma_{03}=$	+0,002 733	+0,061 049	−0,131 910	−0,343 984	−0,178 271
				$\gamma_{02}=$	+0,072 117	−0,143 416	−0,408 051	−0,406 556	−0,298 280
				$\gamma_{01}=$	−0,271 891	−0,559 701	−0,876 590	−1,201 822	−0,894 552

Conform tabelei 9 şi expresiei 5 soluţiile sistemului vor fi de forma:

$$\gamma_{0k} = 2\pi V_0 \sum_{i=1}^{5} a_{ki} \sin(\alpha - \beta_i) \quad (k = 1;\ 2;\ \ldots 5).$$

Valorile coeficienţilor a_{ki} s-au reprodus în tabela 10.

Tabela 10

k \ i	1	2	3	4	5
1	−0,271 9	−0,559 7	−0,876 6	−1,201 8	−0,894 6
2	+0,072 1	−0,143 4	−0,408 1	−0,406 6	−0,298 3
3	+0,002 7	+0,061 0	−0,131 9	−0,344 0	−0,178 3
4	+0,000 7	+0,001 4	+0,078 4	−0,094 6	−0,214 8
5	+0,000 3	+0,000 6	−0,002 1	+0,097 8	0,147 0

Inlocuindu-se valorile concrete ale unghiurilor β_i se obţin soluţii de forma

$$\gamma_{0k} = 2\pi V_0 (B_k \sin\alpha + D_k \cos\alpha). \tag{48}$$

In tabela 11 se dau valorile coeficienţilor B_k şi D_k.

Tabela 11

k	B_k	D_k
1	−3,7046	+0,0707
2	−1,1699	−0,0481
3	−0,5846	−0,0817
4	−0,2229	−0,0749
5	−0,0466	−0,0248

Pentru circulaţia totală conform 6 şi 8 s-a obţinut:

$$(\Gamma = -2\pi V_0\ (49{,}051\,6 \sin\alpha + 6{,}677\,5 \cos\alpha). \tag{49}$$

Unghiul de portanţă nulă α_0 rezultă din:

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = -\frac{6{,}677\,5}{49{,}051\,6} = -0{,}136\,132$$

deci:

$$\alpha_0 = -7°45'8''. \tag{50}$$

In cazul profilului NACA-8410 s-a obţinut:

$$\alpha_0 = -7°18' \tag{50'}$$

diferenţa este deci inperceptibilă.

In tabela 12 se dau valorile intensităţilor turbionare γ_{0k} $(k = 1; 2; \ldots 5)$ pentru diverse unghiuri de incidenţă, calculate conform (48).

Tot în tabela 12 se dau şi valorile circulaţiei totale pentru diverse unghiuri de incidenţă, iar în fig. 6′ s-a reprezentat curba de variaţie a expresiei $\frac{\Gamma}{2\pi V_0}$ respectiv $\frac{P}{2\pi\rho V_0^2}$.

Variaţia funcţiei turbionare $\gamma(s)$ în lungul arcului s al profilului MHT-3 în funcţie de diferite unghiuri de incidenţă α s-a reprezentat în fig. 6.

Din figura 6 rezultă şi valoarea unghiului de intrare fără şoc α_s care după cum se ştie trebuie să corespundă funcţiei $\gamma(s)$ care se anulează atît la bordul de fugă cît şi la bordul de atac. Aşa după cum rezultă din figură acest unghi are valoarea aproximativă:

$$\alpha_s \approx 2°. \tag{50''}$$

Pentru profilul NACA-8410 s-a obţinut aceeaşi valoare.

Remarcăm faptul că funcţia turbionară corespunzătoare unghiului de intrare fără şoc γ (s, α_s) este de aliură quasiparabolică. Ţinem să insistăm asupra acestui fapt deoarece deseori în literatura de specialitate, se acceptă fără nici o justificare o repartiţie turbionară de formă eliptică şi mai mult, deseori această repartiţie se consideră tot timpul de valoare nulă în dreptul bordului de atac, ceea ce după cum s-a justificat prin calculul de mai sus nu are loc decît în cazul intrării fără şoc.

b) **Determinarea repartiţiei vitezelor pe intradosul şi extradosul profilului MHT-3.**

Potrivit relaţiei (21) viteza corespunzătoare punctului M_p centrul segmentului ΔS_p rezultă din relaţia:

$$U_p = \sum_{k=1}^{5} \mathrm{pr}\,[W_{kp} e^{i(\beta_p - \beta_k)}] + V_0 \cos(\alpha - \beta_p) \qquad (p = 1; 2; \ldots 5).$$

Conform (22) ea se poate pune sub forma:

$$U_p = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{5} [F'_{kp}(K_k \Delta S_k) + G'_{kp}\gamma_{0k}] + V_0 \cos(\alpha - \beta_p) \qquad (p = 1; 2; \ldots 5) \tag{51}$$

unde:

$$F'_{kp} = \sin(\beta_p - \beta_k) + \frac{R_{kp}}{\Delta S_k} \sin(\Phi_{kp} + \beta_p - \beta_k) \ln \frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} +$$

$$+ (\varphi_{kp} - \varphi_{(k-1)p}) \frac{R_{kp}}{\Delta S_{kp}} \cos(\Phi_{kp} + \beta_p - \beta_k) \tag{52}$$

Tabela 12

α	$\gamma_{01}/2\pi V_0$	$\gamma_{02}/2\pi V_0$	$\gamma_{03}/2\pi V_0$	$\gamma_{04}/2\pi V_0$	$\gamma_{05}/2\pi V_0$	$\Gamma/2\pi V_0$
−7°45′8″	+0,5697	+0,1101	−0,0021	−0,0442	−0,0183	0
− 6°	+0,4575	+0,0744	−0,0201	−0,0512	−0,0198	− 1,5136
− 4°	+0,3289	+0,0336	−0,0407	−0,0592	−0,0215	− 3,2397
− 2°	+0,2000	−0,0073	−0,0612	−0,0671	−0,0231	− 4,9616
0°	+0,0707	−0,0481	−0,0817	−0,0749	−0,0248	− 6,6775
+ 2°	−0,0587	−0,0889	−0,1020	−0,0826	−0,0264	− 8,3853
+ 4°	−0,1879	−0,1296	−0,1223	−0,0903	−0,0280	−10,0828
+ 6°	−0,3170	−0,1701	−0,1423	−0,0978	−0,0295	−11,7682
+ 8°	−0,4456	−0,2105	−0,1623	−0,1052	−0,0310	−13,4393
+10°	−0,5737	−0,2505	−0,1820	−0,1125	−0,0325	−15,0937
+12°	−0,7011	−0,2903	−0,2014	−0,1196	−0,0339	−16,7300
+14°	−0,8277	−0,3297	−0,2207	−0,1266	−0,0353	−18,3459
+16°	−0,9532	−0,3687	−0,2397	−0,1334	−0,0367	−19,9151
+18°	−1,0776	−0,4073	−0,2583	−0,1401	−0,0380	−21,5085
+20°	−1,2007	−0,4453	−0,2767	−0,1466	−0,0392	−23,0515

$$G'_{kp} = \sin(\beta_p - \beta_k) \ln \frac{r_{kp}}{r_{(k-1)p}} + (\varphi_{kp} - \varphi_{(k-1)p}) \cos(\beta_p - \beta_k). \tag{53}$$

Deoarece termenii conţinuţi de aceste expresii sînt deja calculaţi, operaţiile ce se impun în continuarea calculului sînt relativ simple. Pentru aceasta se apelează la un calcul tabelar similar celui reprodus de tabelele 8a şi 8b. In acest mod s-au obţinut pentru funcţiile F'_{kp} şi G'_{kp} valorile reproduse în tabelele 13 şi 14.

F'_{kp} *Tabela 13*

p \ k	1	2	3	4	5
1	+1	−0,0058	−0,0244	−0,0104	−0,0066
2	−0,0023	+1	−0,0136	−0,0032	−0,0053
3	−0,0004	−0,0014	+1	+0,0007	−0,0039
4	+0,0002	−0,0001	−0,0050	+1	−0,0002
5	+0,0023	−0,0003	−0,0007	+0,0247	+1

G'_{kp} *Tabela 14*

p \ k	1	2	3	4	5
1	0	+0,1805	+0,3399	+0,3114	+0,0501
2	+0,0217	0	+0,2002	+0,2097	+0,0362
3	+0,0080	+0,0119	0	+0,1803	+0,0311
4	+0,0081	+0,0212	+0,0635	0	+0,0130
5	+0,0075	+0,0203	+0,0752	+0,2374	0

De astă dată cunoaştem şi valorile produselor de forma $K_k \Delta S_k$ ($k = 1$; 2; ... 5), care calculate conform relaţiei (4) ne-au condus la tabelul de valori (15), unde după cum se vede figurează parametrii α şi V_0.

Cu aceste valori cunoscute se procedează la calculul sumei din (51), ţinîndu-se seama de duplicitatea semnului expresiei W_{pp}.

Se obţin astfel expresiile de forma (25) şi (26)

$$U_{sk} = 2\pi V_0 (A_{sk} \sin \alpha + B_{sk} \cos \alpha)$$

$$U_{ik} = 2\pi V_0 (A_{ik} \sin \alpha + B_{ik} \cos \alpha)$$

$K_p \Delta S_k$ *Tabela 15*

$K_1 \Delta S_1 =$	$2\pi V_0 (4{,}363 \sin \alpha - 0{,}2075 \cos \alpha)$
$K_2 \Delta S_2 =$	$2\pi V_0 (0{,}7065 \sin \alpha - 0{,}0300 \cos \alpha)$
$K_3 \Delta S_3 =$	$2\pi V_0 (0{,}4640 \sin \alpha - 0{,}0371 \cos \alpha)$
$K_4 \Delta S_4 =$	$2\pi V_0 (0{,}2595 \sin \alpha + 0{,}0507 \cos \alpha)$
$K_5 \Delta S_5 =$	$2\pi V_0 (0{,}0931 \sin \alpha + 0{,}0496 \cos \alpha)$

Coeficienţii A_{sk} şi B_{sk} respectiv A_{ik} şi B_{ik} sînt reproduşi în tabelele 16 şi 17.

Tabela 16

k	A_{sk}	B_{sk}
1	+12,5942	+0,7261
2	+ 4,2358	+1,1362
3	+ 2,0701	+1,2600
4	+ 0,6826	+1,2348
5	+ 0,0359	+1,0715

Tabela 17

k	A_{ik}	B_{ik}
1	−10,6708	+1,1699
2	− 3,1110	+0,8340
3	− 1,6011	+0,7470
4	− 0,7170	+0,7644
5	− 0,2564	+0,9159

In tabela 18 s-au reprodus valorile vitezelor de pe extradosul şi intradosul paletei pentru diverse unghiuri de incidenţă.

In fig. 7 sau reprodus curbele de variaţii ale vitezelor repartizate pe extradosul şi intradosul profilului MHT-3, pentru diferite unghiuri de incidenţă.

Curbele de repartiţia vitezelor prezintă un deosebit interes în privinţa caracterizării profilului din punct de vedere al cavitaţiei pentru diverse regimuri de scurgere.

Curbele respectiv valorile obţinute pentru repartiţia vitezelor, în cazul profilului MHT-3, se îndepărtează în parte de valorile corespunzătoare profilului NACA-8410. Aceasta se explică prin faptul că profilul NACA-8410 este un profil de grosime finită iar pentru calculul repartiţiei vitezelor s-a luat în considerare o funcţie de surse şi absorbţii menite să suplinească în mod teoretic grosimea profilului. Deci valorile obţinute pentru viteze corespund repartiţiei pe suprafaţa propriuzisă a profilului şi nu pe schelet.

Tabela 18

	k \ α°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°
$U_{sk}/2\pi V_0$	1	+1,1652	+1,6028	+2,0386	+2,4718	+2,9020	+3,3287	+3,7514	+4,1694
	2	+1,2834	+1,4289	+1,5728	+1,7147	+1,8545	+1,9921	+2,1272	+2,2598
	3	+1,3315	+1,4014	+1,4695	+1,5359	+1,6004	+1,6629	+1,7264	+1,7818
	4	+1,2578	+1,2794	+1,2994	+1,3178	+1,3345	+1,3497	+1,3632	+1,3751
	5	+1,0721	+1,0714	+1,0694	+1,0661	+1,0615	+1,0556	+1,0484	+1,0399
$U_{ik}/2\pi V^0$	1	+0,7968	+0,4227	+0,0481	−0,3266	−0,7008	−1,0742	−1,4464	−1,8167
	2	+0,7250	+0,6150	+0,5043	+0,3930	+0,2812	+0,1690	+0,0566	−0,0558
	3	+0,6907	+0,6335	+0,5756	+0,5169	+0,4577	+0,3978	+0,3375	+0,2768
	4	+0,7389	+0,7125	+0,6853	+0,6572	+0,6283	+0,5986	+0,5683	+0,5372
	5	+0,9064	+0,8958	+0,8841	+0,8713	+0,8575	+0,8426	+0,8267	+0,8097

BIBLIOGRAFIE

1. A. Bărglăzan și O. Popa, Contribuții la teoria turbionară a profilelor subțiri. Buletinul Acad. R.P.R. Sesiunea științifică generală, 30.I.1958, Timișoara.
2. Birnbaum, *Die tragende Wirbelfläche als Hilfsmittel zur Behandlung des ebenen Problems der Tragflügeltheorie,* ZAMM 1923, vol. 3.
3. H. Schlichting, Berechnung der reibungslosen in kompressiblen Strömung für ein Vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Forsch.-Heft, 447, Düsseldorf, 1955.
4. Lothar Speidel und Norbert Scholtz, Untersuchungen über die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern, VDI-Forsch-Heft, 464, Düsseldorf, 1957.

LA DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES HYDRODINAMIQUE D'UN NOUVEAU PROFIL MINCE (M.H.T.-3)

(RESUMÉ)

On applique une méthode originale [1] de détermination de la distribution des intensités tourbillonnaires le long du squelette d'un nouveau profil mince (M.T.H-3). Pour vérifier la valabilité de la méthode (1) aussi dans les domaines de variation restreinte de la courbure et de l'angle d'incidence, on a considéré l'allure du profil mince identique avec l'allure

du squelette du profil d'eppaisseur finie (N.A.C.A. 8410). Le dernier profil a été calculé selon la méthode Birnbaum ; il est connu que cette méthode n'offre pas de garantie suffisante en cas de courbures et d'angles d'incidence exagéres. Pour ce domaine on propose la méthode mentionée là-dessus (1).

En comparant les résultats, respectivement l'angle de portance nulle (50) et l'angle d'entrée sans choc (50″), avec les angles respectifs, correspondants au profil N.A.C.A. 8410, on remarque une correspondance satisfaisante, pareille à celle de l'angle d'entrée sans choc.

A l'aide de la méthode 1, on détermine les caractéristiques hydrodinamiques du profil M.H.T.-3, respectivement la distribution tourbillonnaire (fig. 6), la distribution des vitesses (fig. 7) et la portance (fig. 6).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НОВОГО ТОНКОГО ПРОФИЛЯ (М. Н. Т. — 3)

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Применяется оригинальный метод [1] для определения вихревых напряжения вдоль остова нового тонкого профиля М. Н. Т. — 3.

Для того чтобы можно было проверить пригодность метода [1] в зоне сокращенной вариации изгиба и угла падения, алюра тонкого профиля была выбрана такой-же как алюра остова профиля конечной толщины NACA—8410.

Последний профиль был расчитан по методу Бирнбаума, который, как известно, не дает достаточных гаранций в случае изгибов и углов падения большой величины. В этой области предлагается применение указанного метода [1].

Сравнивая результаты, т. е. угол нулевого направления и входной безударный угол (50) с углами соответствующими профилю NACA—8410 замечаются удовлетворительное приближение или даже соответствие со случаем безударного угла.

При помощи метода [1] определяются характеристики профиля М. Н. Т.—3 соответственно вихревое распределение скоростей (фиг. 7) и наклон (фиг. 6).

x/c%	0	1,5	2,5	5	7,5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	100
y/c%	0	1	1,3	2,3	2,9	3,65	5	6,1	7,5	8,1	7,8	7,1	6	4,5	2,5	1,3	0

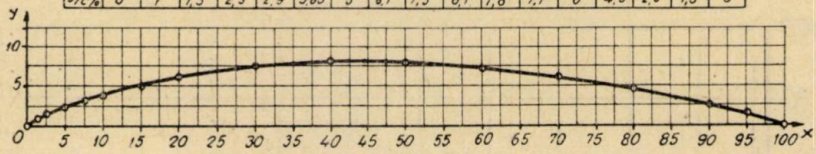


Fig. 1.

K	0	1	2	3	4	5
x_{P_K}	0	2,5	10	40	90	100
y_{P_K}	0	1,3	3,65	8,1	2,5	0

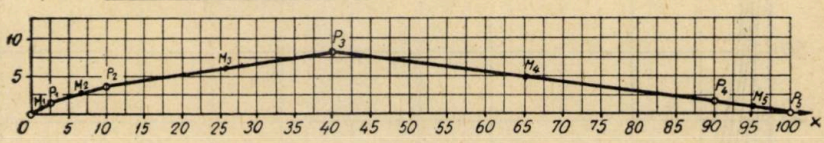


Fig. 2.

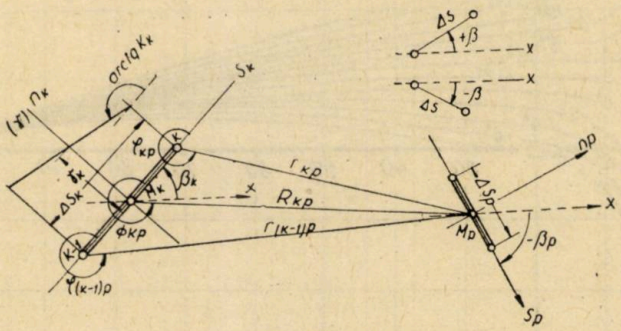


Fig. 3.

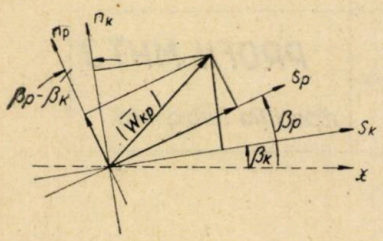


Fig. 4.

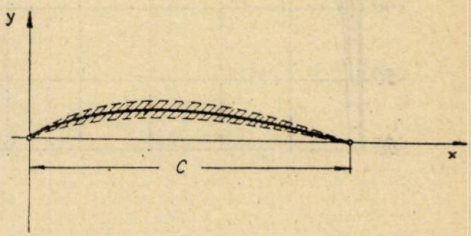


Fig. 5.

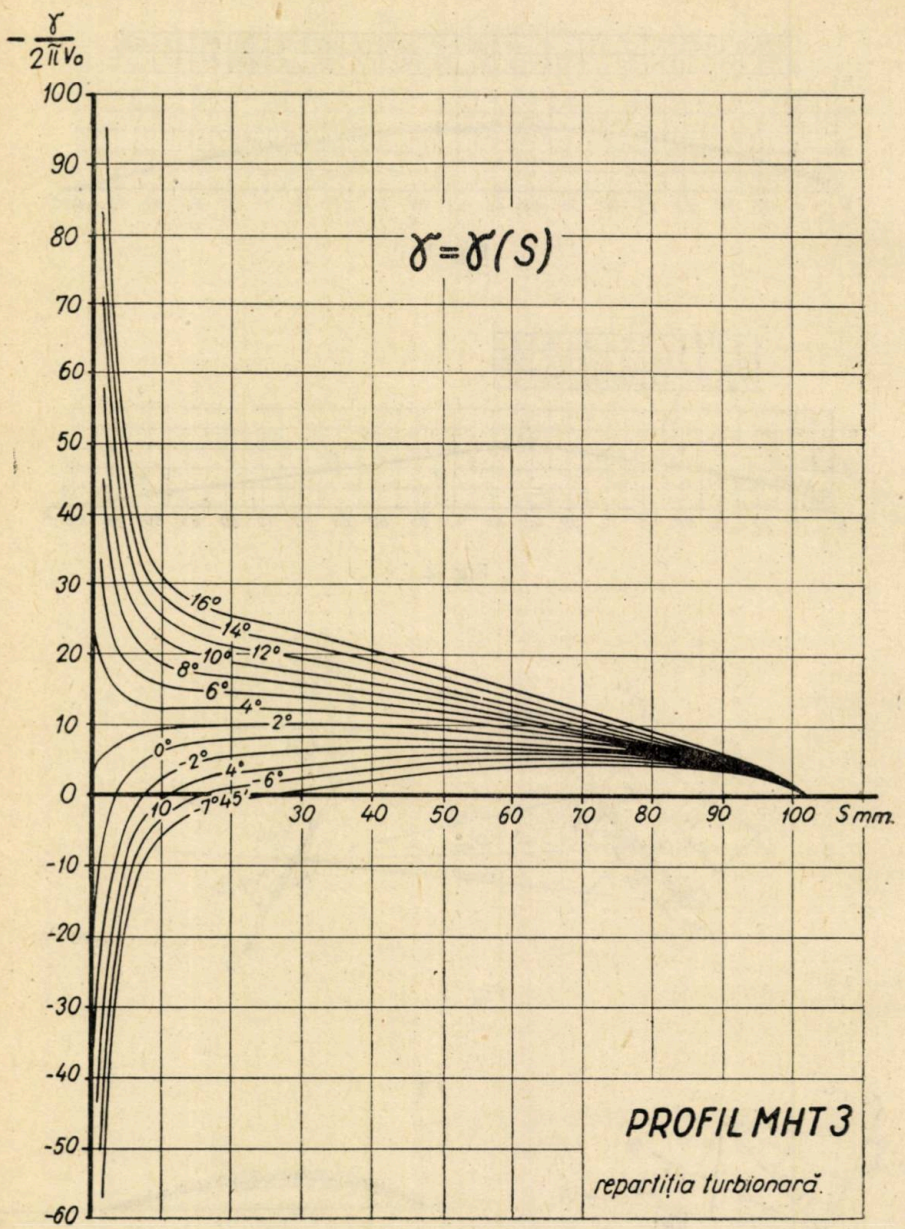

$-\frac{\gamma}{2\pi V_0}$
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
$\gamma=\gamma(S)$
16°
14°
12°
10°
8°
6°
4°
2°
0°
-2°
-4°
-6°
-7°45'
10
30
40
50
60
70
80
90
100
S mm.
PROFIL MHT 3
repartiţia turbionară.

Fig. 6.

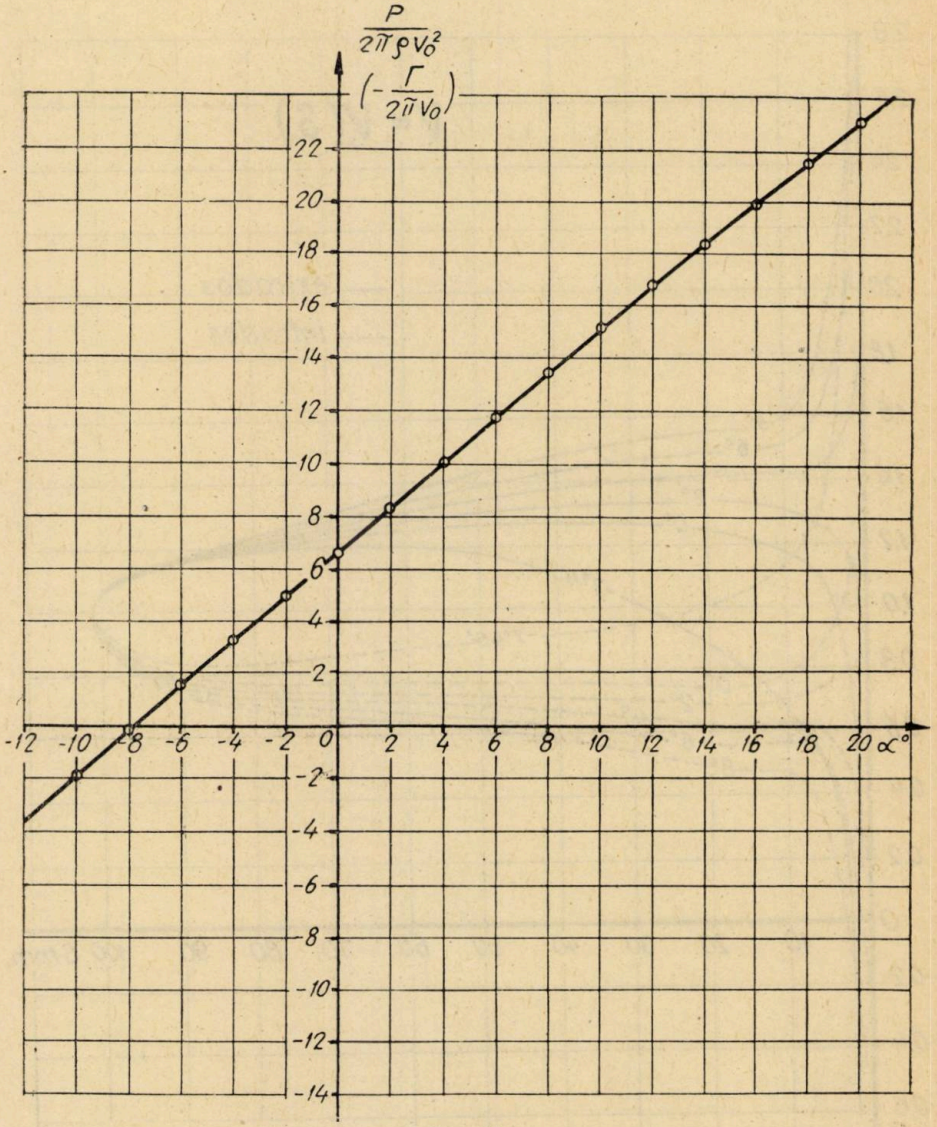

$\frac{P}{2\pi\rho V_0^2}$
$\left(-\frac{\Gamma}{2\pi V_0}\right)$
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
-12 -10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 α°

Fig. 6′.

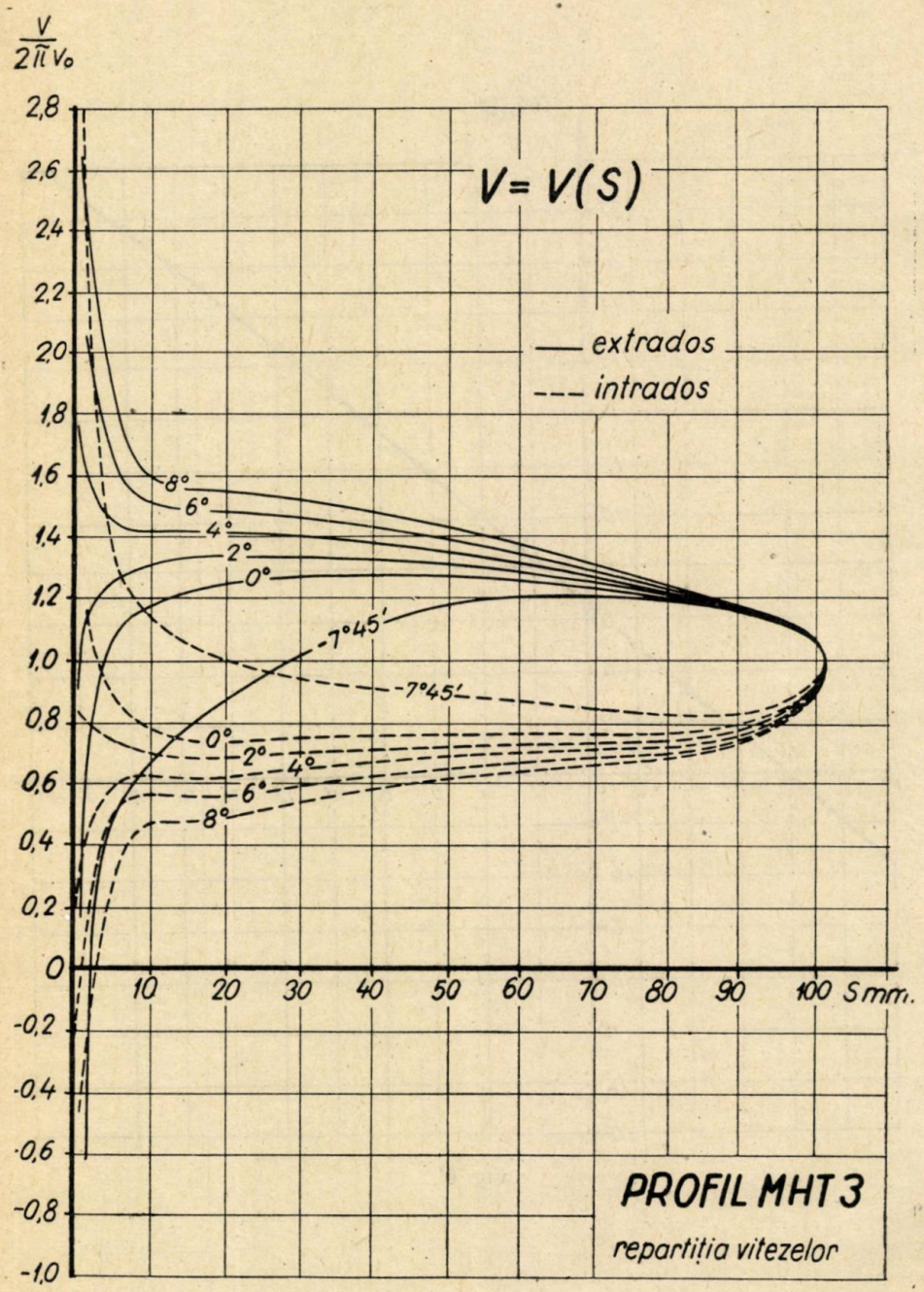

V/2πV₀
V= V(S)
extrados
intrados
8°
6°
4°
2°
0°
-7°45'
-7°45'
0°
2°
4°
6°
8°
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1,0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
S mm.
PROFIL MHT 3
repartiția vitezelor

Fig. 7.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CARACTERISTICILE DE CAVITAŢIE ALE UNUI ROTOR DE POMPA CENTRIFUGĂ CU PALETE DE LUNGIMI DIFERITE

DE

I. ANTON, I. PREDA, V. ANTON şi F. GYULAI

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Paleta rotorului de pompă este elementul activ prin intermediul căruia se face transformarea de energie de la rotor la apă. De aceea forma paletei a fost studiată sub toate aspectele ei şi rezultatele cercetărilor arată că stadiul actual al acestei probleme este destul de avansat.

Rămîne deschisă însă problema determinării numărului paletelor rotorului, a cărei soluţionare necesită încă multe cercetări.

La ora actuală, alegerea numărului de palete se face pe baza analizei comportării pompelor existente, urmărind îmbunătăţirea randamentului acestora. Exemplele de mai jos, citate din literatura de specialitate, oglindesc clar acest lucru.

De exemplu Pak şi V. G. Geier [1] afirmă :

„Practica construcţiilor de pompe a stabilit că este raţional să se adopte următorul număr de palete în funcţie de n_s:

n_s	40÷60	60÷180	180÷250
z	9	8	6

Referindu-se la aceeaşi problemă, C. Pflederer [2] afirmă :

„Alegerea unui număr mic de palete însemnează o suprafaţă de frecare mică şi simplifică execuţia. Dar prin aceasta se măreşte presiunea pe paletă, creşte diferenţa de viteză pe cele două feţe ale paletei şi ca urmare creşte şi dubla transformare de viteză care este strîns legată de presiune. În consecinţă, se măresc zonele de desprindere şi pierderile prin desprindere. De aci se deduce că creşterea de presiune micşorează capacitatea de aspiraţie, mărind pericolul de cavitaţie".

Acelaşi lucru îl afirmă şi A. A. Lomakin [3]:

„Valoarea căderii dinamice de presiune, în cazul intrării fără şoc este:

$$\Delta h_l = \frac{u_1^2}{2g}\left[\frac{1}{\cos^2\beta_1}\left(1+\frac{x_1\pi}{z}\sin 2\beta_1\right)^2-1\right].$$

Această relaţie ne arată că pericolul de cavitaţie creşte cu reducerea numărului paletelor".

Problema influenţei numărului paletelor asupra caracteristicilor de funcţionare ale pompelor centrifuge şi mai ales asupra caracteristicilor cavitaţionale ale lor ne preocupă de cîţiva ani şi am publicat unele rezultate obţinute pînă acum în acest sens.

Cercetările au fost făcute în Laboratorul de maşini hidraulice a Institutului Politehnic din Timişoara pe trei rotori de pompă identici cărora le-am variat numărul de palete realizînd trei alternative cu $z=4$, 12 şi 24 palete. Un rezultat surprinzător şi care contrazice părerile autorilor citaţi mai sus a fost acela că rotorul cu patru palete s-a comportat cel mai bine din punct de vedere cavitaţional [7], deci numărul mic de palete este foarte indicat pentru rotorii care lucrează la sarcini mari de aspiraţie. Dezavantajul acestor rotori este că la aceeaşi turaţie dau o sarcină mai mică, întrucît se resimte mult influenţa numărului finit de palete. Deci pentru a realiza aceeaşi sarcină pe care o dă un rotor cu număr mare de palete la aceeaşi turaţie, va trebui să mărim dimensiunile rotorului.

Analizînd aceste proprietăţi am ajuns la concluzia că deoarece calităţile cavitaţionale ale rotorilor sînt determinate de elementele constructive de la intrare [2], [4] iar influenţa numărului finit de palete este determinată de elementele de la eşire [2], un rotor cu palete puţine la intrare şi palete multe la eşire se va comporta bine din ambele puncte de vedere.

Ideea construirii unui rotor cu două feluri de palete: unele lungi şi altele scurte, nu este nouă în literatură dar justificarea ei se referă numai la posibilităţile tehnologice de execuţie pe de o parte şi la rezolvarea problemei obstrucţiei la intrare pe de altă parte. În acest sens, I. G. Esman [5] spune:

„... numărul paletelor depinde de turaţia specifică şi se poate lua conform tabelei:

n_s	50÷60	60÷180	180÷350	350÷580
z	9 5÷6 lungi 5÷6 scurte	8	6	5

Şi mai departe:

„Cu micşorarea lui n_s se măreşte distanţa dintre paletele rotorului şi creşte diferenţa de presiuni şi viteze de pe dosul şi faţa paletei. De aceea regimul de lucru al rotorului diferă de regimul presupus în cazul numără-

lui infinit de palete. Din această cauză, la turaţii specifice mici, va trebui să mărim numărul paletelor, dar această mărire este limitată de diametrul da la intrare D_s, relativ mic. Un număr mare de palete (mai mult de 8), la n_s mic, va acoperi canalele de la intrare şi va micşora simţitor mărimea suprafeţei efective de la intrare în rotor. De aceea la $n_s < 60$ se utilizează palete scurte şi lungi (5÷6 palete scurte şi 5÷6 palete lungi)".

Interpretarea dată de C. Pfleiderer [6] este următoarea:

„Pentru a majora sarcina teoretică H_{th} fără a reduce secţiunea de la intrare în rotor se utilizează cîteodată palete scurte intermediare care pornesc de la periferie însă nu ajung aşa departe ca paletele principale. Acţiunea lor este mai proastă ca a paletelor principale datorită faptului că lungimea lor redusă face dificilă formarea unei diferenţe de presiune importantă din cauza efectului de întoarcere a curentului".

Dată fiind neconcordanţa dintre afirmaţiile de mai sus şi presupunerile noastre am recurs la arbitrajul laboratorului. Am realizat deci un rotor, identic ca dimensiuni cu cei trei rotori cunoscuţi dar avînd 4 palete la intrare şi 12 palete la eşire (fig. 1). Acest rotor se va comporta foarte bine în condiţii grele de aspiraţie, conducînd totodată apa în bune condiţii spre periferie. Din punct de vedere constructiv cele 8 palete scurte au cam jumătate din lungimea paletelor normale şi spre deosebire de acestea care au muchia de intrare rotunjită, intrarea lor este mai ascuţită pentru evitarea şocurilor.

Rotorul astfel construit a fost încercat după metoda cunoscută în staţiunea de încercare a pompelor centrifuge, fiind introdus în pompa cu pereţi transparenţi cu caracteristicile: $Q = 15$ l/s, $H = 25$ m, $n = 1\,450$ rot/min. Pentru determinarea caracteristicilor de cavitaţie s-au făcut măsurătorile în două etape:

a) S-au menţinut constante caracteristicile de la aspiraţie prin poziţia fixă a vanei de la aspiraţie şi s-a variat treptat debitul cu vana de la refulare. S-au trasat astfel curbele $A_1, A_2, \ldots$ avînd ca parametru poziţia vanei de la aspiraţie.

b) La aceeaşi poziţie a vanei de la refulare s-au variat condiţiile de la aspiraţie, obţinîndu-se curbele $R_1, R_2, \ldots$, cu poziţia vanei de la refulare ca parametru.

Cele două familii de curbe oferă posibilitatea unui control riguros al măsurătorilor. Prin pereţii transparenţi ai pompei şi rotorului s-a putut urmări apariţia şi desfăşurarea fenomenului de cavitaţie.

În cele ce urmează interpretăm rezultatele măsurătorilor comparîndu-le cu măsurătorile făcute asupra a doi rotori obişnuiţi cu 4, respectiv 12 palete.

În figura 2 sînt date curbele universale ale rotorului cu palete scurte şi lungi.

În comparaţie cu rotorii cu $z = 4$ şi $z = 12$ palete [7] se observă că randamentul total se menţine în jurul aceloraşi valori iar zona de funcţionare normală are loc pentru variaţii mari de debit şi se aseamănă cu zona de funcţionare a rotorului cu patru palete.

Din analiza fig. 3 unde avem reprezentate curbele $H=f(Q)$ ne putem da seama de comportarea rotorului cu palete inegale în comparaţie cu rotorii cu 4, respectiv 12 palete, pentru care de asemenea avem reprezentate curbele $H=f(Q)$ la diferite turaţii ($n=1\,100$, $1\,300$, $1\,450$ şi $1\,600$ rot/min). La toate aceste turaţii rotorul încercat creează o sarcină mai mare decît rotorul cu 4 palete, apropiată de a rotorului cu 12 palete la debite $Q<Q_n$. Pentru debite mai mari decît Q_n sarcinile create de rotorul cu palete de lungimi diferite sînt categoric mai mari decît a rotorului cu 12 palete.

Faptul că cei doi rotori ($z=12$ şi $z=4+8$) creează aproximativ aceeaşi sarcină vine în sprijinul ipotezei de calcul că presiunea pe paletă scade brusc la eşire şi devierea liniilor de curent se localizează în această zonă.

Pentru a vedea comportarea rotorului la sarcini mari de aspiraţie s-au trasat curbele din fig. 4 *a, b, c, d,* unde se disting curbele de funcţionare în regim de cavitaţie pentru turaţiile $n=1\,100$, $1\,300$, $1\,450$ şi $1\,600$ rot/min.

Se poate urmări din figură cum la creşterea sarcinii de aspiraţie regimul de funcţionare al pompei devine anormal. Pompa intră în cavitaţie şi curba $H=f(Q)$ se desprinde de curba normală de funcţionare. Ramura desprinsă are o pantă cu atît mai mare cu cît debitul la care se face desprinderea este mai mic.

Acelaşi fenomen se remarcă şi la curbele de randament, cu deosebirea că aici desprinderea ramurei corespunzătoare funcţionării în cavitaţie se face ceva mai tîrziu.

Funcţionarea rotorului în cavitaţie este însoţită de zgomotele şi vibraţiile caracteristice, mai pronunţate la acest rotor decît la cei obişnuiţi, datorită faptului că bulele de vapori se ciocnesc de vîrful paletelor scurte şi se condensează mai repede ca la ceilalţi rotori dînd naştere la supraprecsiuni mari. În ceea ce priveşte forma bulelor de vapori se distinge şi aici o diferenţă în sensul că la rotorii obişnuiţi vaporii sînt concentraţi în zone inelare, concentrice cu axul rotorului, pe cînd la rotorul cu palete de lungimi diferite bulele de vapori se înşiră în forma unor fire, urmînd traiectoriile absolute.

Diagramele de mai sus au servit la trasarea curbelor $H=f(Q)$ cu sarcina de aspiraţie ca parametru, în regim de cavitaţie (fig. 5 *a, b, c, d*) unde :

$$H_{sv\,max}=H_{gs\,max}+h_{p_{A-0}}+\frac{v_0^2}{2g}=H_{s\,max}+\frac{v_0^2}{2g}. \qquad (1)$$

Curbele de egal randament trasate pe aceeaşi figură scot în evidenţă faptul că randamentele maxime se obţin la debite diferite de cele corespunzătoare unei sarcini mari de aspiraţie.

Din curbele $H_{sv\,max}=f(Q)$ reprezentate în fig. 6 pentru diferite turaţii rezultă că sarcina maximă de aspiraţie se realizează în apropierea debitului nominal şi scade la debite mai mici sau mai mari decît Q_n.

În ceea ce priveşte aliura curbelor $H_{sv\,max}=f(Q)$ ea se apropie de a rotorului cu 4 palete, curbele fiind foarte plate. Acest lucru apare mai

evident din fig. 7 unde am reprezentat curbele $H_{sv\,max}=f(Q)$ pentru cei trei rotori pe care îi comparăm, la turația $n=1\,450$ și unde curba rotorului cu palete de lungimi diferite se suprapune peste cea a rotorului cu 4 palete.

Se mai impune să cunoaștem caracteristicile interioare de cavitație, $\Delta h_i=f(Q)$ ale rotorului studiat întrucît curbele $H_{sv\,max}=f(Q)$ depind atît de condițiile exterioare cît și de cele interioare pompei.

În acest sens am stabilit că în momentul începerii cavitației [4] avem :

$$H_{s\,max}=A-A_t-\Delta h_i \tag{2}$$

și

$$H_{sv\,max}=A-A_t-\Delta h_i+\frac{v_0^2}{2g} \tag{3}$$

unde :

$H_{s\,max}=H_{g\,s\,max}+h_{p\,s}$ = sarcina statică de aspirație,

A = presiunea atmosferică în metri coloană de apă,

A_t = presiunea de vaporizare a lichidului,

Δh_i = căderea dinamică de presiune

$$\Delta h_i=\frac{w_M^2-u_M^2}{2g}-\frac{w_0^2-u_0^2}{2g}+\frac{v_0^2}{2g}+aD_s+h_{p_{0-M}}. \tag{4}$$

Același Δh_i din relația (3) va fi egal cu :

$$\Delta h_i=A-A_t-H_{sv\,max}+\frac{v_0^2}{2g}. \tag{5}$$

Pe baza rezultatelor măsurătorilor am putut calcula căderea dinamică de presiune Δh_i (s-a înregistrat tot timpul temperatura aerului și a apei precum și presiunea atmosferică), reprezentînd tot în fig. 6 curbele $\Delta h_i=f(Q)$. Aceleași curbe, pentru toți trei rotorii, sînt date în fig. 7 la turația $n=1\,450$ rot/min. Observăm și de data aceasta o perfectă concordanță a curbei $\Delta h_i=f(Q)$ corespunzătoare rotorului cercetat cu aceeași curbă a rotorului cu 4 palete.

Acest rezultat care confirmă concluziile stabilite într-o lucrare anterioară [4] referitoare la influența diferitelor elemente constructive de la intrare asupra comportării pompei la cavitație justifică construcția de rotori cu palete de lungimi diferite pentru scopurile enunțate.

În încheiere dăm valorile coeficientului de cavitație pentru rotorul încercat în comparație cu cele teoretice calculate cu relația [8] :

$$\sigma_{i\,min}=4\cdot10^{-4}(1-\varphi_0)^{\frac{4}{3}}\left[k_p+\frac{\varphi_0^2-k_u}{(1-\varphi_0)^2}\right]^{\frac{2}{3}}(1+k_p)^{\frac{1}{3}}\cdot n_s^{\frac{4}{3}}+\frac{aD_s}{H}+\frac{h_{p_{0-M}}}{H} \tag{6}$$

unde introducînd valorile medii :

$$k_p\cong0{,}3;\quad k_u\cong0;\quad \varphi_0\cong0;\quad k=1-(d/D)^2=0{,}855$$

obţinem :

$$\sigma_{i\,min} \cong 2{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot n_s^{\frac{4}{3}} = 2{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 58^{\frac{4}{3}} = 0{,}05. \qquad (7)$$

În tabela 1 sînt trecute valorile coeficientului de cavitaţie $\sigma_{i\,min}$ determinat experimental şi prin calcul pentru turaţia $n = 1\,450$ rot/min.

Tabela 1

z	4	4 lungi 8 scurte	12
Q l/s	10,2	10,4	11,3
Hm	22,3	25,1	26,2
$\Delta h_{i\,min}$m	1,62	1,86	2,33
$\sigma_{i\,min\,exp}$	0,0725	0,0742	0,0825
$\sigma_{i\,min\,teor}$	0,05	0,05	0,05

CONCLUZII

Pe baza măsurătorilor efectuate am stabilit următoarele :

1. Caracteristicile de cavitaţie ale pompelor centrifuge sînt determinate numai de elementele de la intrare.

2. Reducerea sarcinii, pentru cazul numărului infinit de palete, la sarcina teoretică corespunzătoare curentului real din rotor depinde în cea mai mare măsură de elementele de la eşire din rotor.

Deci un rotor de dimensiuni economice cu calităţi anticavitaţionale va avea palete puţine la intrare şi mai multe palete la eşire.

BIBLIOGRAFIE

1. V. S. Pak şi V. G. Geier, *Rudnicinîe ventilatornîe i vodotivnîe ustanovki.* Ugletehizdat, Moscova, 1950, pag. 331—332.
2. C. Pfleiderer, *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase,* Springer Verlag, Berlin, 1955, pag. 149.
3. A. A. Lomakin, *Tentrobejnîe i propellernîe nasosî,* Maşghiz, Moscova, 1950, pag. 183.
4. I. Anton, Sarcina maximă de aspiraţie la pompe. Curbe caracteristice de cavitaţie, Studii şi cercetări ştiinţifice, Academia R.P.R., Baza Timişoara, 1957, tom. IV, nr. 1—2.
5. I. G. Esman, *Tentrobejnîe nasosî dlia neftianoi promîşlenostî.* Gostoptehizdat, Moscova, 1951, pag. 48.
6. C. Pfleiderer, *Les pompes centrifuges.* Traduit par L. Bergeron, Dunod, Paris, 1929, pag. 244.
7. I. Anton, I. Preda, F. Gyulai, C. Ciocîrlan, Influenţa numărului paletelor rotorului asupra caracteristicilor de cavitaţie ale pompelor centrifuge. Studii şi cercetări ştiinţifice, Acad. R.P.R., Baza Timişoara, 1958, tom. V, nr. 1—2.
8. I. Anton, Determinarea coeficientului critic interior de cavitaţie, Studii şi cercetări ştiinţifice. Academia R.P.R., Baza Timişoara, tom. IV, 1957, nr. 3—4.

LES CARACTÉRISTIQUES DE CAVITATION D'UNE ROUE DE POMPE CENTRIFUGE À AUBES DE LONGUEURS DIFFÉRENTES

(RESUMÉ)

En utilisant les observations faites à l'essai des roues de pompe centrifuge, on a émis l'hypothèse suivante : pour obtenir les meilleures qualités cavitationelles, une roue à dimensions économiques doit avoir un petit nombre d'aubes à l'entrée et un grand nombre d'aubes à la sortie.

On donne les résultats des mesures faites sur une telle roue à aubes de longueurs différentes, ayant quatre aubes normales et huit courtes situées dans la zone de sortie. Les mesures confirment l'hypothèse énoncée.

КАВИТАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА С ЛОПАТКАМИ РАЗНОЙ ДЛИНЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Исходя из наблюдений сделанных при испытании некоторых роторов центробежных насосов, сформулирована гипотеза, по которой для того чтобы ротор экономного размера был стойким против кавитации, он должен иметь небольшое число входных лопаток и большое число выходных.

В работе даются результаты измерений такого ротора с лопатками различной длины, из которых 4 лопатки нормальной длины и 8 укороченных, при выходе. Измерения подтверждают плодностю допущенные гипотезы.

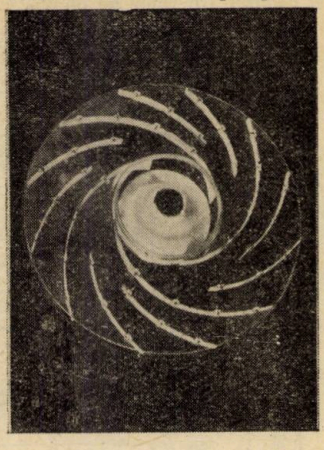


Fig. 1.

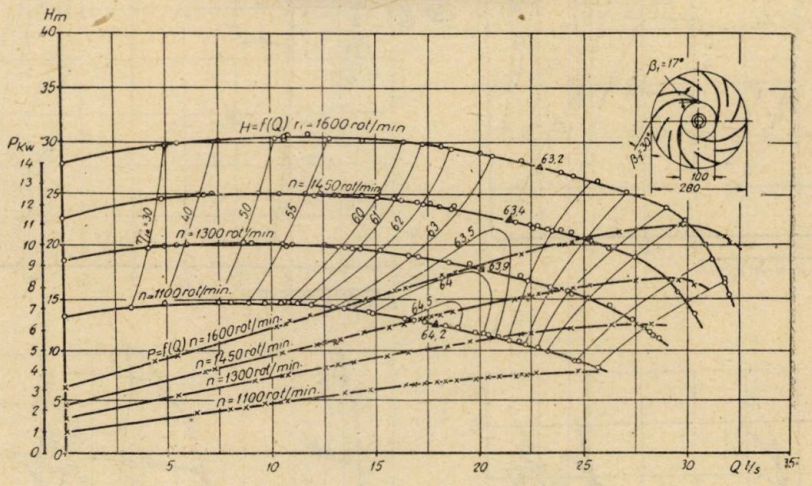


Fig. 2.

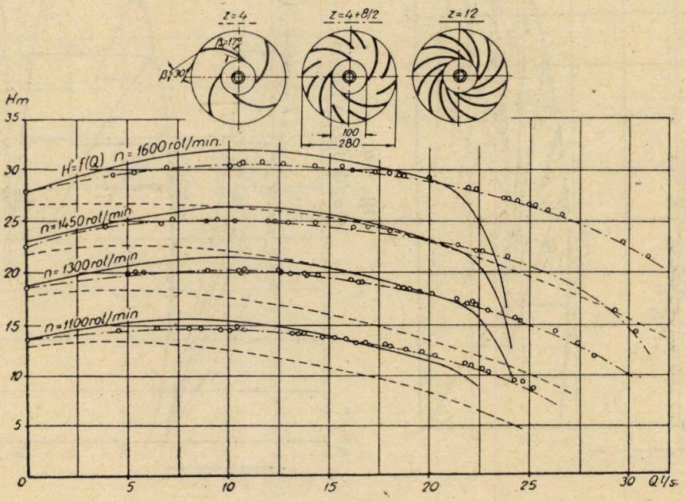


Fig. 3.

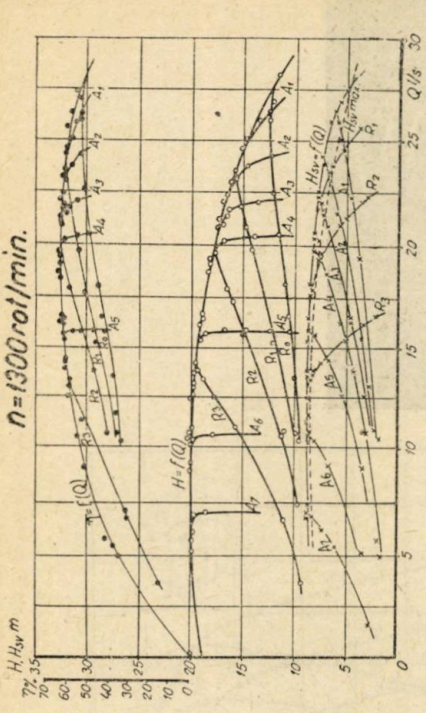


Fig. 4 b.

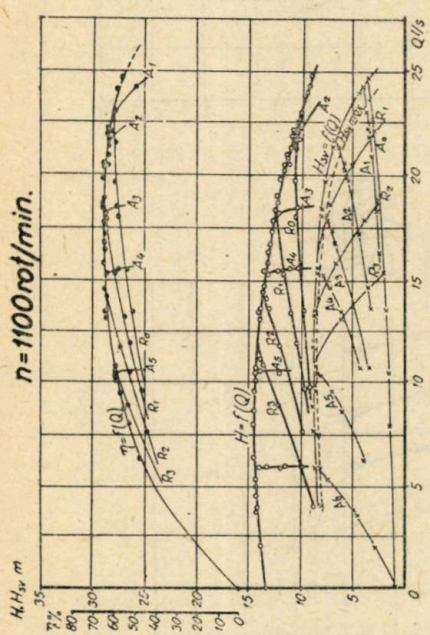


Fig. 4 a.

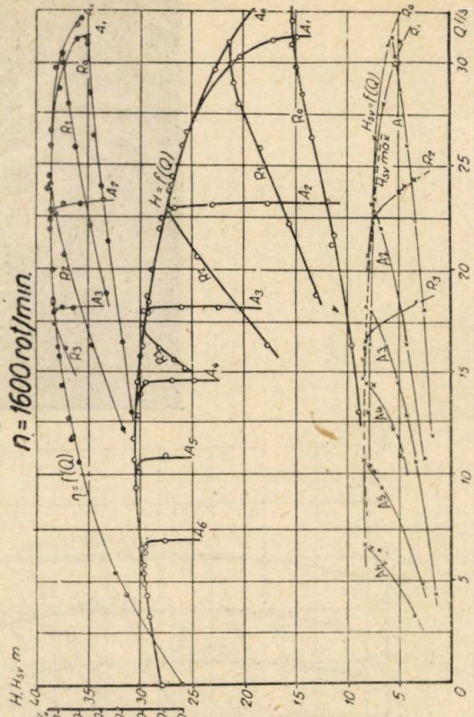


Fig. 4 d.

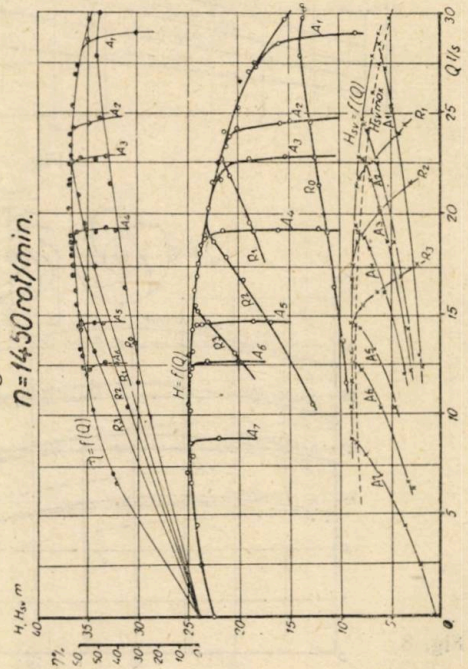


Fig. 4 c.

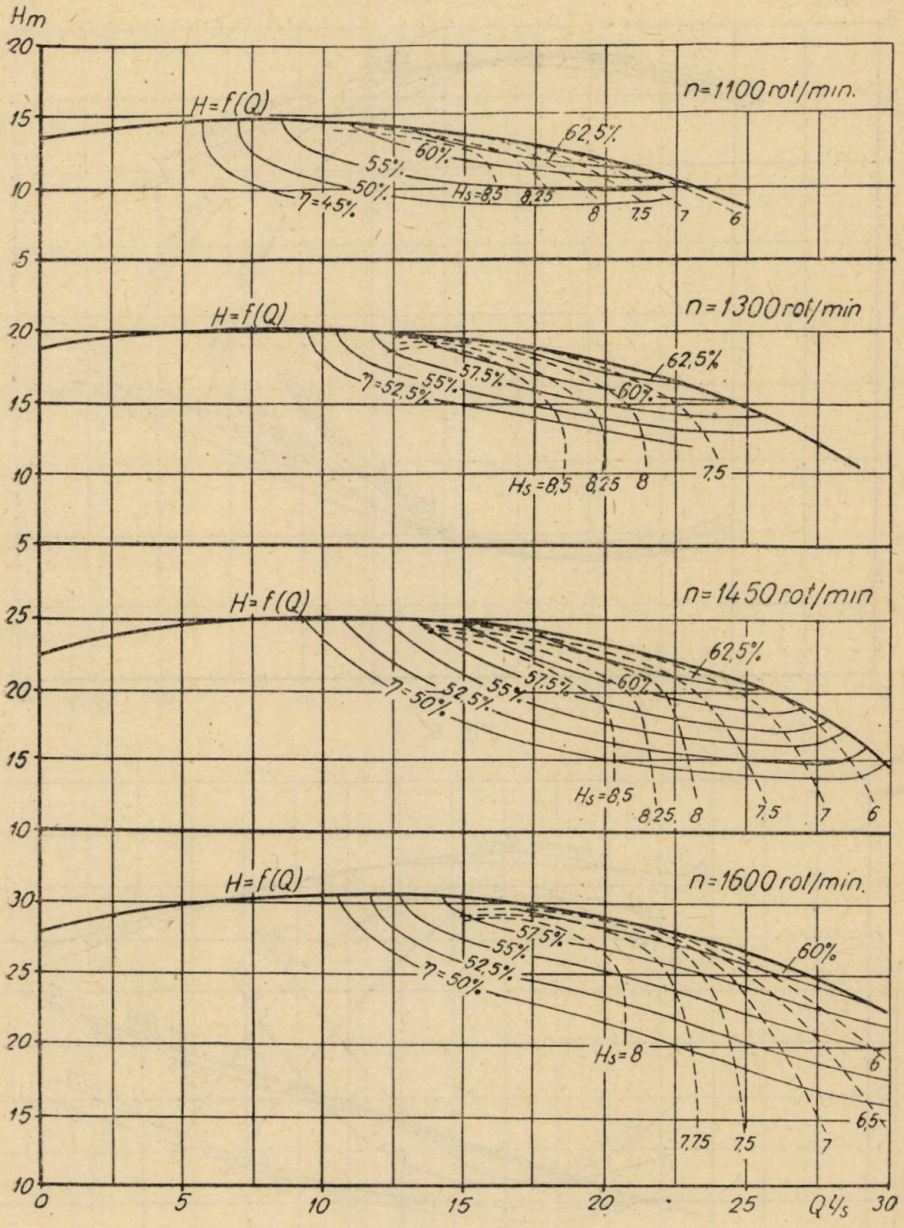

Hm
n=1100 rot/min.
H=f(Q)
62,5%
60%
55%
50%
η=45%
Hs=8,5
8,25
8
7,5
7
6
n=1300 rot/min
H=f(Q)
62,5%
57,5%
55%
η=52,5%
60%
Hs=8,5
8,25
8
7,5
n=1450 rot/min
H=f(Q)
62,5%
57,5%
55%
52,5%
η=50%
60%
Hs=8,5
8,25
8
7,5
7
6
n=1600 rot/min.
H=f(Q)
57,5%
55%
52,5%
η=50%
60%
Hs=8
6
6,5
7,75
7,5
7
Q l/s

Fig. 5 *a. b, c, d*

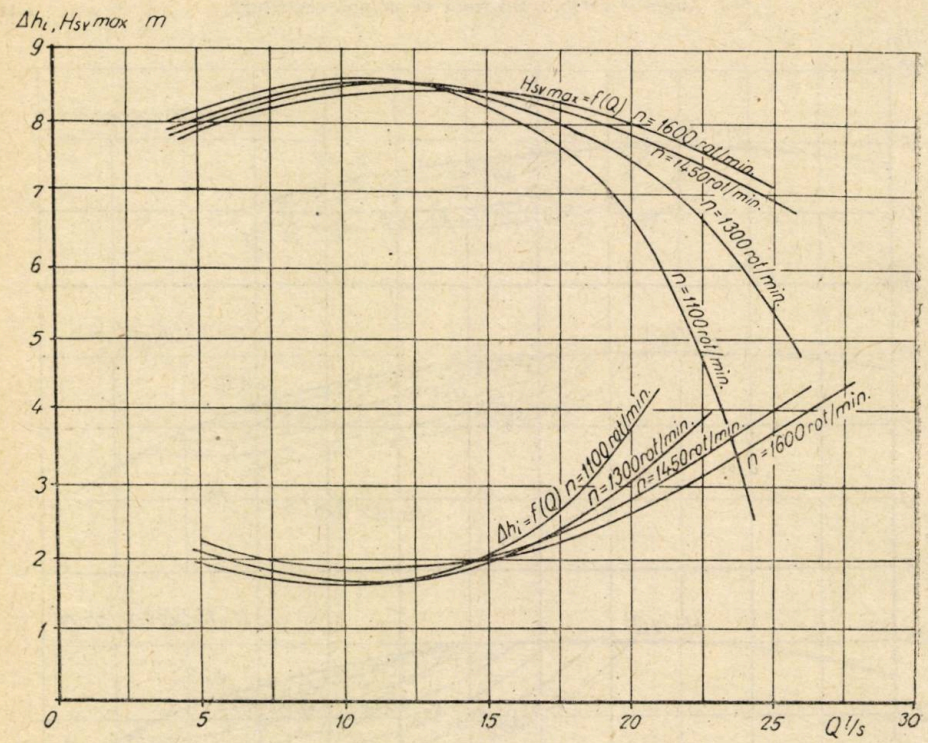

Δhi, Hsv max m
Hsv max = f(Q)
n=1600 rot/min.
n=1450 rot/min.
n=1300 rot/min.
n=1100 rot/min.
Δhi = f(Q)
n=1100 rot/min.
n=1300 rot/min.
n=1450 rot/min.
n=1600 rot/min.
Q l/s

Fig. 6.

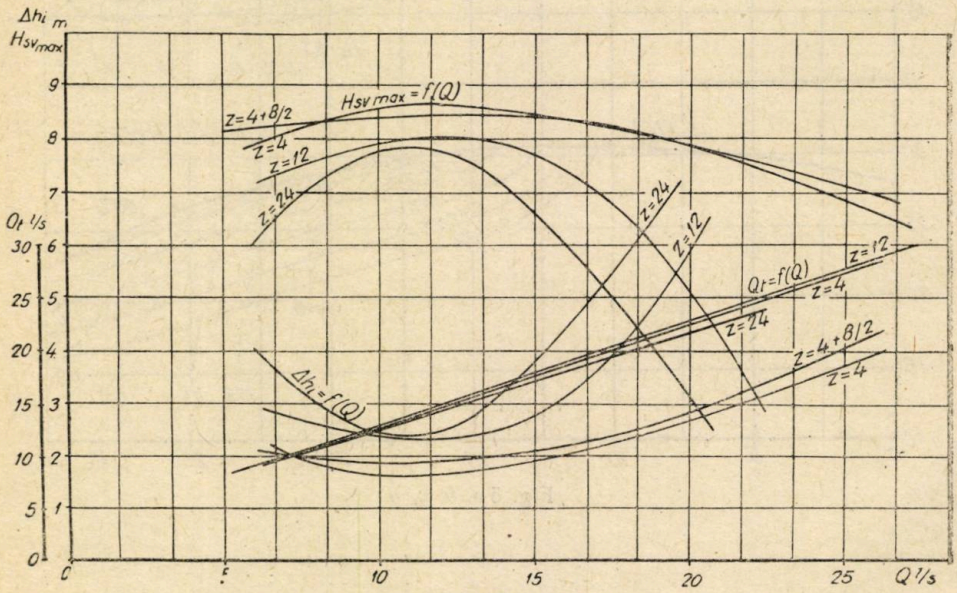

Δhi m
Hsv max
Qt l/s
Hsv max = f(Q)
z=4+8/2
z=4
z=12
z=24
Qt = f(Q)
Δhi = f(Q)
Q l/s

Fig. 7.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CERCETĂRI ASUPRA REZISTENŢEI HIDRAULICE LA O CONDUCTĂ DE SECŢIUNE PĂTRATĂ

DE

V. GHEORGHIU şi V. ANTON

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Lucrarea se încadrează în seria de cercetări privind efectul de formă al secţiunii, la determinarea rezistenţei hidraulice în conducte.

În legătură cu această problemă, în literatura de specialitate se consideră determinantă raza hidraulică, cu relaţii valabile în regimul turbulent al scurgerilor permanente. Practica confirmă — în primă aproximaţie — extrapolarea formulelor pentru calculul pierderilor de sarcină, de la cercul de diametrul D, la profile de aceeaşi rază hidraulică R_h, după relaţia :

$$D=4R_h$$

Într-o lucrare anterioară [2], am studiat problema efectului de formă pe calea similitudinii hidrodinamice, enunţînd şi condiţiile de extrapolare ale formulelor λ, stabilite în cazul profilului circular.

O concluzie teoretică importantă a acestui studiu este anularea efectului de formă, cînd facem trecerea de la cerc la profilele poligonale regulate circumscrise cercului.

În această lucrare, aducem o contribuţie la documentarea experimentală a problemei efectului de formă, cercetînd scurgerea permanentă în regim turbulent-tranzitoriu, printr-o conductă de secţiune pătrată.

STAŢIUNEA EXPERIMENTALĂ

Cercetările experimentale s-au efectuat în regim permanent. În acest scop, s-a amenajat în laborator un rezervor cu un deversor de preaplin, care menţine nivelul amonte constant. Lungimea crestei deversorului este de 24 m, astfel încît la variaţii de debit de la 0—25 l/s, variaţia de înălţime este de 6 mm. Raportată la sarcina totală $H=4$ m, variaţia sarcinii se menţine sub limita de 1,5‰.

Din punct de vedere tehnic, deversorul a fost realizat din 6 canale dreptunghiulare cu muchia superioară situată într-un plan orizontal, avînd posibilitatea de a evacua cu ușurință debitul maxim de 25/6=4,17 l/s, ce revine unui canal. Panta de fund a canalului este de 1%.

Pentru a obține un regim de funcționare cît mai liniștit, respectiv pentru a nu transmite sistemului de cotă constantă vibrațiile pompei de alimentare, s-a evitat legătura mecanică a celor două sisteme. În acest scop, conducta de alimentare debitează în rezervor, fără a veni în contact cu pereții acestuia. Rezervorul este prevăzut cu dispozitive de liniștire a apei.

Schema stațiunii experimentale este dată în fig. 1. Rezervorul de cotă constantă *A* alimentează o conductă circulară *AB* cu diametrul de 100 mm, la care se racordează în prelungire o conductă de lemn *BC* de secțiune patrată. Vana *C* de la capătul conductei permite reglarea debitului, realizînd astfel mai multe regimuri de mișcare. Debitul evacuat trece într-un canal dreptunghiular, unde se poate măsura cu un deversor triunghiular *D*, așezat la capătul canalului. Deversorul triunghiular a fost etalonat în laborator cu o eroare relativă de 0,5—1%.

Măsurătorile s-au efectuat pe o conductă de secțiune patrată (99,99 mm^2) confecționată din lemn de brad. Lungimea totală a conductei este de 8 m și e construită din două tronsoane de 4 m lungime, îmbinate cu flanșe. Grosimea pereților conductei este de 21 mm.

La îmbinarea celor 4 fețe ale conductei, s-a realizat o etanșare cu sfoară de cînepă gudronată. Pentru a rezista la presiunea maximă de 0,4 at, s-au prevăzut 20 buc. brățări de strîngere, repartizate uniform pe toată lungimea conductei.

Vitezele s-au măsurat cu un tub-sondă de presiune de 3 mm diametru, construit special în acest scop, și conectat la un micromanometru cu înclinare variabilă. Curba de etalonare a tubului, stabilită experimental în apă (fig. 2), arată că în cazul de față — datorită unei execuții îngrijite — coeficientul de corecție poate fi considerat $k=1$.

Pentru a putea explora întreaga secțiune a conductei, sonda este purtată de o piesă specială (fig. 2), montată în peretele de lemn al conductei. Această piesă permite deplasarea sondei, de-a lungul axei tubului și totodată înclinarea cu un unghi de $\pm 45^\circ$ față de poziția verticală, în planul secțiunei normale pe axa conductei. Eroarea relativă medie este de 0,5%.

REZULTATELE ÎNCERCĂRILOR ȘI CONCLUZIUNI

S-a cercetat scurgerea cuasipermanentă într-o conductă de secțiune pătrată, cu următoarele notații și date:

$L = 4R_h = 99$ mm — latura secțiunii pătrate,
$D = 4R_h$ — diametrul cercului înscris,
$R_h = 24{,}75$ mm — raza hidraulică comună ambelor secțiuni,
$a = 2R_h = 49{,}5$ mm — apotema conturului poligonal,
$R_e = 40000 - 240000$ — intervalul numărului Reynolds,

$l = 5{,}5$ m — distanţa prizelor manometrice pentru determinarea piederii de sarcină,
h_l — pierderea de sarcină,
u — viteza axială medie în timp,
y — distanţa vitezei u de la peretele conductei,
$u_* = \sqrt{gIR_h}$ — viteza dinamică la panta hidraulică $I = h_l/l$,
$K = \delta/D$ — rugozitatea relativă,
v — viteza medie pe secţiune,
λ — coeficientul de rezistenţă.

Lucrările experimentale au urmărit:

— Repartiţia vitezelor în secţiune.

— Determinarea rugozităţii relative.

— Cercetarea efectului de formă la determinarea coeficientului λ cînd se trece de la cerc la patratul circumscris.

Vitezele au fost măsurate cu tubul-sondă, prevăzut cu dispozitivul de explorare polară în secţiune şi conectat la un micromanometru de înclinare variabilă. S-a constatat o repartiţie simetrică şi de acelaşi profil după axele secţiunii. Rezultatele cantitative pentru unul din regimurile de funcţionare ($R_e = 227\,500$) se găsesc în tabela 1, iar reprezentările grafice aferente, în fig. 3.

Tabela 1

Repartiţia vitezelor

Pct.	y mm	u m/s	y/a	u/u_{max}	$\ln \frac{a}{y}$	u/u_*	Obs.
1	1,5	1,90	0,030	0,704	3,496	18,13	$u_* = 0{,}150$ m/s
2	4	2,04	0,081	0,754	2,513	19,39	
3	6,5	2,14	0,131	0,792	2,030	20,38	
4	9	2,21	0,182	0,819	1,703	21,08	$Re = 227\,500$
5	11,5	2,26	0,232	0,838	1,457	21,55	
6	16,5	2,37	0,333	0,878	1,098	22,60	
7	21,5	2,48	0,434	0,918	0,833	23,60	
8	31,5	2,60	0,637	0,962	0,451	24,75	
9	41,5	2,69	0,839	0,996	0,175	25,61	
10	49,5	2,70	1	1	0	25,72	

Se verifică legea logaritmică de repartiţii a vitezelor în planele de simetrie ale conductei, după cunoscuta relaţie a lui Prandtl:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln \left(\frac{y}{a} \cdot \frac{a}{y_0} \right) = -\frac{1}{\varkappa} \ln \frac{a}{y} + \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{a}{y_0} \cdot \qquad (1)$$

Parametrul $\varkappa$, în concordanţă cu rezultatele obţinute la profilul circular, se deduce din coeficientul unghiular al dreptei $\frac{u}{u_*} \left(\ln \frac{a}{y} \right)$ şi are valoarea $\varkappa = 0{,}4$.

Studiul rezistenţei hidraulice şi determinarea rugozităţii relative s-au făcut pe baza rezultatelor din tabela 2 şi interpretarea reprezentărilor grafice din fig. 4. Ne aflăm în domeniul regimului turbulent de tranziţie,

limitat de dreapta lui Blasius şi de curba $R_e\sqrt{\lambda}K=200$ (care depăşeşte cadrul epurei) [1].

Rugozitatea relativă s-a determinat din relaţia:

$$K=3{,}71\cdot 10^{-\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}}-\frac{9{,}31}{R_e\sqrt{\lambda}} \tag{2}$$

dedusă din formula Colebrook, pe care o extrapolăm de la cerc la profilul pătrat. Din cele 11 încercări, rezultă valoarea medie:

$$K_m=3{,}2\cdot 10^{-4} \tag{3}$$

exprimată la scara rugozităţii echivalente a nisipului.

Tabela 2

Rezistenţa hidraulică

Regim	v m/s	h_1 mm	λ	10^4K	log 100λ	log Re	
						măsurat	calculat
1	0,44	12,5	0,0224	2,81	0,35	4,647	4,658
2	0,91	46,3	0,0198	3,12	0,297	4,962	4,966
3	1,05	60	0,0192	2,89	0,283	5,028	5,068
4	1,16	72,3	0,0190	2,48	0,279	5,029	5,079
5	1,37	100	0,0189	3,71	0,276	5,143	5,097
6	1,61	137	0,0186	3,85	0,270	5,213	5,149
7	1,79	165,3	0,0183	3,72	0,263	5,259	5,199
8	1,93	189	0,0179	3,23	0,253	5,293	5,281
9	2,06	212	0,0177	3,77	0,248	5,322	5,324
10	2,20	235	0,0171	2,45	0,233	5,354	5,467
11	2,23	250	0,0176	3,44	0,246	5,376	5,339

Cunoscînd rugozitatea relativă, s-a trecut la construcţia curbei $\log 100\,\lambda(\log R_e)$ după formula Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}=-2\log\left[\frac{K}{3{,}71}+\frac{2{,}51}{R_e\sqrt{\lambda}}\right] \tag{4}$$

care se confundă cu linia medie a evoluţiei fenomenului, reprezentat în fig. 4, prin cele 11 puncte măsurate. În conformitate cu concluziunile similitudinii hidrodinamice [2] se verifică, deci, anularea efectului de formă în extrapolarea de la cerc la patratul circumscris.

Pe baza rezultatelor obţinute, putem trage următoarele concluziuni:

1. Condiţiile de limită ale pereţilor plani sau de curbură redusă sînt determinante pentru dezvoltarea scurgerii turbulente şi ele duc la aceeaşi lege de repartiţie a vitezelor pentru cerc şi pătrat.

2. Rezistenţa hidraulică a conductei se determină pe baza aceleiaşi relaţii logaritmice la secţia circulară sau patrată — în condiţiile similitudinii hidrodinamice — şi în faza turbulent-tranzitorie a scurgerii permanente.

Aceste concluzii confirmă ipotezele de bază și unele rezultate ale studiului efectului de formă prin metodele similitudinii hidrodinamice. O temă nouă, care se desprinde din prezenta lucrare, ar fi completarea teoretică a studiului [2] în domeniul regimului turbulent tranzitoriu, cu determinarea formulelor λ aferente unor serii de profile simile necirculare.

BIBLIOGRAFIE

1. B. Eck, *Technische Strömungslehre,* Springer, 1958, Berlin.
2. V. Gheorghiu, O contribuție în problema efectului de formă la secțiuni cu aceiași rază hidraulică. Studii și cercetări științifice, Academia R.P.R., Baza Timișoara, tom 5, 1958, nr. 1—2.
3. V. N. Popov, *Calculul hidraulic al conductelor forțate ale centralelor hidroelectrice,* Ed. energetică de stat, 1953.
4. H. Schlichting, *Grenzschicht-Theorie,* Braun, 1951, Karlsruhe.

ÉTUDE SUR LA RÉSISTANCE HYDRAULIQUE DANS UN TUBE À SECTION CARRÉE

(RESUMÉ)

On apporte une contribution à la documentation expérimentale du problème de l'effet de forme, en étudiant l'écoulement stationnaire en régime turbulent transitoire dans un tube à section carrée.

Par les résultats obtenus comme : — la valabilité de la loi de distribution des vitesses et de la formule du coefficient de résistance, (en passant de la section circulaire au carrée circonscrit), — on vérifie les hypothèses et certaines conclusions de l'étude du coefficient de forme de la section par la similitude hydrodynamique.

ИССЛЕДОВАНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРУБЫ КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа представляет собою вклад в экспериментальную документацию вопроса эффективности формы, исследуя постоянное протекание в переходном турбулентном режиме через трубу квадратного сечения.

По полученным результатам : действительность закона распределения скоростей и формулы коэффициента сопротивления, при переходе от круга на вписанный квадрат, — проверяются гипотезы и некоторые выводы основанные на изучении коэффициента формы сечения путем гидродинамического подобия.

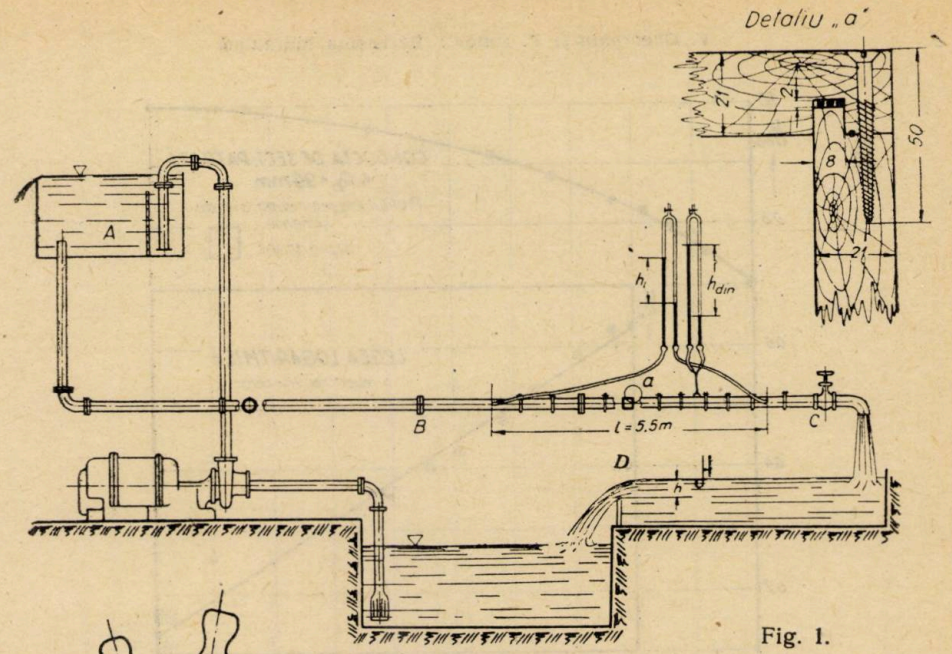

Detaliu „a"
21
2
50
8
21
A
h_i
h_{din}
a
B
l = 5.5m
C
D
h

Fig. 1.

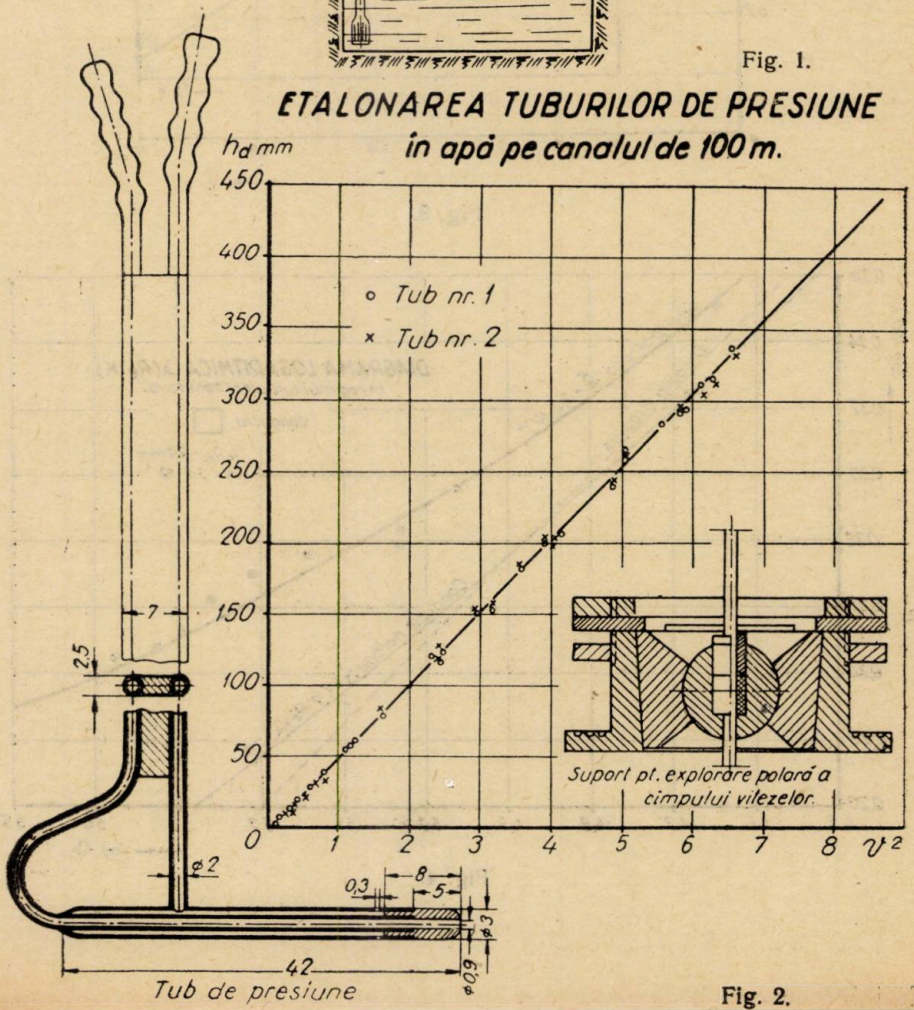

ETALONAREA TUBURILOR DE PRESIUNE
în apă pe canalul de 100 m.
h_d mm
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
1
2
3
4
5
6
7
8
v^2
o Tub nr. 1
× Tub nr. 2
Suport pt. explorare polară a cîmpului vitezelor.
7
2,5
ø2
0,3
8
5
ø3
ø0,9
42
Tub de presiune

Fig. 2.

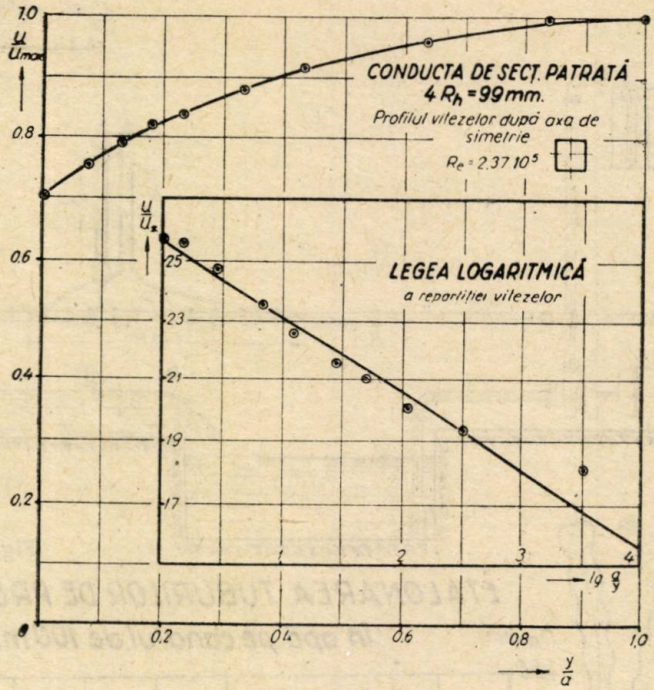

CONDUCTA DE SECT. PATRATĂ
4 Rh = 99 mm.
Profilul vitezelor după axa de simetrie
Re = 2.37 10^5
LEGEA LOGARITMICĂ
a repartiţiei vitezelor
u/umax
u/u*
lg a/y
y/a

Fig. 3.

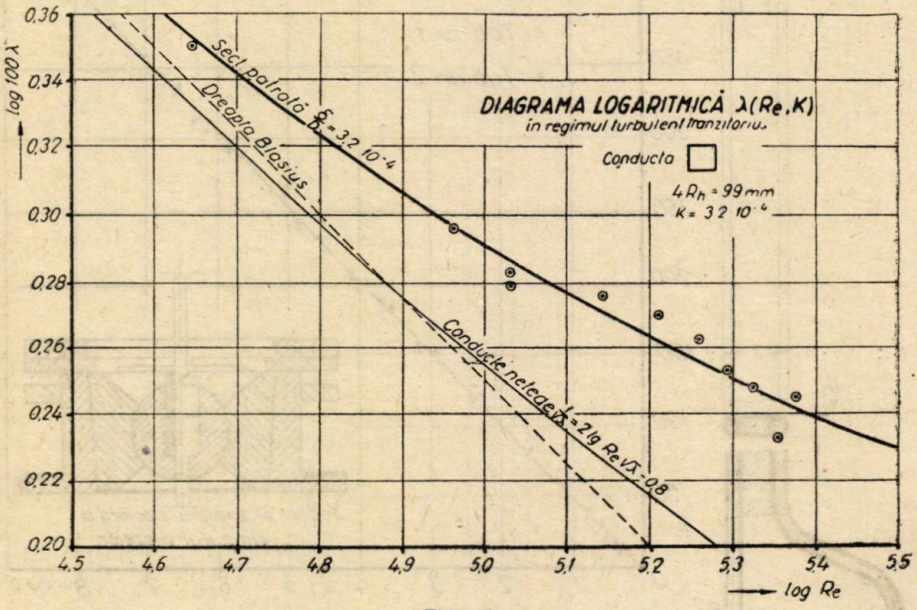


DIAGRAMA LOGARITMICĂ λ(Re, K)
în regimul turbulent tranzitoriu
Conducta
4 Rh = 99 mm
K = 3.2 10^-4
Secţ. pătrată
Dreapta Blasius
Conducte netede
log 100 λ
log Re

Fig. 4.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CONTRIBUŢIE LA STUDIUL ŞI ÎNCERCAREA CARBURATOARELOR CU TUB CORECTOR

DE

M. BĂNĂRESCU şi TR. RAICA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Păstrarea compoziţiei amestecului exploziv între limite care să permită o bună aprindere şi ardere se face în cazul carburatoarelor cu tub corector prin scoaterea parţială, de sub influenţa depresiunii din tubul difuzor, a orificiului de debitare a combustibilului, pe măsură ce această depresiune creşte.

S-a urmărit influenţa pe care o are tubul corector asupra compoziţiei amestecului aspirat de motor şi s-a stabilit variaţia coeficientului de exces de aer λ în funcţie de depresiunea Δp din tubul difuzor al carburatorului.

Măsurătorile s-au făcut în Laboratorul de Motoare cu ardere internă de la Institutul Politehnic din Timişoara, pe un stand format din un motor cu benzină IMB, în patru timpi, cu 4 cilindri, cu putere efectivă $P_e = 45$ CP şi turaţia $n = 2\,500$ rot/min, cuplat cu o frînă hidraulică Junkers D4K, alimentarea acesteia făcîndu-se dintr-un rezervor cu nivel constant, fig. 1.

Pentru determinarea lui $\lambda = \frac{V_0}{G_c L_{min}}$ s-au măsurat $V_0 \left[\frac{Nm^3}{h}\right]$ volumul de aer aspirat de motor şi $G_c \left[\frac{Kgc}{h}\right]$ consumul de combustibil, iar în funcţie de compoziţie chimică a combustibilului s-a stabilit aerul minim L_{min}.

Măsurarea debitului de aer s-a făcut cu ajutorul dispozitivelor de strangulare şi anume cu ajutaje. S-a ţinut seama de faptul că avem un curent pulsatoriu şi s-a întrodus un rezervor de egalizare *2* din fig. 2, montat între ajutajul *1* şi carburatorul *3*. Capacitatea rezervorului 0,42 m³. Ajutajul s-a executat din bronz cu dimensiunile $D = 70$ mm şi $d = 38{,}5$ mm. Ţevile de legătură *4*, cu $D = 70$ mm au fost strungite în interior pentru a obţine suprafeţe cît mai fine.

Măsurarea debitului de combustibil s-a făcut prin cîntărire, sticla de alimentare fiind aşezată pe o balanţă *5*.

Depresiunea Δp s-a obţinut executînd un orificiu răspunzînd în secţiunea minimă a difuzorului.

Studiul şi măsurătorile s-au făcut în condiţiile de funcţionare ale carburatorului Solex ce alimentează cu amestec exploziv motorul. De asemenea iniţial carburatorului Solex, fig. 3, i s-a montat un tub corector *1* prevăzut cu două orificii laterale, cu $\Phi_1 = 1$ mm pentru intrarea aerului de corecţie şi cu un orificiu *3* la partea inferioară, cu $\Phi_2 = 1{,}2$ mm, pentru alimentarea cu combustibil. Ulterior s-au mai făcut măsurători pentru un tub corector prevăzut cu două orificii laterale cu $\Phi_1 = 1{,}5$ mm şi apoi pentru două rînduri a cîte două orficii cu $\Phi_1 = 1$ mm diametru, diametrul orificiului pentru combustibil fiind în toate cazurile acelaşi $\Phi_2 = 1{,}2$ mm, fig. 4. Cum s-a urmărit numai funcţionarea jiclorului principal s-au scos din serviciu atît dispozitivul de pornire la rece cît şi jiclorul de mers în gol. De asemenea pentru evitarea neetanşeităţilor întreg carburatorul a fost închis într-o cutie din tablă, păstrîndu-se legătura camerei de nivel constant cu atmosfera :

S-au măsurat următoarele date :

B — mm Hg — presiunea barometrică,

Δp — mm H_2O — depresiunea în secţiunea minimă a tubului difuzor, cu ajutorul unui tub manometric, fig. 2,

h — mm H_2O — diferenţa de presiune la ajutaj, cu ajutorul unui micromanometru,

Δp_R — mm H_2O — depresiunea din rezervorul de egalizare, cu ajutorul unui micromanometru,

Δp_e — mm H_2O — depresiunea în faţa carburatorului creată prin introducerea instalaţiei de măsură a debitului de aer, măsurată cu tub manometric,

t, t_1 — °C — temperaturile termometrelor higrometrului, (uscat, respectiv umed),

t_e, t_u — °C — temperatura apei la ieşirea din motor, respectiv temperatura uleiului în baia de ulei, măsurate cu ajutorul pirometrelor,

G în g — greutatea combustibilului măsurată cu o balanţă,

Δt în s — timpul în care s-au consumat G [9] combustibil, măsurat cu cronometru.

Aceste valori au permis calcularea coeficientului de exces de aer λ pentru fiecare valoare a depresiunii din difuzor. De exemplu în cazul $\Delta p = 87$ mm H_2O, s-a măsurat $B = 756{,}5$ mm Hg, $h = 6{,}6$ mm H_2O, $t = 16{,}5$ °C, $t_1 = 13$ °C, $G = 200$ g şi $\Delta t = 212{,}3''$.

Pentru $t = 16{,}5$ °C şi $t - t_1 = 3{,}5$ °C rezultă din tabele umiditatea relativă $\varphi = 0{,}6475$ şi umiditatea în stare saturată $f'_n = 15$ g/Nm³ um. Conţinutul de vapori de apă $f' = \varphi f'_n = 0{,}6475 \cdot 15 = 9{,}71$ g/N m³ um, şi

$$f = \frac{804 f'}{804 - f'} = \frac{804 \cdot 9{,}71}{794{,}3} = 9{,}83 \text{ g/Nm}^3\text{usc.}$$

Greutatea specifică a aerului:

$$\gamma_0' = \frac{(\gamma_0+f)\,0{,}804}{0{,}804+f} = 1{,}302\,8\,\frac{0{,}804}{0{,}813\,8} = 1{,}288 \text{ kg/Nm}^3\text{ um.}$$

$$\gamma' = \gamma_0' \frac{B}{760}\frac{273}{t+273} = 1{,}288\,\frac{756{,}5}{760}\cdot\frac{273}{289{,}5} = 1{,}21 \text{ kg/m}^3\text{ um.}$$

Volumul de aer umed aspirat de motor:

$$V' = 1{,}252\,\alpha\varepsilon K_t d^2\sqrt{\frac{h}{\gamma'}} = 1{,}252\cdot 3{,}85^2\,\alpha\sqrt{\frac{h}{\gamma'}} = 18{,}56\,\alpha\sqrt{\frac{h}{\gamma'}}\,\frac{\text{m}^3\text{ um}}{\text{h}}$$

în care $\alpha=0{,}985$, coeficientul de debit s-a luat din diagrama pentru ajutaje în funcție de raportul $m=\left(\frac{d}{D}\right)^2=0{,}3025$ și de numărul Reynolds. El s-a introdus din cauză că numărul Reynolds e:

$$\text{Re}_D = 2\,500\,\frac{V_0}{D} = 2\,500\,\frac{39{,}8}{7} = 14\,220 < \text{Re}_{D\,lim} = 110\,000$$

$\left(\text{pentru ajutaj normal cu } \frac{d}{D} = \frac{38{,}5}{70} = 0{,}55\right)$

$\varepsilon = 1$. coeficientul de corecție pentru dilatare, (îngustarea jetului de aer) din cauză că avem căderi mici de presiune.

$K_t = 1$. coeficientul de corecție pentru dilatarea termică a ajutajului avînd $t<50\,^{\circ}$C.

Rezultă:

$$V' = 18{,}56\,\alpha\sqrt{\frac{6{,}6}{1{,}21}} = 43{,}3\,\alpha\,\frac{\text{m}^3\text{ um}}{\text{h}}.$$

Volumul normal al aerului uscat:

$$V_0 = V'\,\frac{0{,}29}{f+0{,}804}\,\frac{B}{T} = 43{,}3\cdot 0{,}985\,\frac{0{,}29}{0{,}813\,8}\,\frac{756{,}5}{289{,}5} = 39{,}8\,\frac{\text{Nm}^3\text{ usc}}{\text{h}},$$

Consumul orar de combustibil:

$$G_c = \frac{3{,}6G}{\Delta t} = \frac{3{,}6\cdot 200}{212{,}3} = 3{,}39\,\frac{\text{Kg c}}{\text{h}}.$$

Cantitatea teoretică de aer s-a calculat pentru o benzină cu compoziție chimică $c=0{,}857$, $h=0{,}133$, aceasta neinfluențînd asupra formei curbei:

$$L_{min} = \frac{22{,}41}{0{,}21\cdot 12}(c+3h) = \frac{22{,}41}{0{,}21\cdot 12}(0{,}857+3\cdot 0{,}133) = 11{,}15\,\frac{\text{Nm}^3\text{ usc}}{\text{kgc}}.$$

Coeficientul de exces de aer:

$$\lambda = \frac{V_0}{G_c L_{min}} = \frac{39{,}8}{3{,}39\cdot 11{,}15} = 1{,}053.$$

S-au făcut măsurători pentru mersul în gol al motorului de la $\Delta p = 29$ mm H_2O şi pentru motorul în sarcină pînă la $\Delta p = 297{,}5$ mm H_2O. Peste această valoare forma curbei se menţine.

Rezultatele s-au trecut în tabela 1, iar reprezentările grafice $G_c = f(\Delta p)$ şi $V_0 = f(\Delta p)$ în fig. 5 şi $\lambda = f(\Delta p)$ în fig. 6.

Pe baza rezultatelor s-au urmărit fazele de funcţionare ale carburatorului cu tub corector, fig. 3.

Cît timp motorul este în repaus combustibilul se menţine la înălţimea planului *AA* în camera de nivel constant, în interiorul jiclorului *1* şi în tubul port jiclor *2*. În timpul funcţionării depresiunea $\Delta p_0 = p_0 - p_m$ din difuzor antrenează combustibilul spre motor făcînd ca nivelul în interiorul jiclorului *1* să crească pînă la nivelul planului *BB*, iar în tubul port jiclor *2* să scadă. În acelaşi timp se va produce o denivelare cu Δh_2 a combustibilului în camera de nivel constant.

Faza I corespunde lui $\Delta p' = p_0' - p_m < \gamma_c h_0$, începe cu $\Delta p = 0$ şi termină pentru $\Delta p' = \gamma_c h_0$ respectiv:

$$\Delta p = p_0 - p_m = (p_0 - p_0') + (p_0' - p_m) = \Delta p_0 + \Delta p' = \Delta p_0 + \gamma_c h_0$$

În tot acest timp combustibilul din jiclorul *1* se menţine sub nivelul planului *BB* şi deci motorul aspiră aer fără combustibil.

Faza II începe din momentul în care $\Delta p > \Delta p_0 + \gamma_c h_0$, cînd combustibilul din interiorul jiclorului *1* depăşeşte planul *BB* şi este antrenat de aer spre motor, care va fi alimentat cu amestec exploziv. Faza II se termină în momentul în care combustibilul din tubul port jiclor ajunge în dreptul orificiilor laterale, deci în planul *CC* situat cu $(h_0 + h_1)$ sub planul *BB*. Acest lucru are loc pentru $\Delta p = 87$ mm H_2O, (fig. 3). În acest caz:

$$p_m = p_0 - \Delta p = \frac{756{,}5}{735{,}6} 10^4 - 87 = 10\,280 - 87 = 10\,193 \text{ mm } H_2O,$$

$$\Delta p' = p_0' - p_m = (h_0 + h_1)\gamma_c = 17{,}5 \cdot 0{,}745 = 13 \text{ mm } H_2O,$$

$$p_0' = \Delta p' + p_m = 13 + 10\,193 = 10\,206 \text{ mm } H_2O,$$

şi

$$\Delta p_0 = p_0 - p_0' = 10\,280 - 10\,206 = 74 \text{ mm } H_2O,$$

în care $\gamma_c = 0{,}745$ kg/dm³ — greutatea specifică a benzinei.

Pînă în acest moment jiclorul se comportă ca un jiclor principal (simplu), amestecul devenind mai bogat pe măsură ce depresiunea Δp din difuzor creşte.

Faza III începe în momentul în care aerul, ce apasă cu presiunea p_0' asupra combustibilului din tubul port jiclor se poate scurge prin orificiile laterale şi împreună cu combustibilul din jiclor formează o emulsie. În interiorul jiclorului vom avea deci combustibil pînă aproape de planul *CC*, iar deasupra lui emulsie formată din combustibil şi aer.

Tabela 1

Δp mm H_2O	B mm Hg	t °C	t_1 °C	h mm H_2O	G g	Δt min, s	t_e °C	t_u °C	V_0 $\frac{Nm^3 usc}{h}$	G_c $\frac{kgc}{h}$	λ
29,0	754,5	10,0	8	2,55	150	4′50″	25	38	24,85	1,863	1,193
36	757	14	10,5	3,00	150	4′21,4″	34	42	26,85	2,065	1,166
36,5	756	15	11	3,00	150	4′20″	38	46	26,8	2,075	1,158
40,5	745	12,8	10,8	3,4	150	4′3,4″	27	43	28,45	2,22	1,148
44	756	15	11	3,55	150	3′55,2″	45	50	29,2	2,295	1,138
45	757	15	11	3,65	150	3′48,5″	32	48	29,6	2,365	1,122
47	745	13	11	3,8	150	3′46,5″	30	46	30	2,385	1,13
51,5	745	13	11	4,2	200	4′43,5″	31	49	31,6	2,54	1,114
52,5	763	13,5	11	4,25	200	4′40″	40	47	32,2	2,57	1,122
55	757	15	11	4,35	150	3′26,2″	33	52	32,4	2,62	1,109
56	763	13,5	11	4,5	200	4′30″	45	47	33,3	2,67	1,114
60,5	745	14	10	4,75	200	4′21,6″	40	55	33,65	2,75	1,097
60,5	763	13,5	11	4,8	200	4′17″	44	48	34,2	2,8	1,094
64,5	757	16	12	4,95	200	4′12″	39	56	34,5	2,86	1,081
65,5	751	12,5	8,5	5,1	200	4′8,1″	44	51	35,1	2,905	1,085
65,5	757	16	12	5,1	200	4′9,3″	40	58	35	2,89	1,087
69,5	757	16	12	5,4	200	4′	42	60	36	3,00	1,078
75	757	16,5	12	5,7	200	3′51,5″	40	60	37	3,11	1,071
79,5	757	16,5	12,5	6,15	200	3′43″	43	62	38,4	3,23	1,066
85	757	16,5	12	6,5	200	3′34″	41	60	39,5	3,365	1,055
87	756,5	16,5	13	6,6	200	3′32,3″	46	68	39,8	3,39	1,053
90	751,5	13	12	6,8	200	3′28,2″	32	56	40,7	3,465	1,054
97	757	18	14	7,3	200	3′22,6″	42	54	41,7	3,56	1,052
99	757	16,5	12,5	7,5	200	3′18,3″	45	62	42,6	3,63	1,053
105	748	17	14	7,9	200	3′14,5″	36	60	43,3	3,7	1,051
105	751,5	15	10	7,8	200	3′14,8″	32	75	43,5	3,695	1,053
105,5	757	16,5	12,5	7,9	200	3′13″	46	70	43,7	3,73	1,053
106	758	18	14	7,9	200	3′14,2″	40	75	43,6	3,71	1,053
114,5	748,5	16	11,5	8,5	200	3′5,5″	32	65	45,2	3,88	1,048
114,5	751,5	15	10	8,45	200	3′5″	35	82	45,25	3,89	1,045
115	758	18	14	8,5	300	4′38,2″	55	78	45,25	3,885	1,048
126	758	18	14	9,25	200	2′56,5″	55	78	47,3	4,08	1,039
126	751,5	15	10	9,2	200	2′56,4″	35	83	47,3	4,08	1,039
134	749	16	12	9,65	200	2′50,5″	32	72	48,3	4,22	1,028
135	748	17	14	9,9	200	2′50″	36	72	48,7	4,23	1,032
135	748,5	16	11,5	9,9	200	2′49,1″	32	72	48,8	4,26	1,03
140,5	749	16	12	10,05	200	2′46,4″	32	80	49,3	4,32	1,023
145	748,5	16	11,5	10,55	200	2′43,1″	32	72	50,5	4,415	1,025
150,5	749	16	12	10,7	200	2′40,7″	34	84	50,8	4,48	1,019
161	749	16	12	11,4	200	2′35″	35	87	52,5	4,64	1,017
170	749	16	12	12	200	2′30,5″	35	89	53,9	4,78	1,012
180	749	16	12	12,65	200	2′26,3″	36	90	55,5	4,92	1,011
184,5	746	15,5	10,5	13,05	200	2′24,5″	38	85	56,2	4,98	1,012
199,5	749	14	10,5	13,85	200	2′18,1″	40	89	58,5	5,215	1,008
202,5	752	12	8,5	13,95	200	2′17,5″	38	81	58,9	5,23	1,012
231,5	752	12	8,5	15,9	200	2′8,5″	38	85	62,9	5,6	1,008
260	749	14,5	10,5	17,7	200	2′1,4″	42	95	66,5	5,93	1,005
261	752	12	8,5	17,85	200	2′0,7″	38	88	66,8	5,97	1,002
297,5	749	14,5	10,5	20	200	1′54,8″	44	89	70,6	6,28	1,008

Combustibilul se va scurge prin orificiul *3* sub influenţa depresiunii :

$$\Delta p_c = p_1 - p_2 = \Delta p + (h_1 - \Delta h_2)\gamma_c - (h_0 + h_1)\gamma_e,$$

în care presiunea în amonte de orificiul *3* este :

$$p_1 = p_0 + (h_2 - \Delta h_2)\gamma_c$$

şi presiunea în aval :

$$p_2 = p_m + (h_0 + h_1)\gamma_e + (h_2 - h_1)\gamma_c$$

unde γ_e — greutatea emulsiei de combustibil şi aer.

În timpul fazei a III-a, λ a rămas constant între $\Delta p \cong 87$ şi $\Delta p \cong \cong 106$ mm H_2O şi apoi a început să scadă din nou. În acest timp emulsia se scurge sub influenţa depresiunii :

$$\Delta p_e = p'_0 - p_m - (h_0 + h_1)\gamma_e.$$

Rezultatele măsurătorilor comparative pentru un orificiu cu $\Phi_2 = 1{,}2$ mm pentru combustibil şi pentru orificii de aer de corecţie :

a) 2 orificii de 1 mm diametru,

b) 2 orificii de 1,5 mm diametru,

c) $4 = 2 \times 2$ orificii de 1 mm diametru,

s-au trecut în tabelele 2, 3 şi 4 şi s-au reprezentat în fig. 7, 8 şi 9.

Se constată că în toate cele trei cazuri a rezultat, cum era normal, aceeaşi curbă a volumelor de aer aspirat V_0 în funcţie de depresiunea Δp, fig. 7. Curbele de consum de combustibil, fig. 8, arată valori mai mari în cazul a 2 orificii de aer de corecţie cu $\Phi_1 = 1$ mm, valori intermediare pentru 2 orificii cu $\Phi_1 \doteq 1{,}5$ mm şi valori mai mici pentru $4 = 2 \times 2$ orificii cu $\Phi_1 = 1$ mm. Curbele coeficientului de exces de aer λ, fig. 9, se deplasează în sus în ordinea : 2 orificii a 1 mm, $2 \times 1{,}5$ mm, 4×1 mm.

Tabela 2

2 orificii 1 mm

Δp mm H_2O	B mm Hg	t °C	t_1 °C	h mm H_2O	G g	Δt min, s	t_e °C	t_u °C	V_0 $\frac{Nm^3 usc}{h}$	G_c kg/h	λ
44,5	760	17	14	3,45	150	3′38,5″	30	58	28,55	2,47	1,036
54	760	17	14	4,2	150	3′15,5″	30	60	31,55	2,76	1,026
65	760	18	14	4,9	150	2′56,5″	30	65	34,15	3,06	1,002
75	760	18	14	5,6	150	2′42,9″	32	71	36,5	3,315	0,99
84	760	18	14	6,2	150	2′33,9″	33	76	38,45	3,51	0,984
90	756,5	19	13	6,7	150	2′26,6″	55	83	39,9	3,685	0,972
96	756,5	19	13	7,1	150	2′21,9″	48	88	41,2	3,81	0,971
99	756,5	19	13	7,35	150	2′19,5″	48	90	41,8	3,87	0,971
103	756,5	19	13	7,6	150	2′17″	50	80	42,6	3,945	0,972
106,5	756,5	19	13	7,8	150	2′14,2″	53	85	43,2	4,02	0,966

Tabela 3

2 orificii 1,5 mm

Δp	B	t	t_1	h	G	Δt	t_e	t_u	V_0	G_c	λ
42	756	19	14	3,3	150	3′47,6″	45	60	27,85	2,372	1,05
52,2	756	19	14	4,1	150	3′23″	54	65	31	2,66	1,047
70	756	19	14	5,3	150	2′55,3″	54	72	35,4	3,076	1,033
79	756	19	14	5,9	150	2′44,2″	40	75	37,3	3,29	1,018
85	756	19	14	6,35	150	2′38″	40	77	38,7	3,42	1,015
90	756	19	14	6,6	150	2′34,3″	45	82	39,5	3,5	1,012
95	756	19	14	7	150	2′29,6″	55	85	40,8	3,61	1,013
99,5	756	19	14	7,3	150	2′25,9″	56	88	41,65	3,703	1,010
110,5	756	19	14	7,95	150	2′19″	43	90	43,5	3,885	1,005
129	759	17	13	9,3	150	2′7,5″	40	83	47	4,23	0,996

Tabela 4

4 (2×2) orificii 1 mm

Δp	B	t	t_1	h	G	Δt	t_e	t_u	V_0	G_c	λ
22	760	21,5	15	1,8	100	3′41,5″	40	55	20,35	1,625	1,12
26,5	760	21,5	15	2,1	100	3′23,8″	40	55	22	1,765	1,115
31	760	21,5	15	2,55	100	2′53,4″	40	55	24,4	2,075	1,053
37,5	760	21,5	15	3,0	100	2′40″	42	60	26,4	2,25	1,053
41	764	20,5	13,5	3,3	150	3′46,8″	42	60	27,95	2,38	1,053
44	760	21,5	15	3,4	100	2′28,6″	43	63	28,2	2,425	1,043
56,5	760	21,5	15	4,35	150	3′16,2″	45	68	32	2,75	1,04
75,5	760	22,5	15,5	5,65	150	2′51,8″	57	80	36,5	3,145	1,042
80,5	760	22,5	15,5	6	150	2′47,2″	60	85	37,5	3,23	1,044
85,5	760	22,5	15,5	6,4	150	2′41,8″	60	90	38,9	3,34	1,044
93	760	22,5	16	6,9	150	2′34,5″	53	83	40,4	3,495	1,038
100	760	22,5	16	7,4	150	2′28,9″	56	88	41,8	3,625	1,035
109,5	760	22,5	16	7,95	150	2′23″	60	93	43,5	3,775	1,034
120	760	22,5	16	8,8	150	2′15,3″	55	95	45,8	3,99	1,028
130	760	22,5	16	9,4	150	2′10,4″	50	97	47,3	4,14	1,026

BIBLIOGRAFIE

1. M. Bănărescu, Carburatoare cu tub de corecţie, Metalurgia nr. 3, 1953, Ed. Tehnică.
2. M. Bănărescu, *Motoare cu ardere internă*, vol. I, Ed. Tehnică, 1957.
3. N. I. Toperverh, *Aparate termotehnice de măsurat şi reglat, întrebuinţate în uzinele metalurgice*, Ed. Tehnică, 1954.
4. A. Iante, *Über Verbrennungsmotoren und Kraftfahrwesen*, Berlin, 1956.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE L'ESSAYAGE DES CARBURATEURS À TUBE CORRECTEUR

(RESUMÉ)

On étudie l'influence des orifices d'entrée de l'air correcteur sur la composition du mélange explosif produit dans un carburateur, à tube cor-

recteur (Solex). On a calculé le coefficient d'excès d'air λ, pour chaque dépression Δp du diffuseur du carburateur. À cet effet on a mesuré le débit d'air et de combustible, pour les différentes valeurs de la dépression Δp.

Il résulte pour une dépression donnée une diminution de la quantité de combustible G_c et une augmentation de l'excès d'air d'autant plus importante que le nombre d'orifices d'air de correction et plus grand.

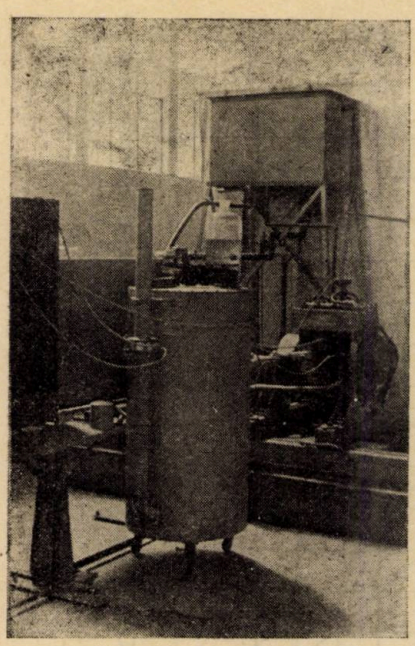
ИЗУЧЕНИЕ И ИСПЫТАНИЕ КАРБЮРАТОРОВ С ПОПРАВОЧНОЙ ТРУБКОЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Изучается влияние входных отверстий поправочного воздуха на состав взрывчатой смеси получаемой в карбюраторе с поправочной трубкой (солакс) и вычисляется коэффициент излишка воздуха λ для каждой депрессии Δp в дифузоре карбюратора.

С этой целью был измерен расход воздуха и горючего для различных значений депрессии Δp.

Установлено, что той-же депрессии Δp соответствует тем меньшее количество горючего G_c и тем больший коеффициент излишка воздуха λ, чем больше будет число отверстий для поправочного воздуха.



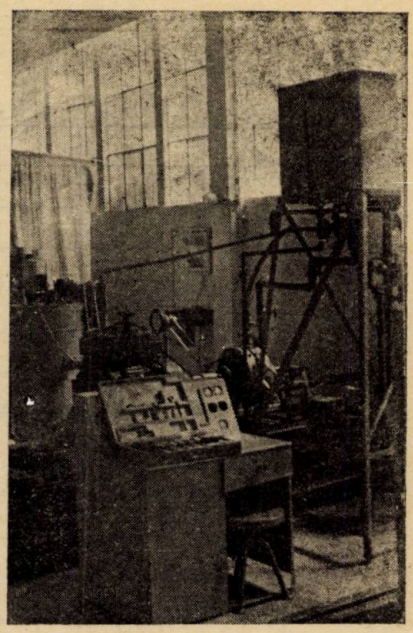


Fig. 1. Vedere de ansamblu.

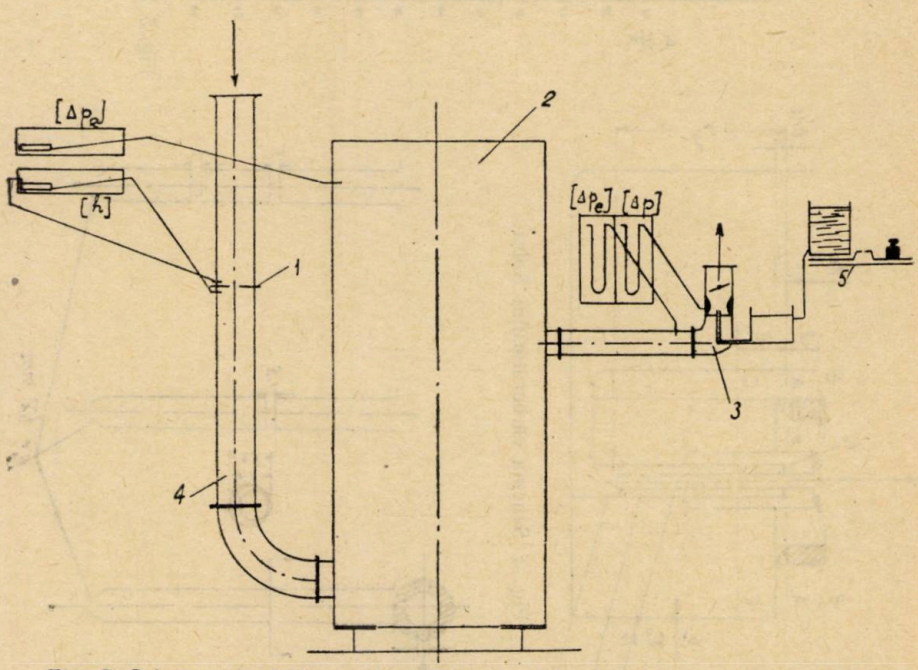


Fig. 2. Schema instalației pentru măsurarea debitului de aer și combustibil.

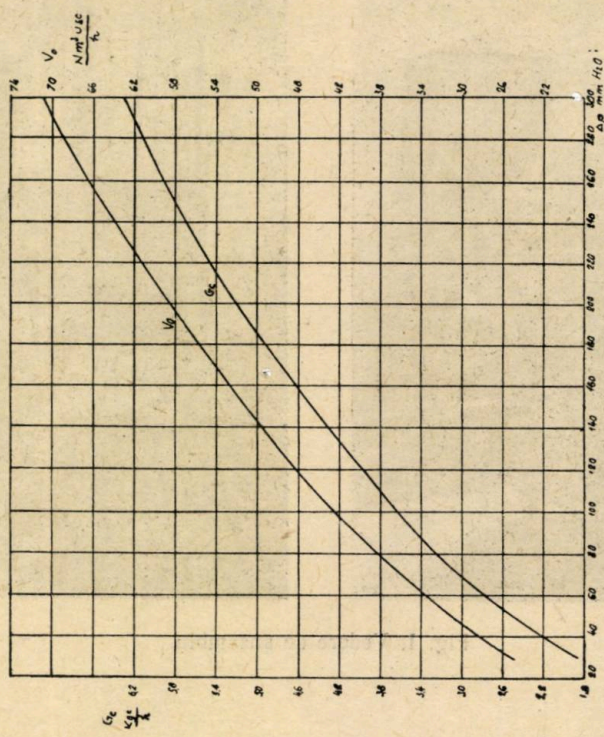


Fig. 5. Debitul de aer V_0 și combustibil G_c în funcție de depresiunea Δp

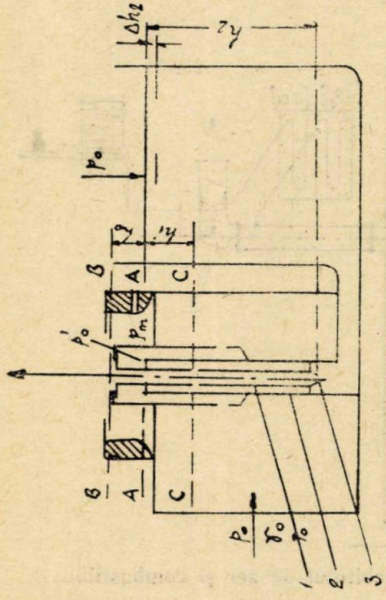


Fig. 3. Schema carburatorului Solex.

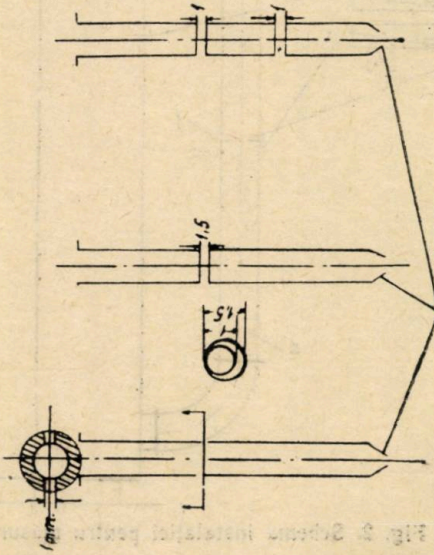


Fig. 4. Tubul corector.

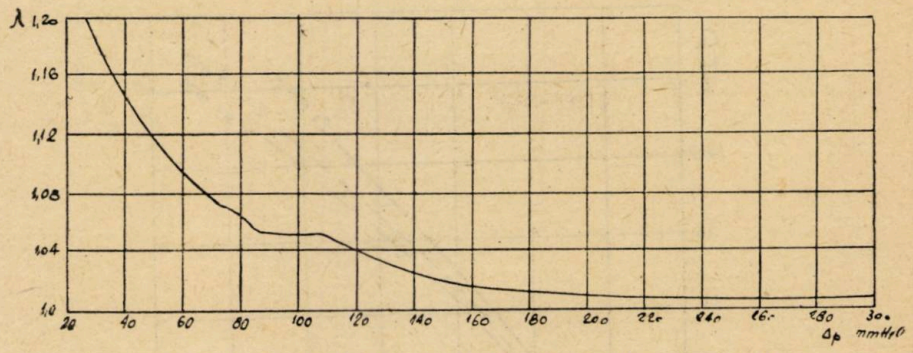


Fig. 6. Excesul de aer λ în funcţie de depresiunea Δp

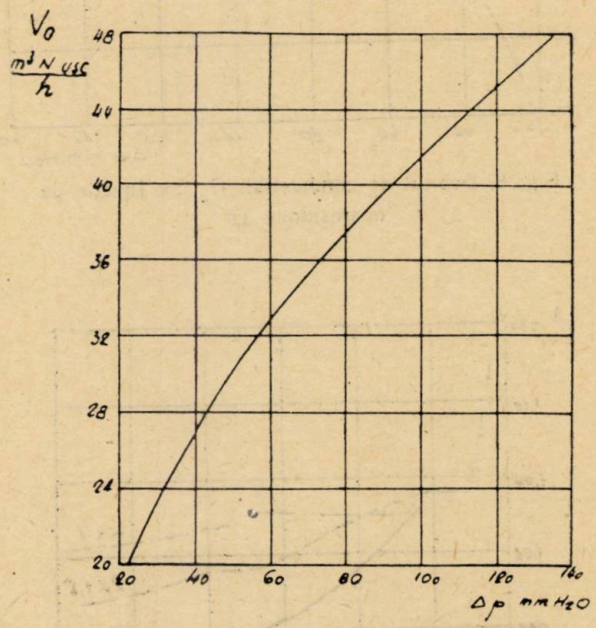


Fig. 7. Debitul de aer V_0 în funcţie de depresiunea Δp

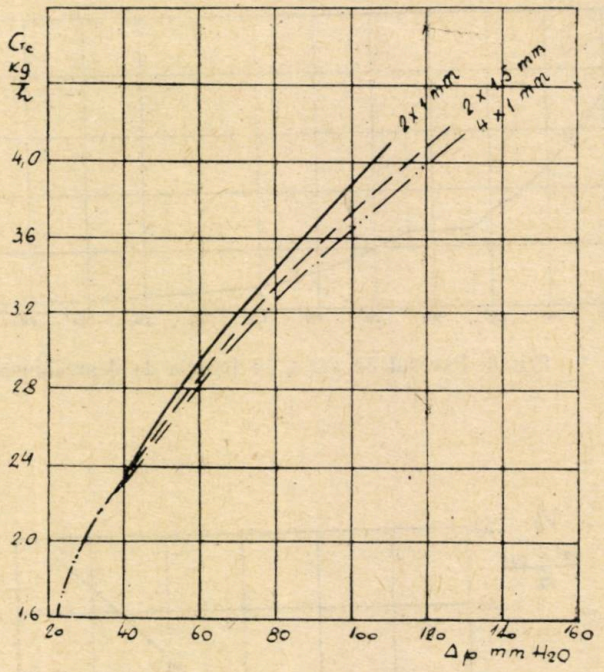


Fig. 8. Debitul de combustibil G_c în funcţie de depresiunea Δp

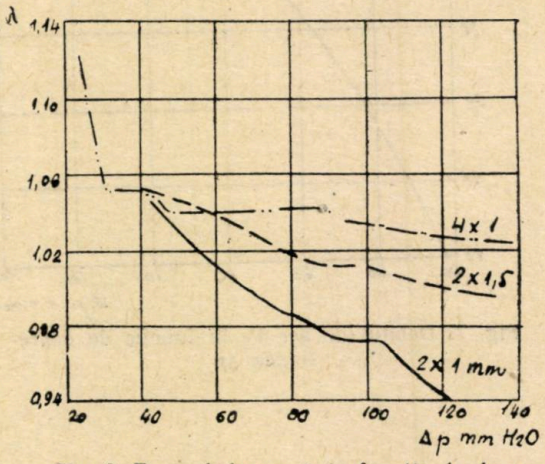


Fig. 9. Excesul de aer λ în funcţie de depresiunea Δp

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) Fascicola 1 — 1958

PRINCIPALII FACTORI DE CARE DEPINDE RANDAMENTUL UNEI TURBINE CU GAZE

DE

VLADEA IOAN

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Pentru a stabili importanţa principalilor factori de care depinde randamentul unei turbine cu gaze, se va studia aici, mai întîi cazul mai simplu al schemei din fig. 1, corespunzătoare unei turbine de autovechicul terestru sau unei turbine de putere mică. Se va trece apoi şi la scheme mai complicate, corespunzătoare turbinelor staţionare de putere mare.

In schema din figura 1, punctele respective notate cu *1*, *2*,... *7*, reprezintă mărimile de stare ale aerului sau gazelor de ardere. După cum se vede, turbina de gaze a fost împărţită în această schemă într-o turbină necesară antrenării compresorului şi alta necesară producerii energiei externe (utilă). Această împărţire poate fi reală sau numai fictivă, dar în ambele cazuri metoda de calcul va fi aceeaşi.

Pentru a elimina o complicaţie, care nu modifică cu nimic rezultatele consideraţiilor de mai jos, se va presupune că întreg circuitul este parcurs numai de aer, mai rece sau mai cald, ceea ce va modifica numai valoarea căldurilor specifice cu cca $2-3^0/_0$. Această supoziţie este cu atît mai apropiată de realitate, cu cît gazele de ardere sînt mai diluate cu aer, lucru care se întîmplă mai ales la grade de compresiune mai mici.

A doua simplificare va fi făcută prin considerarea valabilităţii riguroase a legii $(P_2/P_1)^{\frac{n-1}{n}} = T_2/T_1$ de la gazele perfecte şi la gazele reale cu care lucrează compresorul şi turbina.

Variaţia de entalpie a unui kilomol de aer în compresor se poate scrie

$$\Delta\mathcal{J}_c = \mathcal{C}_p\Big|_{T_1}^{T_2}\cdot(T_2 - T_1)\cdot\frac{1}{\eta_c} = \frac{T_1}{\eta_c}\cdot\mathcal{C}_p\Big|_{T_1}^{T_2}\cdot(\psi_{21}-1)\ \text{[kcal/kmol]}, \qquad (1)$$

unde η_c este randamentul compresorului ($\eta_c = \eta_{ad} \cdot \eta_m$), iar

$$\psi_{21} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} . \tag{2}$$

Pentru aer se poate lua $n \cong 1{,}4$.

Puterea produsă de turbina I, prin destinderea gazelor între presiunile P_4 şi P_5, trebuie să fie egală cu cea consumată de compresor, adică se poate scrie

$$\Delta J_t = \xi \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_5}^{T_4} \cdot (T_4 - T_5) \cdot \eta_t = \xi \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_5}^{T_4} \cdot T_5 \cdot \eta_t \cdot (\psi_{45} - 1) \tag{3}$$

unde ξ este factorul care ţine seama de creşterea de volum din camera de ardere, datorită prezenţei hidrogenului şi umidităţii în combustibil. Această creştere este de cca $6^0/_0$ în cazul arderii stoichiometrice. Dacă gazele sînt diluate cu de patru ori mai mult aer decît cel necesar stoichiometric, această creştere va reprezenta numai $1{,}5^0/_0$, deci o creştere neglijabilă. Mărimea ψ_{45} este dată de formula

$$\psi_{45} = \frac{T_4}{T_5} = \left(\frac{P_4}{P_5}\right)^{\frac{n-1}{n}} \tag{4}$$

iar $\eta_t = \eta_{td} \cdot \eta_m$ reprezintă randamentul turbinei cu gaze.

Pe baza egalităţii diferenţelor de entalpii date de formulele (1) şi (3), se poate scrie

$$T_1 \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (\psi_{21} - 1) = T_5 \cdot \eta_c \cdot \eta_t \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_5}^{T_4} \cdot (\psi_{45} - 1). \tag{5}$$

Turbina II are de produs puterea N, în care scop prin ea circulă M kilomol/h gaze de ardere, deci

$$N = \frac{M \cdot T_6 \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_6}^{T_5} \cdot (\psi_{56} - 1) \cdot \eta_t}{860}, \text{ [kW]} \tag{6}$$

dacă se admite că ambele turbine I şi II au acelaşi randament η_t, iar

$$\psi_{56} = \frac{T_5}{T_6} = \left(\frac{P_5}{P_6}\right)^{\frac{n-1}{n}} . \tag{7}$$

Intre punctele *2* şi *4* se intercalează recuperatorul de căldură şi camera de ardere, pentru care se poate scrie

$$\mathcal{C}_p \Big|_{T_2}^{T_3} \cdot (T_3 - T_2) = \mathcal{C}_p \Big|_{T_7}^{T_6} \cdot (T_6 - T_7) \tag{8}$$

şi

$$M \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_3}^{T_4} \cdot (T_4 - T_3) = H_i \cdot B \cdot \eta_b \tag{9}$$

unde B este cantitatea de combustibil consumată orar de agregat în kg/h sau Nm^3/h, iar

η_b — randamentul arderii, care se poate lua de cca 0,98.

In consecinţă randamentul agregatului de turbină se poate scrie

$$\eta = \frac{M \cdot T_6 \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_6}^{T_5} \cdot (\psi_{56} - 1) \cdot \eta_t}{B \cdot H_i} \tag{10}$$

In acelaşi timp se poate scrie şi

$$P_4 = \varphi_1 \cdot P_2 \quad \text{şi} \quad P_7 = \varphi_2 \cdot P_6 \tag{11}$$

unde $\varphi_1 < 1$ este factorul de pierdere de presiune în recuperatorul şi în camera de combustiune, iar φ_2 — factorul de pierdere în recuperator a gazelor de ardere între punctele *6* şi *7*, dacă se consideră $P_7 = P_1$.

Se poate deci scrie

$$\frac{P_5}{P_6} = \frac{P_5}{P_4} \cdot \frac{P_4}{P_6} = \frac{P_5}{P_4} \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \frac{P_2}{P_1} \tag{12}$$

de unde

$$\left(\frac{P_5}{P_6}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \psi_{56} = (\varphi_1 \cdot \varphi_2)^{\frac{n-1}{n}} \cdot \frac{\psi_{21}}{\psi_{45}} \tag{12a}$$

Pe de altă parte se poate scrie

$$\frac{T_6}{T_4} = \frac{T_6}{T_5} \cdot \frac{T_5}{T_4} = \frac{1}{\psi_{45} \cdot \psi_{56}}$$

de unde

$$T_6 = \frac{T_4}{\psi_{45} \cdot \psi_{56}} = \frac{T_4}{\psi_{21}} \cdot \left(\frac{1}{\varphi_1 \cdot \varphi_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \tag{13}$$

în care exponentul n se referă la gazele de ardere diluate şi poate fi luat aproximativ 1,37.

Din egalitatea (5), se poate scrie:

$$\psi_{45} = 1 + \frac{T_1}{T_5} \cdot \frac{1}{\eta_c \cdot \eta_t} \cdot \frac{\mathcal{C}_p \Big|_{T_1}^{T_2}}{\mathcal{C}_p \Big|_{T_5}^{T_4}} \cdot (\psi_{21} - 1). \tag{14}$$

Dar

$$T_5 = \frac{T_4}{\psi_{45}},$$

deci

$$\psi_{45} = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_4} \cdot \frac{\psi_{21} - 1}{\eta_c \cdot \eta_t} \cdot \frac{\mathcal{C}_p \Big|_{T_1}^{T_2}}{\mathcal{C}_p \Big|_{T_5}^{T_4}}}. \tag{15}$$

Deoarece: $T_6 = T_3 + \Delta T$ şi $T_7 \cong T_2 + \Delta T$, rezultă că şi $\mathcal{C}_p \Big|_{T_2}^{T_3} \cong \mathcal{C}_p \Big|_{T_7}^{T_6}$, de unde rezultă

$$T_6 = \frac{T_4}{\psi_{21}} \cdot \left(\frac{1}{\varphi_1 \cdot \varphi_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = T_3 + \Delta T$$

sau

$$\frac{T_3}{T_4}=\frac{1}{\psi_{21}}\cdot\left(\frac{1}{\varphi_1\cdot\varphi_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}-\frac{\Delta T}{T_4}. \tag{16}$$

Din ecuaţia (9), se poate scrie

$$B\cdot H_i=\frac{M\cdot c_p\,|_{T_3}^{T_4}\cdot(T_4-T_3)}{\eta_b}=\frac{M\cdot c_p\,|_{T_3}^{T_4}\cdot T_4\left[1+\frac{\Delta T}{T_4}-\frac{1}{\psi_{21}}\left(\frac{1}{\varphi_1\cdot\varphi_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}{\eta_b}. \tag{17}$$

Inlocuind toate acestea în formula (10) a randamentului, se obţine

$$\eta=\frac{\eta_b\cdot\eta_t\cdot\frac{c_p\,|_{T_6}^{T_5}}{c_p\,|_{T_3}^{T_4}}\left[1-\frac{T_1}{T_4}\cdot\frac{\psi_{21}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}\cdot\frac{c_p\,|_{T_1}^{T_2}}{c_p\,|_{T_5}^{T_4}}-\left(\frac{1}{\varphi_1\cdot\varphi_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}\cdot\frac{1}{\psi_{21}}\right]}{1+\frac{\Delta T}{T_4}-\left(\frac{1}{\varphi_1\cdot\varphi_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}\cdot\frac{1}{\psi_{21}}}. \tag{17}$$

Pentru a efectua calcule numerice, se va lua ca variabile independente: T_4, ΔT, η_c, η_t şi ψ_{21}. Pentru schema agregatului din fig. 1, se pot lua următoarele valori medii:

$$\eta_b\cong 0{,}97;\quad c_p\,|_{T_6}^{T_5}\,/\,c_p\,|_{T_3}^{T_4}\cong 0{,}966;\quad c_p\,|_{T_1}^{T_2}\,/\,c_p\,|_{T_5}^{T_4}\cong 0{,}869$$

$$T_1=300^\circ\text{K şi } (1/\varphi_1\cdot\varphi_2)^{\frac{n-1}{n}}=1{,}022\,1.$$

Cu aceste valori medii, formula (17) a randamentului devine:

$$\eta=\frac{0{,}97\cdot 0{,}966\cdot\eta_t\left(1-\frac{300}{T_4}-\frac{\psi_{21}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}\cdot 0{,}869-\frac{1{,}022\,1}{\psi_{21}}\right)}{1+\frac{\Delta T}{T_4}-\frac{1{,}022\,1}{\psi_{21}}}. \tag{18}$$

Pentru trasarea curbelor din fig. 2, s-au ales: $\eta_c=\eta_t=0{,}80$; $\Delta T=50^\circ$, iar pentru T_4 s-au admis valorile: 800°K, 1 000°K şi 1 200°K.

Se vede că importanţa temperaturii T_4 (temperatura din amonte de turbina I) este foarte mare asupra randamentului total al agregatului. O creştere a temperaturii de la 800°K la 1 000°K, aduce o creştere a randamentului maxim de la 0,165 6 la 0,260 3, adică aproape cu 10,6% (absolut).

In cazul schemei din fig. 1, randamentul maxim este realizat pentru un grad de compresiune situat între 2,0 şi 3,0. Intre aceste valori ale raportului P_2/P_1 randamentul are o valoare puţin variabilă.

In fig. 3 s-au trasat curbele de randament pentru cazul cînd: $\eta_c=0{,}80$, $\Delta T=50^\circ$, $T_4=1\,000$°K, iar $\eta_t=0{,}75$; 0,80; 0,85 şi 0,90. Se vede că, după

temperatura T_4, randamentul turbinelor are mare importanţă asupra randamentului total al agregatului.

In fig. 4 s-au trasat curbele de randament pentru cazul cînd: $T_4 = 1\,000°K$, $\Delta T = 50°$, $\eta_t = 0{,}80$ şi $\eta_c = 0{,}70$; 0,75; 0,80 şi 0,85. Se vede că η_c are o importanţă mai mică decît η_t asupra randamentului total al agregatului.

In fig. 5 s-au trasat curbele de randament pentru cazul cînd: $T_4 = 1\,000°K$, $\eta_c = \eta_t = 0{,}80$ şi $\Delta T = 50°$; 70°, 90° şi 110°.

In fig. 6 s-au trasat curbele care exprimă debitul specific M/N (kmol/kW) de gaze, necesar să circule prin agregat pentru a realiza 1 kWh pentru trei cazuri caracterizate prin:

$$T_1 = 300°K; \quad \eta_c = \eta_t = 0{,}80; \quad \Delta T = 50° \text{ şi } T_4 = 800°K,\ 1\,000°K \text{ şi } 1\,200°K.$$

Aceste curbe au fost trasate pe baza formulei

$$\frac{M}{N} = \frac{860}{\eta_t \cdot T_4 \cdot \mathcal{C}_p \Big|_{T_6}^{T_5} \left(1 - \frac{T_1}{T_4} \cdot \frac{\psi_{21} - 1}{\eta_c \cdot \eta_t} \cdot \frac{\mathcal{C}_p \Big|_{T_1}^{T_2}}{\mathcal{C}_p \Big|_{T_5}^{T_4}} - \frac{1{,}009}{\psi_{21}}\right)}. \tag{19}$$

Se vede că acest debit scade cu creşterea raportului P_2/P_1 şi este foarte puternic influenţat de temperatura T_4. Numai în cazul cînd $T_4 = 800°K$, se observă o creştere slabă a raportului M/N, pentru valori ale lui $P_2/P_1 > 3{,}5$.

In fig. 7 s-au trasat valorile lui $\Delta \mathcal{J}_c$ (kcal/kWh) necesar pentru a realiza comprimarea a M/N kilomoli de aer la raportul presiunilor P_2/P_1. Se vede că această energie creşte în funcţie de raportul P_2/P_1, dar scade foarte mult cu creşterea temperaturii T_4.

Pentru a ilustra caracterul particular al curbelor de mai sus, aplicabil numai schemei din fig. 1, în cele ce urmează se va studia şi cazul unei turbine de gaze cu o putere de 25 000 kW, realizată după schema din fig. 8. Este vorba de o instalaţie staţionară, cu $T_6 = T_8$ şi $T_1 = 300°K$. Intre cele două compresoare se realizează o răcire a aerului, cu apă de răcire pînă la o temperatură $T_3 = T_1 + \Delta T_1$. Conform schemei, se mai poate scrie şi $T_5 = T_{10} - \Delta T_2$.

Pentru a ţine seamă de pierderile de presiune din diferitele schimbătoare de căldură, precum şi din camerele de ardere, se vor introduce nişte coeficienţi φ de pierderi mai mici ca unitatea, astfel încît se va scrie

$$P_3 = \varphi_1 \cdot P_2; \quad P_5 = \varphi_2 \cdot P_4; \quad P_6 = \varphi_3 \cdot P_5; \quad P_8 = \varphi_4 \cdot P_7 \quad \text{şi} \quad P_{11} = \varphi_5 \cdot P_{10}$$

Insă

$$P_{11} \cong P_1.$$

Pentru uşurinţa calculelor, s-a divizat turbina de presiune joasă în două turbine, una pentru antrenarea compresorului de joasă presiune şi alta pentru antrenarea generatorului electric. Această divizare nu este absolut necesară în realitate şi ea nu mai apare în formulele finale decît sub forma căldurii specifice.

Pe baza principiului întîi al termodinamicii, se poate scrie imediat

$$N = \frac{\eta_t \cdot M \cdot c_p \Big|_{T_{10}}^{T_9} (T_9 - T_{10})}{860} \text{ (kW)} \tag{20}$$

unde η_t este randamentul turbinei III. (Se consideră că fiecare turbină din cele trei are acelaşi randament η_t) şi M (kmol/h) debitul de aer şi gaze care circulă prin agregat.

In partea de presiune joasă se poate scrie

$$\frac{M \cdot c_p \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1)}{\eta_c} = M \cdot \eta_t \cdot c_p \Big|_{T_9}^{T_8} \cdot (T_8 - T_9) \tag{21}$$

unde η_c este randamentul fiecăruia dintre cele două compresoare în parte.

In partea de presiune înaltă se poate scrie

$$\frac{M \cdot c_p \Big|_{T_3}^{T_4} \cdot (T_4 - T_3)}{\eta_c} = M \cdot \eta_t \cdot c_p \Big|_{T_7}^{T_6} \cdot (T_6 - T_7). \tag{22}$$

In prima cameră de combustiune se poate scrie

$$M \cdot (T_6 - T_5) \cdot c_p \Big|_{T_5}^{T_6} = B_1 \cdot H_i \cdot \eta_b, \tag{23}$$

iar în a doua cameră

$$M \cdot (T_8 - T_7) \cdot c_p \Big|_{T_7}^{T_8} = B_2 \cdot H_i \cdot \eta_b, \tag{24}$$

unde B_1 [kg/h] este consumul de combustibil în prima cameră, iar B_2—consumul de combustibil în camera a doua.

In acest caz se poate scrie pentru randament:

$$\eta = \frac{860\, N}{(B_1 + B_2) \cdot H_i} = \frac{\eta_t \cdot \eta_b \cdot c_p \Big|_{T_{10}}^{T_9} \cdot (T_9 - T_{10})}{(T_6 - T_5) \cdot c_p \Big|_{T_5}^{T_6} + (T_8 - T_7) \cdot c_p \Big|_{T_7}^{T_8}} \tag{25}$$

Temperaturile T_6 şi T_8 sînt date, aşa că se va căuta să se exprime în funcţie de ele şi celelalte temperaturi. Se notează în acest scop:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \psi_{21}, \quad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \psi_{43}$$

$$\frac{T_6}{T_7} = \left(\frac{P_6}{P_7}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \psi_{67}, \quad \frac{T_8}{T_9} = \left(\frac{P_8}{P_9}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \psi_{89} \cdot \quad \frac{T_9}{T_{10}} = \left(\frac{P_9}{P_{10}}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \psi_{910} \tag{26}$$

precum şi:

$$\psi_{41} = \psi_{43} \cdot \psi_{21} \cdot \varphi_1^{\frac{n-1}{n}}, \quad \psi_{8 \cdot 10} = \psi_{89} \cdot \psi_{9 \cdot 10} \cdot$$

Pe de altă parte se poate scrie

$$\frac{P_9}{P_{10}}=\frac{P_9}{P_8}\cdot\frac{P_8}{P_{10}}=\frac{P_9}{P_8}\cdot\frac{\varphi_4\cdot P_7\cdot\varphi_5}{P_{11}}=\frac{P_9}{P_8}\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5\cdot\frac{P_7}{P_1}$$

deoarece $P_{11}\cong P_1$. Pentru raportul P_7/P_1, se poate scrie

$$\frac{P_7}{P_1}=\frac{P_7}{P_6}\cdot\frac{P_6}{P_5}\cdot\frac{P_5}{P_4}\cdot\frac{P_4}{P_3}\cdot\frac{P_3}{P_2}\cdot\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_7}{P_6}\cdot\varphi_3\cdot\varphi_2\cdot\frac{P_4}{P_3}\cdot\varphi_1\cdot\frac{P_2}{P_1},$$

de unde

$$\psi_{9\cdot 10}=\frac{1}{\psi_{89}}\cdot\frac{1}{\psi_{67}}\cdot\psi_{41}\cdot(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}. \tag{27}$$

Din relaţia (22) se poate scrie:

$$\frac{1}{\psi_{67}}=1-\frac{T_1+\Delta T_1}{T_6}\cdot\frac{\psi_{43}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}\cdot\frac{\mathcal{C}_p\,|_{T_3}^{T_4}}{\mathcal{C}_p\,|_{T_7}^{T_6}} \tag{28}$$

iar din relaţia (21):

$$\frac{1}{\psi_{89}}=1-\frac{T_1}{T_8}\cdot\frac{\psi_{21}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}\cdot\frac{\mathcal{C}_p\,|_{T_1}^{T_2}}{\mathcal{C}_p\,|_{T_9}^{T_8}}, \tag{29}$$

de unde rezultă

$$\psi_{9\cdot 10}=\psi_{41}\cdot(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}\cdot\left(1-\frac{T_1+\Delta T_1}{T_6}\cdot\frac{\psi_{43}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}\cdot\frac{\mathcal{C}_p\,|_{T_3}^{T_4}}{\mathcal{C}_p\,|_{T_7}^{T_6}}\right)\times$$

$$\times\left(1-\frac{T_1}{T_8}\cdot\frac{\psi_{21}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}\cdot\frac{\mathcal{C}_p\,|_{T_1}^{T_2}}{\mathcal{C}_p\,|_{T_9}^{T_8}}\right). \tag{30}$$

Ţinînd seamă de faptul că

$$T_{10}=\frac{T_8}{\psi_{89}\cdot\psi_{9\cdot 10}} \tag{31}$$

şi că de obicei $T_6=T_8$, se poate scrie

$$\eta=\frac{\eta_b\cdot\eta_t\cdot\mathcal{C}_p\,|_{T_{10}}^{T_9}\left[\frac{1}{\psi_{89}}-\frac{\psi_{67}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}}\right]}{\mathcal{C}_p\,|_{T_5}^{T_6}\left[1+\frac{\Delta T_2}{T_6}-\frac{\psi_{67}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}}\right]+\left(1-\frac{1}{\psi_{67}}\right)\cdot\mathcal{C}_p\,|_{T_7}^{T_8}} \tag{32}$$

în care ψ_{67} şi ψ_{89} se vor calcula cu ajutorul formulelor (28) şi (29). Avînd în vedere că de obicei la compresoarele etajate $P_2/P_1=P_4/P_3$, se poate exprima

$$\psi_{21}=\psi_{43}=\sqrt{\frac{\psi_{41}}{\varphi_1^{\frac{n-1}{n}}}}, \tag{33}$$

ceea ce permite a efectua toate calculele numai în funcţie de raportul ψ_{41} şi de T_1, T_6, ΔT_1, ΔT_2, η_c, η_t şi căldurile specifice.

Pentru calculul numeric al diagramelor se va admite:

$$\varphi_1=0{,}98;\quad \varphi_2=0{,}98;\quad \varphi_3=0{,}97:\quad \varphi_4=0{,}97;\quad \text{şi}\quad \varphi_5=0{,}97,$$

astfel că

$$(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}=0{,}97$$

apoi

$$\mathcal{C}_p\Big|_{T_1}^{T_2}=7{,}00,\quad \mathcal{C}_p\Big|_{T_3}^{T_4}=7{,}00,\quad \mathcal{C}_p\Big|_{T_5}^{T_6}=8{,}00,\quad \mathcal{C}_p\Big|_{T_7}^{T_6}=8{,}00$$

$$\mathcal{C}_p\Big|_{T_7}^{T_8}=8{,}00,\quad \mathcal{C}_p\Big|_{T_9}^{T_8}=8{,}00,\quad \mathcal{C}_p\Big|_{T_{10}}^{T_9}=7{,}70,$$

toate exprimate în kcal/kmol·grd. Se va lua apoi: $T_1=300°K$, $\eta_c=\eta_t=80$, $\Delta T_1=20°$, $\Delta T_2=50°$, iar pentru $T_6=T_8$, se vor lua valorile: 800°K, 900°K, 1 000°K şi 1 100°K.

Ca variabilă independentă, se va lua: $P_4/P_1=2{,}0$; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0 şi 8,0.

In fig. 9 este trasată variaţia randamentului agregatului din fig. 8, în funcţie de raportul P_4/P_1, avînd ca parametri variabili temperaturile $T_6=T_8$. Se vede din aceste curbe că valorile randamentului maxim al agregatului se obţin pentru raportul P_4/P_1 cuprins între 3 şi 5 şi că randamentul este şi acum mult influenţat de temperatura gazelor la intrarea în turbină.

Debitul de fluid, necesar să circule prin agregat, va fi acum

$$\frac{M}{N}=\frac{860}{\eta_t\cdot T_6\cdot\mathcal{C}_p\Big|_{T_{10}}^{T_1}\cdot\left[\frac{1}{\psi_{89}}-\frac{\psi_{67}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}}\right]}\left[\frac{\text{kmol}}{\text{kWh}}\right] \tag{34}$$

iar puterea totală consumată de cele două compresoare este

$$\frac{\Delta\mathcal{J}_c}{N}=\frac{M}{N}\cdot\frac{\mathcal{C}_p\Big|_{T_1}^{T_2}}{\eta_c}\cdot T_1\cdot\left(\psi_{21}+\psi_{41}+\frac{\Delta T_1}{T_1}-2\right)\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kWh}}\right]. \tag{35}$$

Raportul dintre consumul de combustibil din cele două camere de combustiune este dat de formula

$$\frac{B_1}{B_2}=\frac{T_6-T_5}{T_8-T_7}=\frac{1+\frac{\Delta T_2}{T_6}-\frac{\psi_{67}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}}}{1-\frac{1}{\psi_{67}}}, \tag{36}$$

avînd în vedere că $\mathcal{C}_p\Big|_{T_5}^{T_6}\cong\mathcal{C}_p\Big|_{T_7}^{T_8}$ şi că $T_6=T_8$.

Din puterea totală produsă de toate trei turbinele, N_t, puterea utilă, N_u, reprezintă în procente:

$$\frac{N_u}{N_t}=100\cdot\frac{\mathcal{C}_p\Big|_{T_{10}}^{T_9}\cdot\left[\frac{1}{\psi_{89}}-\frac{\psi_{67}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{1}}}\right]}{\mathcal{C}_p\Big|_{T_7}^{T_6}\cdot\left(1-\frac{1}{\psi_{67}}\right)+\mathcal{C}_p\Big|_{T_9}^{T_8}\cdot\left(1-\frac{1}{\psi_{89}}\right)+\mathcal{C}_p\Big|_{T_{10}}^{T_9}\cdot\left[\frac{1}{\psi_{89}}-\frac{\psi_{67}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3\cdot\varphi_4\cdot\varphi_5)^{\frac{n-1}{n}}}\right]} \tag{37}$$

In fig. 10 a fost trasat raportul M/N în funcţie de P_4/P_1 şi de $T_6=T_8$, iar în fig. 11 valorile raportului $\Delta\mathcal{J}_c/N$ pentru aceiaşi parametri. Ambele figuri se referă la schema din fig. 8.

Pentru a se constata şi influenţa recuperatorului de căldură asupra randamentului agregatului, se va studia mai departe expresia randamentului celor două scheme de mai sus, fără recuperator de căldură.

In cazul schemei simple din fig. 12, se poate scrie, ca şi pînă acum

$$T_1\cdot\mathcal{C}_p\Big|_{T_1}^{T_2}\cdot(\psi_{21}-1)=T_3\cdot\mathcal{C}_p\Big|_{T_4}^{T_3}\cdot\left(1-\frac{1}{\psi_{43}}\right)\cdot\eta_c\cdot\eta_t \tag{38}$$

şi

$$B\cdot H_i\cdot\eta_b=M\cdot\mathcal{C}_p\Big|_{T_2}^{T_3}\cdot(T_3-T_2) \tag{39}$$

precum şi

$$860\,N=M\cdot T_5\cdot\eta_t\cdot\mathcal{C}_p\Big|_{T_5}^{T_4}\cdot(\psi_{45}-1). \tag{40}$$

Randamentul instalaţiei va fi acum

$$\eta=\eta_b\cdot\eta_t\cdot\frac{\mathcal{C}_p\Big|_{T_5}^{T_4}}{\mathcal{C}_p\Big|_{T_2}^{T_3}}\cdot\frac{T_5\cdot(\psi_{45}-1)}{T_3-T_2}. \tag{41}$$

Avînd în vedere că $P_3=\varphi\cdot P_2$ şi $P_5\cong P_1$, se poate scrie şi

$$\psi_{45}=\frac{\psi_{21}}{\psi_{34}}\cdot\varphi^{\frac{n-1}{n}}, \tag{42}$$

iar

$$T_5=\frac{T_3}{\psi_{21}\cdot\varphi^{\frac{n-1}{n}}}. \tag{43}$$

Din relaţia (38) se poate scrie

$$\frac{1}{\psi_{34}}=1-\frac{T_1}{T_3}\cdot\frac{\mathcal{C}_p\Big|_{T_1}^{T_2}}{\mathcal{C}_p\Big|_{T_4}^{T_3}}\cdot\frac{\psi_{21}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}, \tag{44}$$

de unde, pentru expresia randamentului se poate scrie

$$\eta=\eta_b\cdot\eta_t\cdot\frac{\mathcal{C}_p\Big|_{T_5}^{T_4}}{\mathcal{C}_p\Big|_{T_2}^{T_3}}\cdot\frac{\frac{1}{\psi_{34}}}{1-\frac{T_1}{T_3}\cdot\psi_{21}}. \tag{45}$$

In fig. 13 s-a trasat curba randamentului pentru schema din fig. 12 şi ca termen de comparaţie şi cel pentru schema din fig. 1 (cu recuperator) pentru două valori ale lui ΔT. Ambele curbe au fost calculate cu: $T_1=300°K$, T_3, resp. $T_4=1\,000°K$, $\eta_c=\eta_t=0{,}80$, iar pentru schema din fig. 1 s-a luat şi $\Delta T=50°$ şi $90°$.

In cazul instalaţiei executată conform schemei din fig. 14, care este schema din fig. 8, dar fără recuperator de căldură, se va obţine, în acelaşi mod ca mai înainte, următoarea expresie pentru randament

$$\eta=\frac{T_7\cdot c_p\Big|_{T_9}^{T_8}\cdot\left[\frac{1}{\psi_{78}}-\frac{\psi_{56}}{\psi_{41}}\cdot\frac{1}{(\varphi_2\cdot\varphi_3)^{\frac{n-1}{n}}}\right]}{c_p\Big|_{T_4}^{T_5}\cdot[T_5-(T_1+\Delta T_1)\cdot\psi_{43}]+c_p\Big|_{T_6}^{T_7}\cdot\left(T_7-\frac{T_5}{\psi_{56}}\right)} \tag{46}$$

unde

$$\frac{1}{\psi_{56}}=1-\frac{T_1+\Delta T_1}{T_7}\cdot\frac{c_p\Big|_{T_3}^{T_4}}{c_p\Big|_{T_6}^{T_5}}\cdot\frac{\psi_{43}-1}{\eta_c\cdot\eta_t} \tag{47}$$

şi

$$\frac{1}{\psi_{78}}=1-\frac{T_1}{T_7}\cdot\frac{c_p\Big|_{T_1}^{T_2}}{c_p\Big|_{T_8}^{T_7}}\cdot\frac{\psi_{21}-1}{\eta_c\cdot\eta_t}, \tag{48}$$

iar

$$\varphi_2=P_5/P_4,\quad \varphi_3=P_7/P_6$$

şi

$$\psi_{21}=\psi_{43}=\sqrt{\frac{\psi_{41}}{\varphi_1^{\frac{n-1}{n}}}}. \tag{49}$$

In fig. 15 s-a trasat curba randamentului pentru schema din fig. 14, iar ca termen de comparaţie, curba randamentului pentru schema din fig. 8. In ambele cazuri, s-a luat: $T_1=300°K$, $\Delta T_1=20°$, $\eta_c=\eta_t=0{,}80$, T_5, respectiv $T_6=1\,000°K$ şi în cazul schemei din fig. 8, $\Delta T_2=50°$.

In fig. 16 s-au trasat curbele rapoartelor N_u/N_t pe schemele din fig. 1 şi 8, pentru cazurile cînd: $T_1=300°K$, T_4, resp. $T_6=1\,000°K$, $\Delta T=50°$ şi $\eta_c=\eta_t=0{,}80$.

CONCLUZII

In primul rînd trebuie remarcat faptul că studiul de mai sus are un caracter teoretic, deoarece la întocmirea lui s-au făcut oarecare simplificări şi s-au admis unele valori pentru mărimile care intervin, pe care numai măsurătorile din laborator le pot justifica. Totuşi acest studiu are mare importanţă pentru orientare la începutul unei proiectări, pentru a evita unele soluţii care nu au nici-o şansă de reuşită.

Examinînd curbele trasate în figurile de mai sus, se pot trage următoarele concluzii:

1. Raportul presiunilor create de compresor, pentru care se obţine randamentul maxim la turbinele cu recuperator, depinde de schema adoptată. In orice caz, pentru schemele examinate mai sus el se găseşte la un raport de compresiune de 2...4, în cazul turbinelor cu recuperator şi de 8...10 pentru turbinele fără recuperator. Schema din fig. 1 corespunde unei turbine pentru vehicule terestre, iar cea din fig. 12 uneia pentru turboreactoare. Schema din fig. 8 corespunde unei instalaţii de mare putere (~25000 kW) cu caracter staţionar, iar cea din fig. 14 aceleiaşi instalaţii, unde, însă, căldura evacuată se recuperează prin încălzirea apei în scop de termoficare, deci într-o instalaţie separată de a turbinei.

2. Valoarea randamentului depinde foarte puternic de temperatura de intrare a gazelor în turbină. Cu cît creşte, însă, această temperatură, cu atît mai mic va fi avantajul creşterii temperaturii de mai sus. Acest lucru poate fi observat la toate proprietăţile turbinelor, studiate în lucrarea de faţă şi nu numai la randament.

3. Influenţa randamentului turbinelor este cît se poate de mare. Dacă turbinele au un randament ridicat, se poate compensa o temperatură mai scăzută la intrare, deci se pot utiliza materiale de construcţie mai puţin pretenţioase.

4. Influenţa randamentului compresorului este mai puţin interesantă decît a celui al turbinei, dar în valoare absolută este foarte importantă.

5. Mai puţin simţită se face influenţa diferenţei de temperatură dintre intrarea gazelor în recuperator şi ieşirea aerului din el, dacă această diferenţă nu variază în limite prea largi. Pentru o variaţie de la 50° la 110°, randamentul maxim al instalaţiei a scăzut de la 0,260 la 0,212. Această temperatură are însă mare importanţă la dimensionarea schimbătorului de căldură.

6. Mult mai importantă, mai ales pentru rapoarte mici de presiune, este existenţa recuperatorului de căldură. In cazul schemelor fără recuperator de căldură, curba randamentului atinge un maxim la valori mult mai mari ale raportului de presiuni, ceea ce necesită compresoare puternice şi complicate (polietajate). Acest rezultat nu este de altfel în concordanţă cu teoria stabilită pentru gazele perfecte din cazul instalaţiei fără recuperator, unde randamentul variază conform formulei

$$\eta = 1 - \frac{1}{\psi^{\frac{n-1}{n}}}. \tag{50}$$

La valori mai mici ale acestui raport, randamentul schemei fără recuperator este cu atît mai mic, faţă de al schemei cu recuperator, cu cît diferenţa ΔT este mai mică. Abia la rapoarte mai mari de presiuni, cele două curbe se intersectează.

LES FACTEURS QUI INFLUENCENT LE RENDEMENT D'UNE TURBINE À GAZ

(RESUMÉ)

On étudie l'influence des paramètres tels que : la température des gaz à l'entrée, le rendement de la turbine proprement dite, le rendement du

compresseur, la présence ou l'absence du recupérateur de chaleur, le rendement de celui-ci sur le rendement général d'un agrégat de turbine à gaz.

On a tracé les courbes en fonction du rapport de pressions réalisé par le compresseur.

On a fait l'étude sur un schème simple de turbine pour auto-véhicules et sur un schème plus compliqué de turbine stationnaire de 25.000 kw environ, au couplage.

ГЛАВНЫЕ ФАКТОРЫ ОТ КОТОРЫХ ЗАВИСИТ К. П. Д. ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе изучается влияние на общий к. п. д. агрегата газовой турбины следующих параметров: температура газов при входе в турбину, к. п. д. турбины как таковой, к. п. д. компрессора, присутствие или отсутствие рекуператора теплоты и его к. п. д.

Кривые были построены в функции отношения давлений полученных от компрессора. Изучению были подвергнуты простая схема автомобильной турбины и более сложная схема стационарной турбины в 25 000 кв на сцеплении.

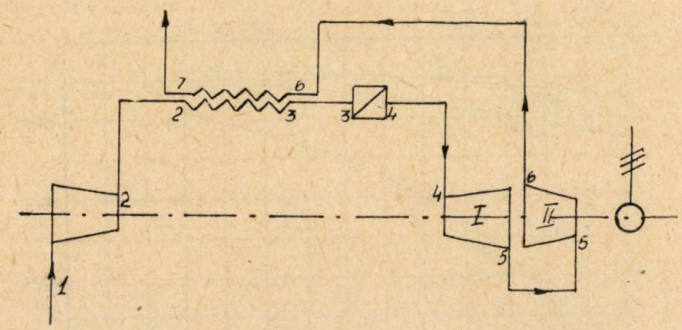


Fig. 1. Schema turbinei cu gaze pentru autovehicule, cu recuperator.

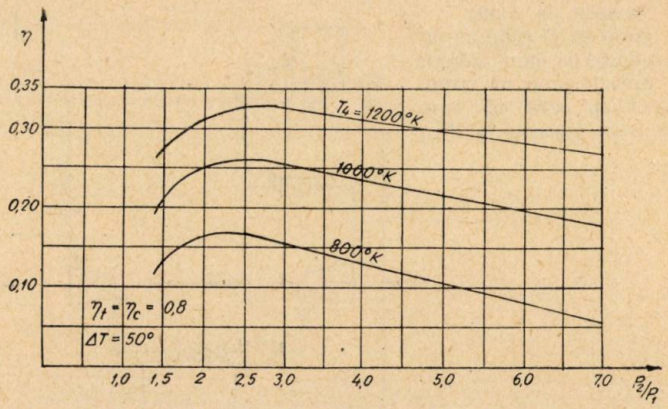


Fig. 2. Influența temperaturii gazelor la intrarea în turbină asupra randamentului agregatului din fig. 1.

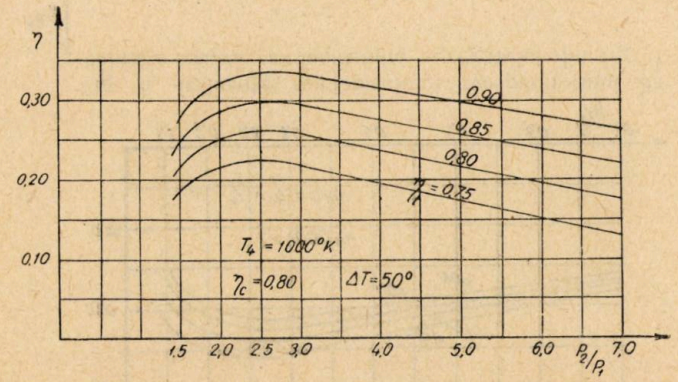


Fig. 3. Influența randamentului turbinei propriu zise asupra randamentului agregatului din fig. 1.

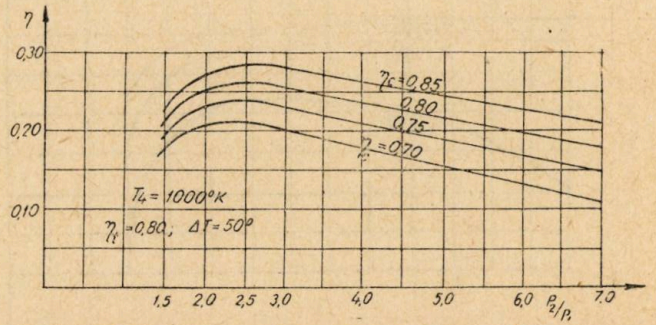


Fig. 4. Influența randamentului compresorului asupra randamentului agregatului din fig. 1.

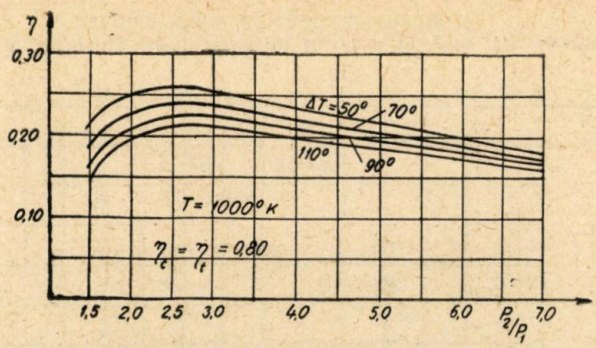


Fig. 5. Influenţa randamentului recuperatorului de căldură asupra randamentului agregatului din fig. 1.

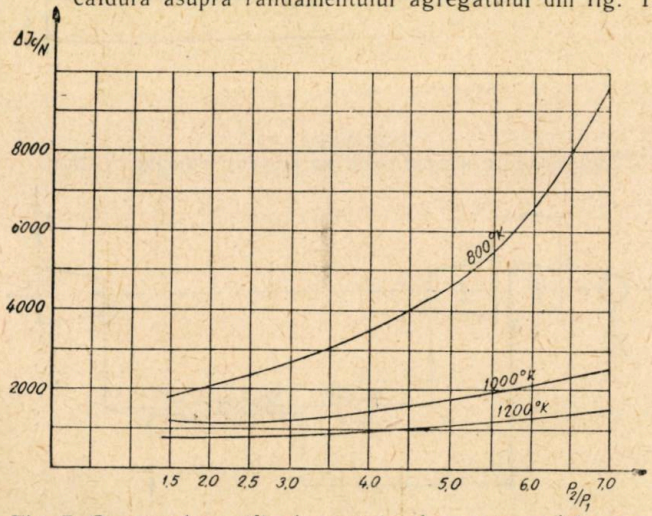


Fig. 7. Consumul specific de energie al compresorului agregatului din fig. 1 funcţie de temperatura de intrare a gazelor în turbină.

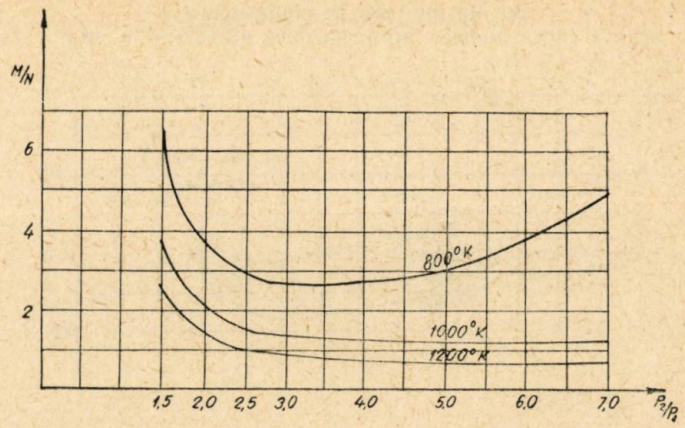


Fig. 6. Debitul specific de aer necesar turbinei în funcţie de temperatura gazelor la intrarea în turbină pentru agregatul din fig. 1.

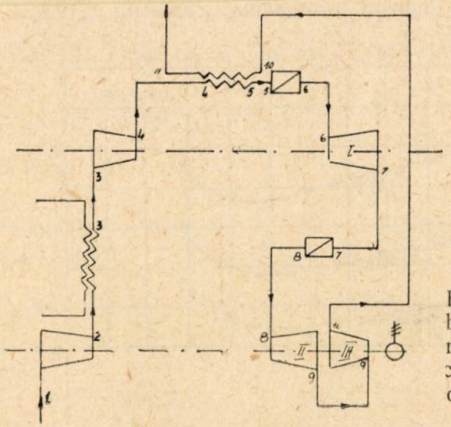


Fig. 8. Schema unei turbine cu gaze de putere mare, cu două trepte de compresiune, cu recuperare de căldură şi cu două camere de ardere.

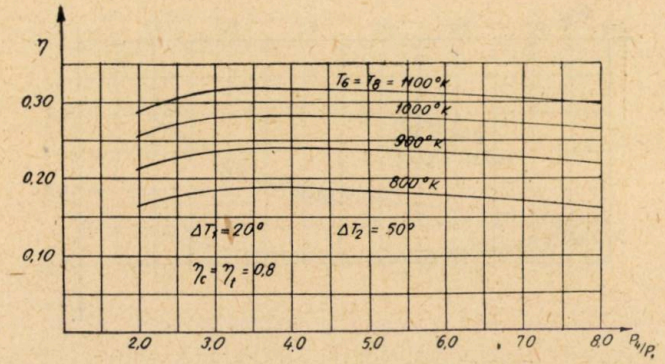


Fig. 9. Influenţa temperaturii de intrare a gazelor în turbine asupra randamentului agregatului din fig. 8.

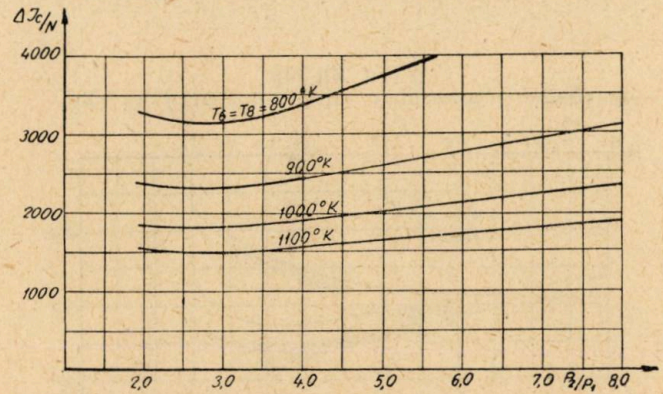


Fig. 11. Consumul specific de energie al compresorului pentru agregatul din fig. 8.

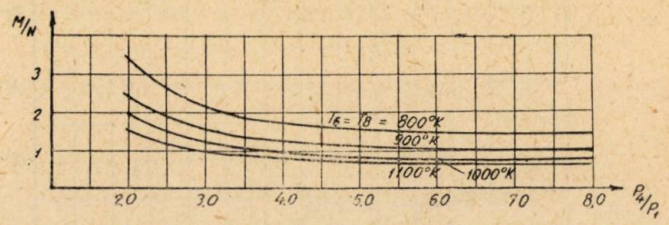


Fig. 10. Debitul specific de aer în funcţie de temperatura de intrare a gazelor în turbinele agregatului din fig. 8.

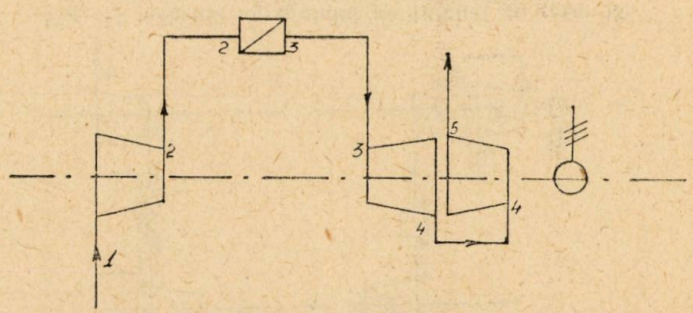


Fig. 12. Schema turbinei cu gaze pentru autovechicol, fără recuperator de căldură.

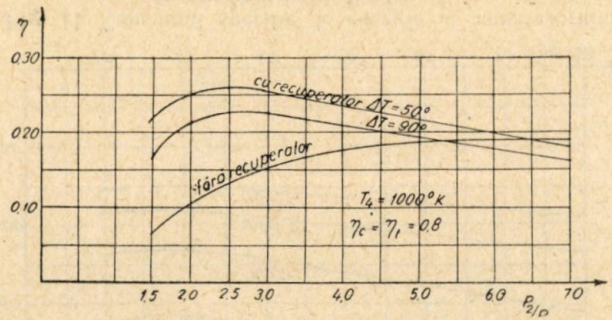


Fig. 13. Comparaţia între randamentul agregatului din fig. 1 şi 8.

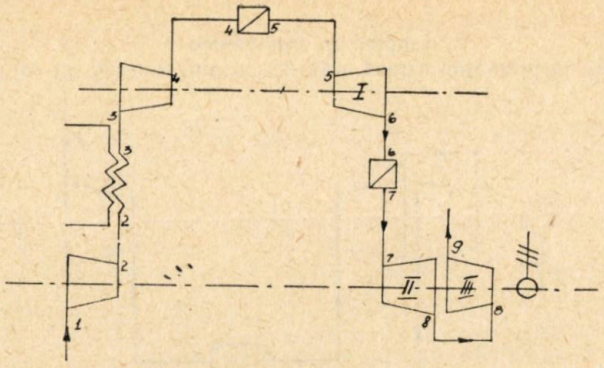


Fig. 14. Schema agregatului de turbină cu gaze de putere mare, fără recuperator de căldură.

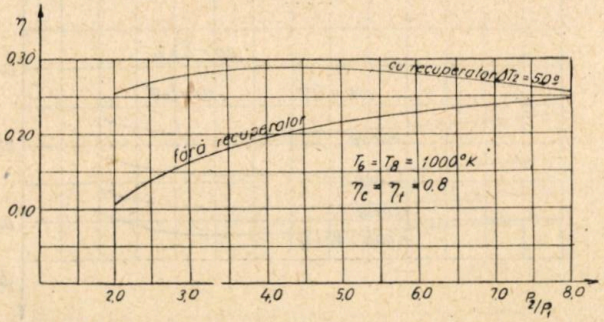


Fig. 15. Comparaţie între randamentul agregatelor din fig. 8 şi fig. 14.

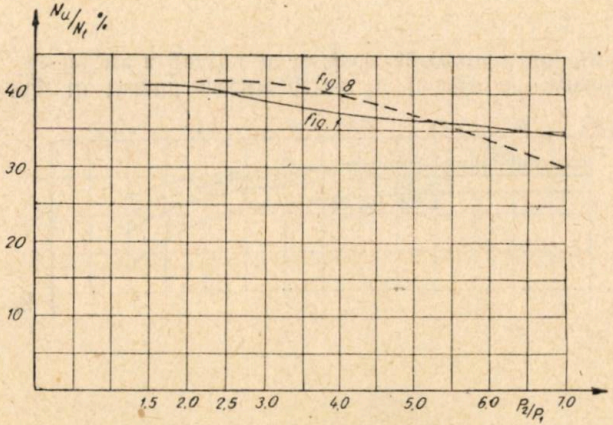


Fig. 16. Raportul procentual dintre puterea utilă N_u şi puterea totală N_t produsă de turbinele din schemele reprezentate în fig. 1 şi fig. 8.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CONTRIBUŢII LA DETERMINAREA ECUAŢIEI DE ECHILIBRU A UNUI CABLU ELASTIC

DE

LAZĂR BOLEANŢU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Utilizarea cablurilor în cele mai variate servicii, — de la cablul purtător sau trăgător al liniilor de funiculare şi pînă la liniile aeriene pentru transportul energiei electrice — formulează o serie de probleme şi necesită rezolvarea acestor probleme la un nivel de aproximaţie acceptabil pentru practică.

Una din aceste probleme o constituie şi determinarea săgeţii unui cablu, problemă ce se rezolvă în diferite ipoteze simplificatorii.

Pentru cazul firului flexibil, inextensibil şi omogen, se dau rezolvări exacte prin ecuaţia lănţişorului sau ecuaţia parabolei, în ipoteza unei repartiţii constante a sarcinii pe orizontală.

Literatura de specialitate pentru trasarea liniilor de funicular [1] consideră că, la deschideri mici, forma de echilibru a cablului poate fi aproximată printr-un arc de cerc de rază egală cu raza de curbură a parabolei, în mijlocul deschiderii. Se apreciază că diferenţa între săgeata calculată după ecuaţia lănţişorului sau după ecuaţia parabolei, depinde de : tensiunea din cablu, deschiderea cablului şi înclinarea cablului.

Pentru un cablu purtător, întins cu $^1/_5$ din efortul de rupere, săgeata poate fi calculată cu suficientă aproximaţie după ecuaţia parabolei, făcîndu-se o eroare de cca 2—3%, faţă de acelaşi calcul făcut cu ajutorul ecuaţiei lănţişorului.

În cele ce urmează ne propunem să găsim ecuaţia de echilibru a cablului întins, ţinînd seama de : elasticitatea cablului şi deci de variaţia greutăţii specifice a cablului din cauză că alungirea specifică a cablului este de cca trei ori mai mare decît contracţia transversală [2] şi de variaţia de temperatură.

Cablul se consideră perfect flexibil.

Variaţia de lungime a cablului, datorită întinderii şi variaţiei de temperatură se poate scrie :

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{T\lambda_0}{sE} \tag{1}$$

unde :

s este secţiunea cablului, presupusă neschimbată (neglijăm contracţia transversală ;

E — modulul de elasticitate al cabluiui ;

T — tensiunea în cablu ;

λ, λ_0 — lungimea cablului după întindere respectiv înainte de întindere.

Pe de altă parte greutatea totală a cablului a rămas aceeaşi :

$$g_0 s\lambda_0=gs\lambda=gs\left(\lambda_0+\frac{T\lambda_0}{sE}+\lambda_0\alpha\Delta t\right)$$

unde :

g_0, g este greutatea specifică a cablului înainte de întindere, respectiv după întindere ;

α — coeficientul de temperatură.

Deducem

$$g=\frac{g_0}{1+T/sE+\alpha\Delta t}. \tag{2}$$

Dacă izolăm un element de cablu dl, se pot scrie ecuaţiile de echilibru (fig. 1) :

$$\bar{H}_2-H_1=0 \tag{3}$$

$$V_1-V_2-gsdl=0 \tag{4}$$

Din (3) rezultă că componenta orizontală a tensiunii este constantă iar din (4) rezultă : $dV=gsdl$ unde $dl=(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}dx$.

Ţinînd seama de (2) şi avem :

$$dV=\frac{g_0 s}{1+\frac{T}{sE}+\alpha\Delta t}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}dx$$

$$\frac{dV}{dx}=\frac{g_0 s}{1+\frac{T}{sE}+\alpha\Delta t}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}. \tag{5}$$

Deoarece avem $V=H\mathrm{tg}\varphi$, iar dacă sistemul de axe pe care îl vom folosi are axa ox paralelă cu H, mai putem scrie : $\mathrm{tg}\varphi=y'=dy/dx$.

Pe de altă parte:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{d}{dx}\left[H\frac{dy}{dx}\right] = H\frac{dy'}{dx}$$

și deci ecuația (5) devine:

$$\frac{dy'}{dx} = \frac{g_0 s}{\left[1+\frac{T}{sE}+\alpha\Delta t\right]H}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}. \tag{6}$$

Tensiunea în punctul cel mai de jos al curbei este:

$$\sigma_0 = \frac{T}{s} = \frac{H}{s} \tag{7}$$

tangenta în acest punct acceptînd-o orizontală.

Facem observația că această tensiune este și cea mai mică tensiune de-a lungul cablului.

Ținînd seama de cele de mai sus, obținem:

$$T = H\frac{dl}{dx} = \sigma_0 s(1+y'^2)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

relația (6) cu (7) și (8), devine:

$$\frac{dy'}{dx} = \frac{g_0 s}{\left(1+\frac{T}{sE}+\alpha\Delta t\right)H}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}$$

ținem seama de (8) și obținem:

$$\frac{dy'}{dx} = \frac{g_0(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}}{\sigma_0\left[1+\frac{\sigma_0}{E}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}+\alpha\Delta t\right]}. \tag{9}$$

Separăm variabilele și integrăm acceptînd ca la $x=0$, $y'=0$. Obținem:

$$x = \frac{\sigma_0}{g_0}(1+\alpha\Delta t)\,Ar\,\mathrm{sh}\,(y') + \frac{\sigma_0^2}{Eg_0}y'. \tag{10}$$

Plecînd de la ecuația (9), putem scrie:

$$\frac{dy'}{dx} = \frac{dy'}{dxy}\cdot\frac{dy}{dx} = \frac{g_0(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}}{\sigma_0\left[1+\frac{\sigma_0}{E}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}+\alpha\Delta t\right]}.$$

Separăm variabilele şi integrăm ţinînd seama de condiţia : la $x=0$, $y'=0$, $y=\frac{\sigma_0}{g_0}$ şi obţinem :

$$y=\frac{\sigma_0}{g_0}\left[(1+\alpha\Delta t)(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\sigma_0}{2E}y'^2\right]. \tag{11}$$

Dacă notăm :

$$K_1'=\frac{\sigma_0}{g_0}(1+\alpha\Delta t) \quad \text{şi} \quad K_2'=\frac{\sigma_0^2}{Eg_0} \tag{12}$$

şi dacă ţinem seama că :

$$\sigma_0=\frac{H}{s}=\frac{T}{s\cos\beta}=\frac{\sigma_B}{\cos\beta}=\frac{\sigma_B}{1+y_B'^2}$$

şi deci

$$K_1'=\frac{\sigma_B}{g_0(1+y_B'^2)^{\frac{1}{2}}}(1+\alpha\Delta t)=\frac{K_1}{(1+y_B'^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad K_2'=\frac{\sigma_B^2}{Eg_0(1+y_B'^2)}=\frac{K_2}{1+y_B'^2}. \tag{13}$$

unde σ_B este efortul specific maxim în punctul cel mai înalt al cablului (fig. 2), iar $\operatorname{tg}\beta=y'|_{x=x_B}$.

În felul acesta ecuaţiile parametrice ale curbei ce reprezintă figura de echilibru devin

$$\begin{aligned} x&=\frac{K_1}{(1+y_B'^2)^{\frac{1}{2}}}\,Arg\,\mathrm{sh}\,y'+\frac{K_2}{1+y_B'^2}y' \\ y&=\frac{K_1}{(1+y_B'^2)^{\frac{1}{2}}}(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{K_2}{2(1+y_B'^2)}y'^2. \end{aligned} \tag{14}$$

DETERMINAREA POZIŢIEI SISTEMULUI DE AXE

Dacă notăm punctele de suspensie : $A(x_A, y_A)$ şi $B(x_B, y_B)$ se pot scrie ecuaţiile (fig. 2) :

$$x_B-x_A=d$$

$$y_B-y_A=h$$

care devine, ţinînd seama de ecuaţiile (14) şi notaţiile făcute mai sus :

$$\frac{K_1}{(1+y_B'^2)^{\frac{1}{2}}}[Arg\,\mathrm{sh}\,y_B'-Arg\,\mathrm{sh}\,y_A']+\frac{K_2}{1+y_B'^2}(y_B'^2-y_A'^2)=d$$

$$\frac{K_1}{(1+y_B')^{\frac{1}{2}}}\left[(1+y_B'^2)^{\frac{1}{2}}-(1+y_A'^2)^{\frac{1}{2}}\right]+\frac{K_2}{2(1+y_B'^2)}(y_B'^2-y_A'^2)=h.$$

Dacă acceptăm aproximația $Arg\,\mathrm{sh}\,y' = y'$ și notăm :

$$\frac{K_1}{K_2} = K\,; \quad \frac{d}{K_2} = A\,; \quad \frac{2h}{K_2} = B, \quad y'_A = \mathrm{tg}\,\alpha\,; \quad y'_B = \mathrm{tg}\,\beta.$$

sistemul de mai sus devine :

$$\mathrm{tg}\,\beta - \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{A\sec^2\beta}{K\sec\beta + 1}$$

$$2K\sec\beta\,(\sec\beta - \sec\alpha) + (\sec^2\alpha - \sec^2\beta) = B\sec^2\beta. \tag{16}$$

Din ecuația a doua a sistemului (16) se deduce :

$$\frac{\sec\alpha}{\sec\beta} = -K \pm \sqrt{(K+1)^2 - B} = \lambda. \tag{17}$$

Din ecuația întîia a sistemului (16), asociată cu ecuația (17), deducem :

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{A\,(1 + \mathrm{tg}^2\beta)}{K(1+\mathrm{tg}^2\beta)^{\frac{1}{2}} + 1} + \sqrt{\lambda^2(1 + \mathrm{tg}^2\beta) - 1}\,; \quad \mu_1 = \mu_2 \tag{18}$$

În mod practic se trasează curbele reprezentate de ecuația (18) pe același grafic (fig. 3), iar citirea se face conform săgeții.

CONCLUZII

Metoda expusă prezintă avantajul de a lua în considerare factori fizici ce pot influența simțitor rezultatele în anumite situații ca de ex. la liniile aeriene pentru transportul energiei electrice care suportă variații mari de temperatură, sau la fire cu constantă elastică mare.

Reprezentarea grafică dă o privire de ansamblu asupra variației săgeții cablului, cu toate aproximațiile iminente unor metode grafoanalitice.

Utilizarea tangentei trigonometrice a unghiului pe care-l face tangenta geometrică la cablu, cu orizontala, ușurează citirea unghiului de așezare a cablului pe suporți, element important în proiectarea liniilor de funiculare.

O asemenea problemă s-a formulat și s-a rezolvat pe o altă cale cu un grad de aproximație mai mic întrucît calculul ia în considerație termeni din dezvoltarea în serie a lui sh x.

Aproximația acceptată de noi se înrăutățește pe măsură ce unghiurile tangentelor din punctele de suspensie cresc peste cca 20°, cînd valoarea absolută a erorii trece peste 0,001.

BIBLIOGRAFIE

1. A. I. Dukelschi, *Funiculare*, Mașghiz, 1951.
2. G. M. Rozanov, *Calculul mecanic al liniilor aeriene de transport de energie electrică*, Ed. Tehnică, București, 1957.

CONTRIBUTIONS À LA DÉTERMINATION DE L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE D'UN CÂBLE ÉLASTIQUE

(RESUMÉ)

En constatant que la flèche d'un câble inextensible diffère de la flèche du même câble considéré élastique, on établit les équation paramètriques de la figure d'équilibre d'un fil élastique, en indiquent en même temps la manière dont on peut introduire dans la calcul, la grandeur de la résistance admissible du câble.

En généralisant les formules trouvées on a introduit aussi l'influence de la variation de température sur la figure d'équilibre.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЭЛАСТИЧНОГО КАБЕЛЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Установив несоответствия между прогибом кабеля считаемого нерастяжимым и таким-же кабелем, считаемым эластичным, определяются параметрические уравнения фигуры равновесия эластичной нити и указывается как можно ввести в расчет величину допустимого сопротивления кабеля.

Как обобщенность найденных формул, введено и влияние вариации температуры на фигуру равновесия.

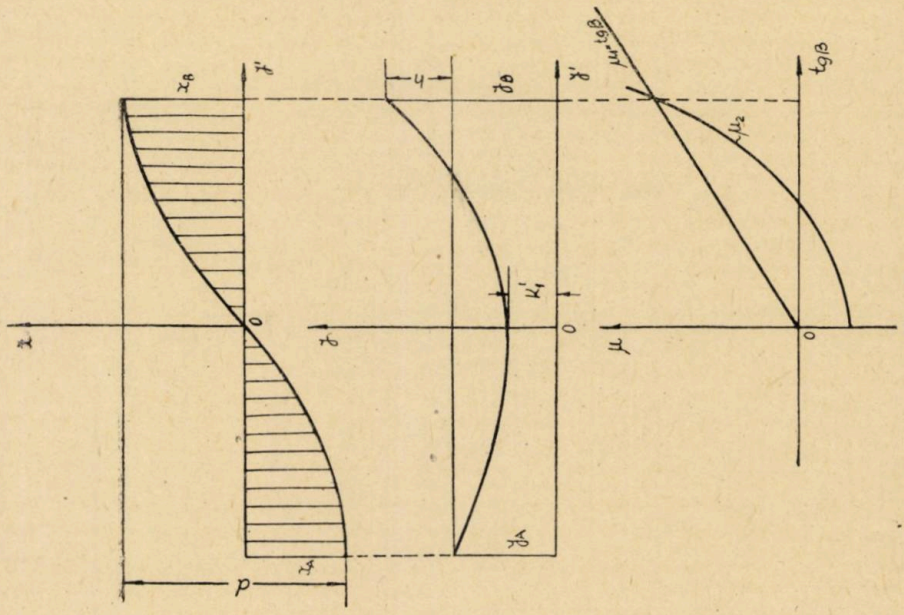


Fig. 3.

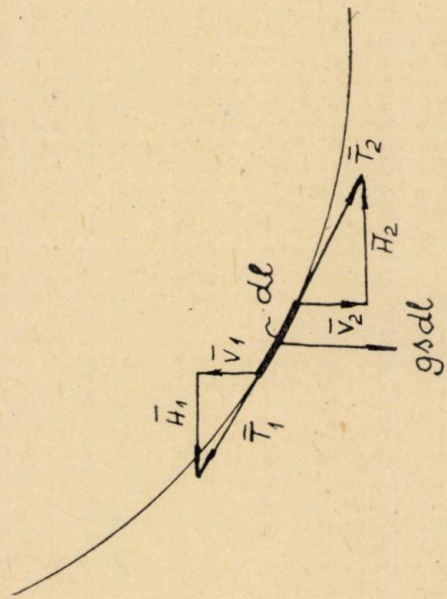


Fig. 1.

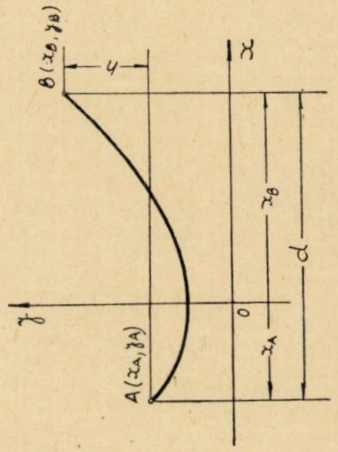


Fig. 2.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CONTRIBUŢIUNI LA ELABORAREA UNEI METODE NOMOGRAFICE DE CALCUL A ANGRENAJELOR CU ROŢI DINŢATE CILINDRICE CU DINŢI DREPŢI

DE

B. HOROVITZ şi F. KOVACS

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

INTRODUCERE

Proiectarea şi mai ales verificarea angrenajelor corijate prezintă o seamă de dificultăţi, care au frînat în mare măsură răspîndirea acestora, în ciuda avantajelor remarcabile pe care le posedă. În literatura de specialitate se indică metode de calcul analitice şi unele grafice, incomplete de altfel, care sînt dificile de mînuit şi necesită foarte mult timp.

În cele ce urmează se indică o metodă nomografică completă de calcul a angrenajelor, care pe lîngă avantajul unui calcul rapid, permite în acelaşi timp, urmărirea fiecărui factor care intră într-o relaţie funcţională. Avem astfel posibilitatea de a alege valorile tehnice cele mai corespunzătoare.

Metoda nomografică preconizată este aplicabilă angrenajelor corijate unghiular cît şi angrenajelor corijate în înălţime şi normale (necorijate) considerate drept cazuri particulare de angrenaje corijate unghiular.

CALCULUL GEOMETRIC

Relaţiile analitice de bază pentru calculul geometric al unui angrenaj corijat unghiular sînt următoarele:

1° Unghiul de angrenare

$$\mathrm{ev}\,\alpha = \frac{2(\xi_1+\xi_2)\,\mathrm{tg}\,\alpha_0}{z_1+z_2} + \mathrm{ev}\,\alpha_0 . \qquad (1)$$

2° Distanţa între axe

$$A = \frac{m(z_1+z_2)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha}. \tag{2}$$

3° Coeficientul de variaţie a distanţei între axe

$$\lambda = \frac{z_1+z_2}{2}\left(\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} - 1\right). \tag{3}$$

4° Diametrele cercurilor de rulare

$$D_{r_1} = 2A \cdot \frac{1}{i+1}; \quad D_{r_2} = 2A\frac{i}{i+1} \tag{4}$$

unde :

α — unghiul de angrenare ;
ξ_1, ξ_2 — coeficienţii de corijare ;
z_1, z_2 — numerele de dinţi ale roţilor ;
α_0 — unghiul cremalierei de referinţă ;
A — distanţa între axe ;
D_r — diametrul cercului de rulare ;
i — raport de transmitere.

În locul acestor relaţii complicate, mai ales că trebuie calculate cu mare precizie, se introduce nomograma din fig. 1, bazată pe coeficienţii ξ_0 şi λ_0.

$$\xi_0 = \frac{\xi_1+\xi_2}{0{,}5(z_1+z_2)} = \frac{\mathrm{ev}\,\alpha - \mathrm{ev}\,\alpha_0}{\mathrm{tg}\,\alpha_0} \tag{5}$$

$$\lambda_0 = \frac{A-A_0}{A_0} = \frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} - 1. \tag{5'}$$

Cu aceşti coeficienţi, relaţiile (2) şi (4) devin

$$A = \frac{m(z_1+z_2)}{2}(\lambda_0+1) \tag{6}$$

$$D_{r_1} = mz_1(\lambda_0+1); \quad D_{r_2} = mz_2(\lambda_0+1) \tag{7}$$

iar calculul unghiului de angrenare se evită cu desăvîrşire căci rezultă din nomogramă.

Nomograma poate fi utilizată şi pentru stabilirea distanţei de aşezare a roţii-cuţit, la tăierea dinţilor cu procedeul Fellow.

La verificarea angrenajelor se impune utilizarea unor relaţii şi mai complicate.

Astfel, pentru verificarea dintelui la ascuţire (limita superioară a corijării) se utilizează relaţiile

$$\xi_V = \frac{z}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_0}\left(\mathrm{ev}\,\alpha_V - \mathrm{ev}\,\alpha_0 - \frac{\pi}{2z}\right) \tag{8}$$

sau

$$s'_e = \frac{D_e}{m}\left(\frac{s_d}{D} + \mathrm{ev}\,\alpha_0 - \mathrm{ev}\,\alpha_{x_e}\right) \tag{9}$$

unde :

ξ_V — coeficientul de corijare la care dintele se ascute ;

α_V — unghiul de presiune corespunzător dintelui ascuţit ;

$s'_e = \frac{s_e}{m}$ — coeficientul lăţimii capului dintelui ;

$s_d = \frac{\pi m}{2} + 2\xi m \operatorname{tg} \alpha_0$ — grosimea dintelui pe cercul de divizare ;

α_{x_e} — unghiul de presiune corespunzător cercului exterior.

In locul relaţiilor (8) şi (9), se poate utiliza nomograma din fig. 2, care permite determinarea coeficientului lăţimii capului dintelui în funcţie de numărul de dinţi z, coeficientul de corijare ξ şi coeficientul de înălţime a dintelui $f' = \frac{h - c_0 m}{m}$.

Limita inferioară a corijării este impusă de interferenţă şi subţierea dintelui.

Pentru verificarea unui angrenaj, dacă nu apare interferenţă, sau dacă dinţii nu sînt prea subţiaţi, se poate utiliza nomograma din fig. 3, atît pentru angrenaje cu dinţi de înălţime normală ($f_0 = 1$), cît şi pentru angrenaje cu dinţi scurtaţi ($f_0 = 0{,}8$).

Calitatea unui angrenaj este determinată de următoarele mărimi : gradul de acoperire ε, alunecarea specifică dintre dinţi η şi coeficientul geometric al solicitării de contact ψ.

Gradul de acoperire se calculează cu relaţia

$$\varepsilon = \frac{1}{2{,}95m}\left[\sqrt{R_{e_1}^2 - R_{b_1}^2} + \sqrt{R_{e_2}^2 - R_{b_2}^2} - A \sin \alpha\right] \tag{10}$$

unde :

R_{e_1}, R_{e_2} — razele cercurilor exterioare ;

R_{b_1}, R_{b_2} — razele cercurilor de bază.

Mărimea gradului de acoperire se poate determina în funcţie de z_1, z_2 şi $\xi_s = \xi_1 + \xi_2$ cu ajutorul nomogramei din fig. 4.

Alunecările specifice dintre dinţi la începutul şi sfîrşitul angrenării se calculează cu relaţiile

$$\eta'_1 = \frac{\left(\sqrt{R_{e_2}^2 - R_{b_2}^2} - R_{b_2} \operatorname{tg} \alpha\right)(i+1)}{i\left(A \sin \alpha - \sqrt{R_{e_2}^2 - R_{b_2}^2}\right)} \tag{11}$$

$$\eta'_2 = \frac{\left(\sqrt{R_{e_1}^2 - R_{b_1}^2} - R_{b_1} \operatorname{tg} \alpha\right)(i+1)}{i\left(A \sin \alpha - \sqrt{R_{e_1}^2 - R_{b_1}^2}\right)}. \tag{12}$$

Notînd

$$\rho''_1 = \sqrt{R_{e_1}^2 - R_{b_1}^2}; \quad \rho''_2 = \sqrt{R_{e_2}^2 - R_{b_2}^2}$$

$$\rho'_1 = A \sin \alpha - \rho''_1; \quad \rho'_2 = A \sin \alpha - \rho''_2$$

relaţiile de calcul a alunecărilor specifice devin

$$\eta_1' = \frac{\rho_2''}{i \cdot \rho_1'} - 1 \; ; \quad \eta_2' = \frac{\rho_1''}{\rho_2'} - \frac{1}{i} \, . \tag{13}$$

Nomograma din fig. 5 permite determinarea mărimilor ρ_1'' şi ρ_2'', ceea ce simplifică calculul alunecărilor specifice.

Nomograma din fig. 5 se poate utiliza şi pentru calculul gradului de acoperire, care se poate exprima sub forma

$$\varepsilon = \frac{\rho_1'' - \rho_1'}{2{,}95 \text{ m}} \, . \tag{14}$$

Coeficientul geometric al solicitării de contact prezintă interes în special pentru determinarea presiunilor de contact în punctele de intrare şi de ieşire din angrenare.

$$\psi_{s_1} = \frac{A \sin \alpha}{\rho_1' \cdot \rho_2''} \; ; \quad \psi_{s_1} = \frac{A \sin \alpha}{\rho_1'' \cdot \rho_2'} \, . \tag{15}$$

Se vede că şi la calculul acestor relaţii se poate utiliza nomograma din fig. 5.

În concluzie, calculul geometric al unui angrenaj corijat unghiular se poate executa complet cu ajutorul a cinci nomograme, o nomogramă pentru dimensionare şi 4 nomograme pentru verificarea angrenajului.

CALCULUL DE REZISTENŢA

Calculul de rezistenţă al unui angrenaj constă de obicei în calculul rezistenţei flancului dintelui la solicitarea de contact dintre dinţi şi a rezistenţei bazei dintelui de încovoiere.

Considerînd solicitarea de contact în punctul de rulare, relaţia de dimensionare a angrenajelor este

$$m = 1\,000 \sqrt[3]{\frac{4KN(i+1)}{z_1^2 \cdot \psi \cdot n_1 \cdot i \cdot \tau_a^2}} \, [\text{mm}] \tag{16}$$

unde :

K — coeficientul de regim ;

N — puterea ce se transmite prin angrenaj ;

$\psi = \frac{L}{m}$ — lăţimea relativă a roţii ;

τ_a — rezistenţa admisibilă în solicitarea de contact.

Deoarece la dimensionare apar trei mărimi variabile, modulul m, lăţimea roţii L şi numărul de dinţi la pinion z_1, dintre care două au o variaţie discontinuă (pentru modul fiind standardizate anumite mărimi şi numărul de dinţi neputînd fi decît un număr întreg) se preconizează calculul produsului $m^2 z_1^2 L$

$$m^2 z_1^2 L = \frac{4 \cdot 10^9 KN(i+1)}{n_1 \cdot i \cdot \tau_a^2} \, . \tag{17}$$

Cu nomograma din fig. 6 se poate calcula produsul $m^2 \cdot z_1^2 \cdot L$ în funcţie de $\frac{KN}{n}$, i şi τ_a.

Nomograma poate fi utilizată atît pentru valori mari $\frac{KN}{n}$ (valorile dedesubt) cît şi pentru valori reduse.

Avînd determinat produsul $m^2 z_1^2 L$ cu ajutorul nomogramei din fig. 7 se pot alege mărimile z_1, m şi L astfel încît să se realizeze angrenajul cu parametrii constructivi cei mai favorabili, asigurîndu-se pentru modul, valori standardizate, pentru z_1 numere întregi şi variind valoarea lăţimii roţii, care este singura mărime ce poate varia continuu.

Nomograma se poate utiliza atît pentru valori mari ale produsului $m^2 \cdot z_1^2 \cdot L$ (valorile reprezentate dedesubt) cît şi pentru valori reduse ale acestui produs (valorile de deasupra).

La calculul rezistenţei bazei dintelui la încovoiere, în locul relaţiei uzuale

$$m = 10 \sqrt[3]{\frac{485KN}{z \cdot n \cdot y\psi \cdot \sigma_{ai}}} \tag{18}$$

din motivele arătate mai sus, se calculează produsul ym^2zL cu relaţia

$$ym^2zL = 4{,}85 \cdot 10^5 \cdot \frac{KN}{\sigma_{ai} \cdot n}. \tag{19}$$

Nomograma din fig. 8 permite alegerea mărimilor m, z şi L celor mai favorabile.

Într-o lucrare anterioară, s-a indicat o metodă care permite a determina apriori, la una din cele două solicitări trebuie calculat un angrenaj, ceea ce contribuie la simplificarea calculelor.

BIBLIOGRAFIE

1. *„Detalii Maşin"*, sub redacţia Acerkan, 1953, Maşghiz, Moscova.
2. *„Gépelemek"*, Prof. Vörös, 1957, Budapesta.
3. *„Fogaskerekek"*, Szeniczei L., 1957, Budapesta.

CONTRIBUTIONS A L'ÉLABORATION D'UNE MÉTHODE NOMOGRAPHIQUE DE CALCUL DES ROUES DENTÉES CYLINDRIQUES

(RESUMÉ)

On indique une méthode nomographique qui permet le choix des dimensions principales de l'engrenage en tenant compte des conditions de résistance, et la vérification de l'engrenage choisi, en ce qui concerne les glissements spécifiques des flancs, la durée d'engrènement, l'interférence et l'amincissement des dents.

РАЗРАБОТКА НОМОГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРЯМОЗУБЫХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе указывается номографический метод, который позволяет выбор главных размеров зубчатой передачи на основании условий сопротивления, а также проверку выбранной зубчатой передачи с точки зрения специфического скольжения боковых поверхностей, степени перекрытия, интерференции и износа зубьев.

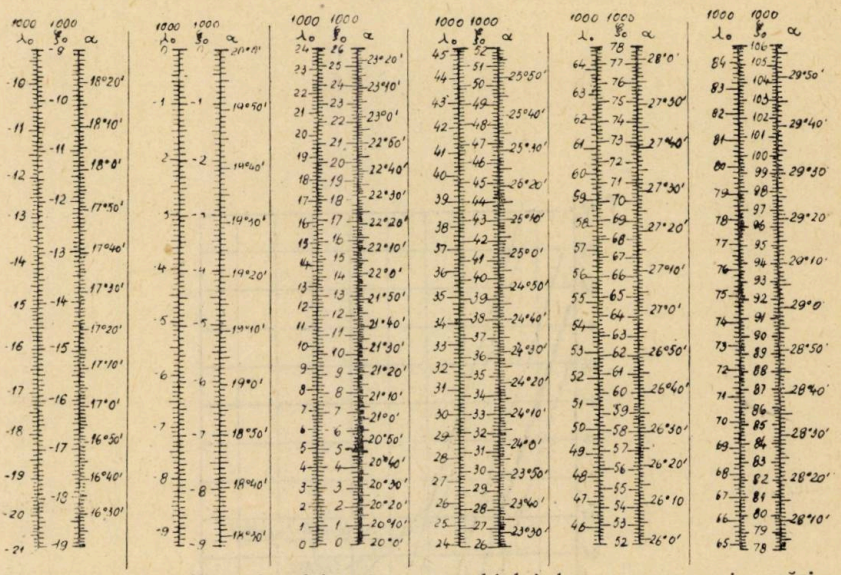


Fig. 1. Nomogramă pentru determinarea unghiului de angrenare α şi a mărimilor $\xi_0 = \frac{\xi_1 + \xi_2}{0{,}5\,(z_1 + z_2)}$ şi $\lambda_0 = \frac{A - A_0}{A_0}$.

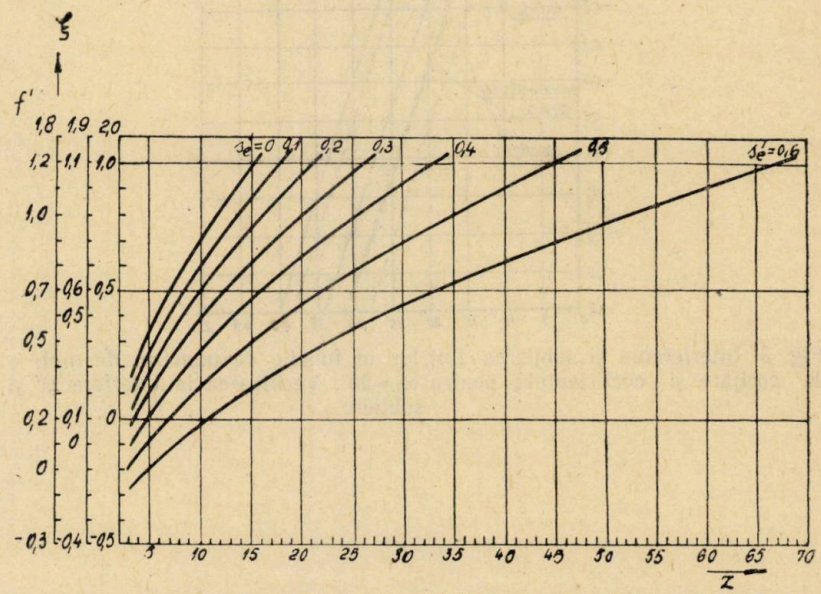


Fig. 2. Ascuţirea dintelui. Lăţimea specifică a capului dintelui s'_e în funcţie de z, ξ şi coeficientul de înălţime a dintelui $\left(f' = \frac{h - c_0 m}{m}\right)$.

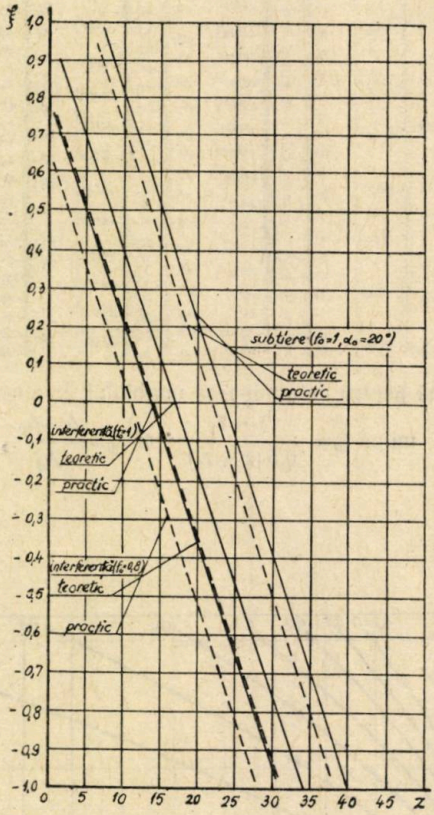


Fig. 3. Interferenţa şi subţierea dinţilor în funcţie de numărul de dinţi z de corijare şi coeficientul ξ pentru $\alpha_0 = 20°$. Verificarea la interferenţă şi subţiere.

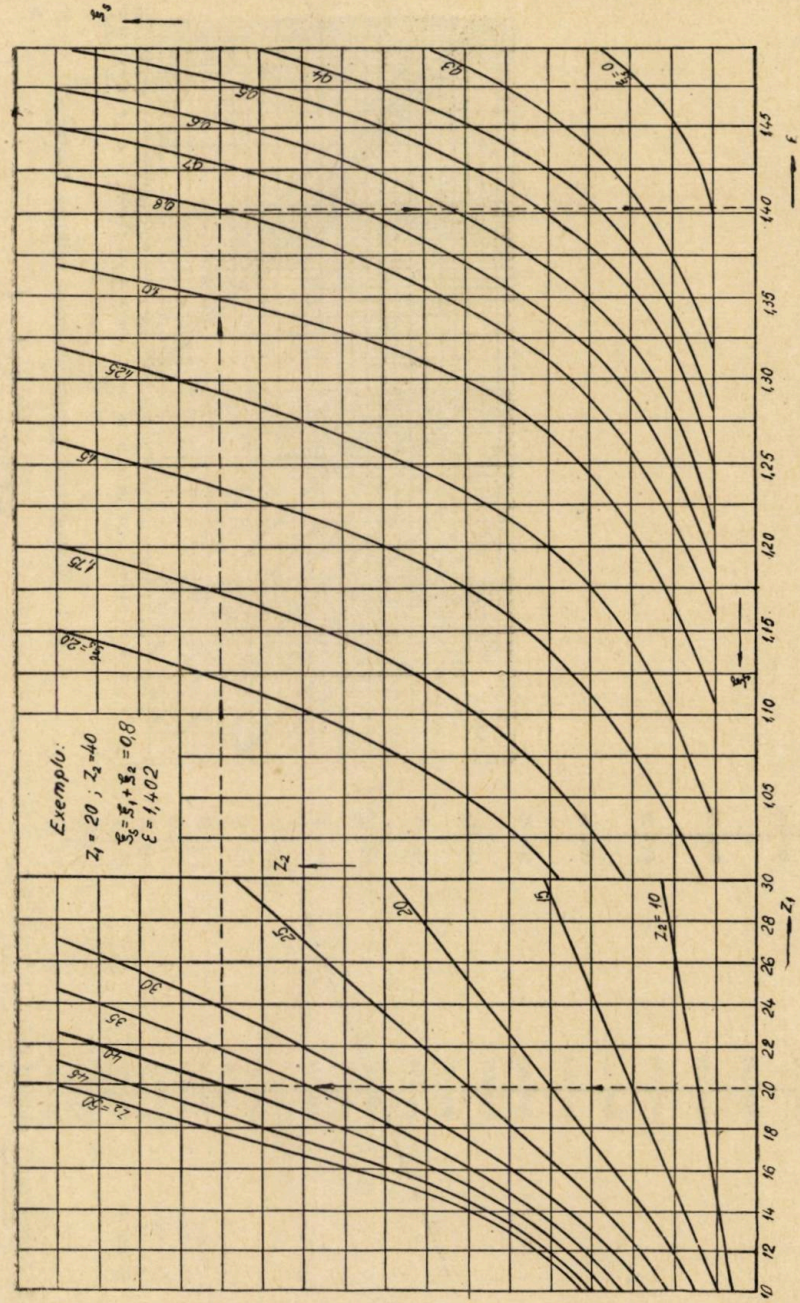


Fig. 4. Nomogramă pentru calculul gradului de acoperire ε la roţi dinţate cilindrice.

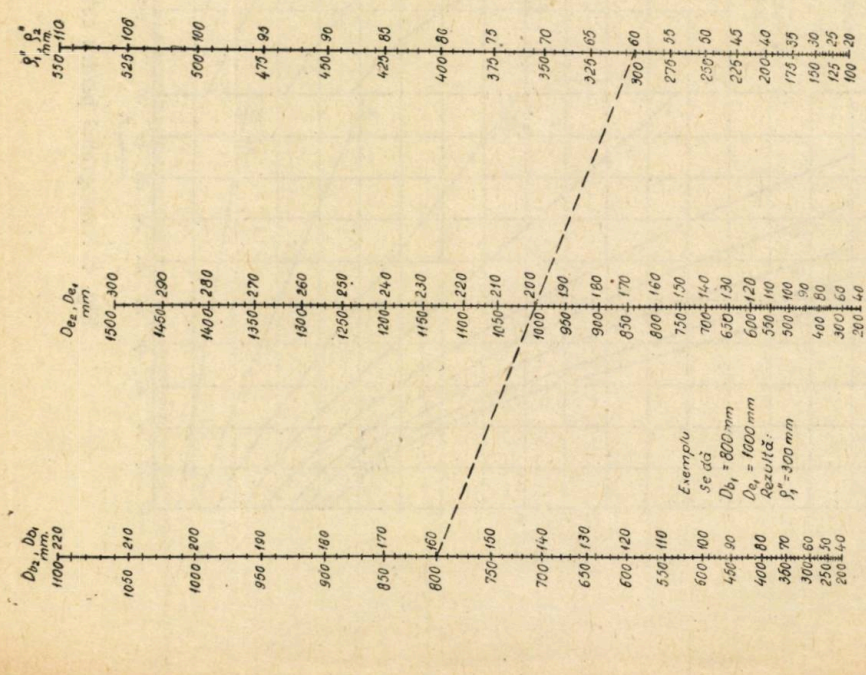


Fig. 5. Nomogramă pentru calculul relaţiilor

$$\rho_1'' = \sqrt{R_{e_1}^2 - R_{b_1}^2} \quad \text{şi} \quad \rho_2'' = \sqrt{R_{e_2}^2 - R_{b_2}^2}.$$

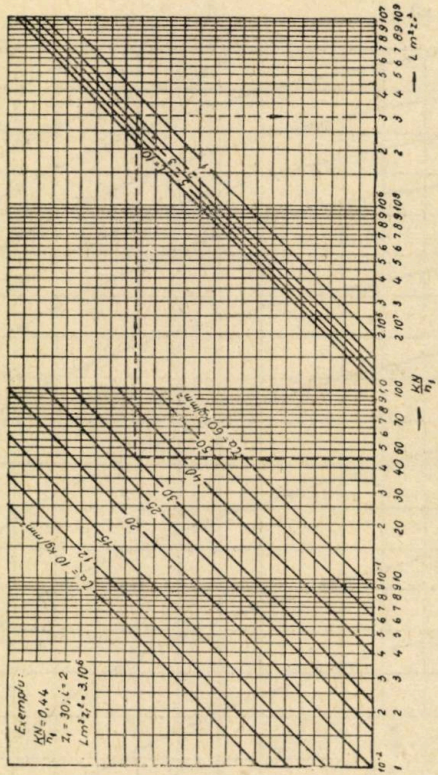


Fig. 6. Nomogramă pentru calculul relaţiei $Lm^2 z_1^2 =$

$$= 4 \cdot 10^9 \, \frac{KN}{n_1} \, \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{\tau_a^2}.$$

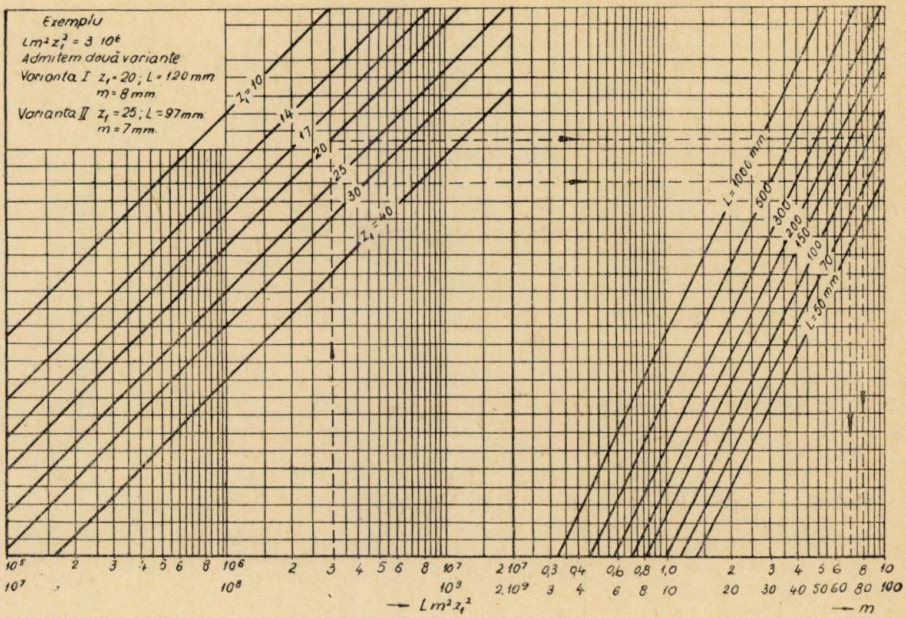


Fig. 7. Nomogramă pentru determinarea lui L, z şi m la dimensionarea roţilor dinţate la sarcină de contact.

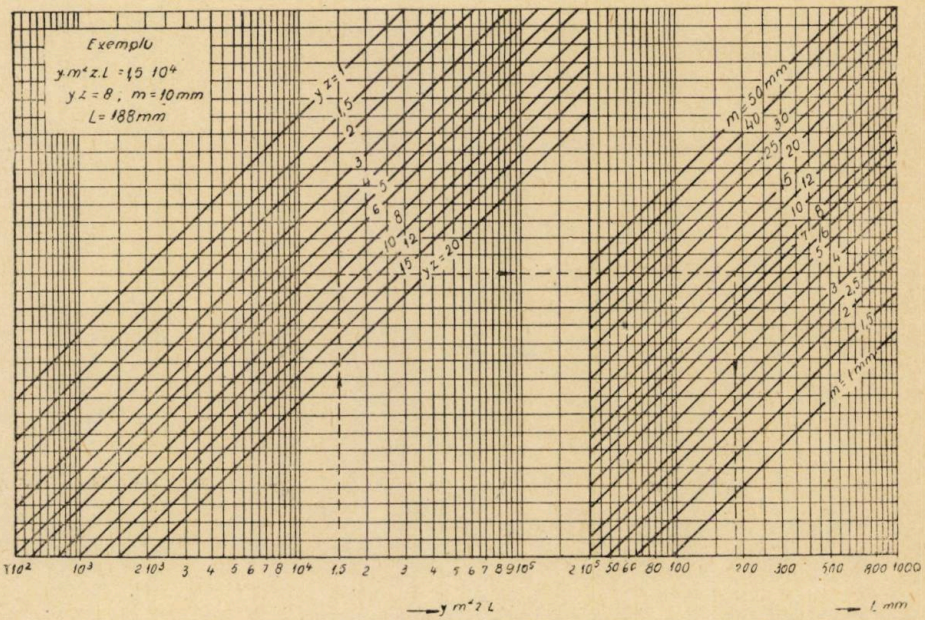


Fig. 8. Nomogramă pentru determinarea mărimilor y, z, L şi m la dimensionarea roţilor dinţate la încovoiere.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

MĂRIREA DURATEI DE FUNCŢIONARE A BURGHIELOR SPIRALE

DE

C. BAKONYI şi ŞT. ROSINGER

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

În industria noastră socialistă — pentru mărirea productivităţii muncii — joacă un rol important şi prelungirea duratei de funcţionare a sculelor aşchietoare. În atelierele C.F.R. şi în laboratorul de tehnologie I.P.T. s-au făcut unele încercări în vederea stabilirii unor criterii, care urmează a fi respectate la utilizarea şi recondiţionarea burghielor spirale.

În prelucrarea modernă se utilizează burghie spirale din oţel rapid cu două canale spirale la dreapta. Fonta mai moale, materialele sintetice, betonul, sticla, oţelul cu duritate mai mare de $H_R=40$ (cca $H_B=375$) se pot găuri bine şi cu burghie spirale înzestrate cu plăcuţe de aliaje cementitice (metale dure).

Dezavantajul burghielor spirale îl formează muchia transversală (fig. 1), care mai ales la începutul găuririi nu aşchiază metalul, ci măreşte rezistenţa la aşchiere şi face conducerea centrică a burghiului mai anevoioasă. Prin acest fapt găurile nu sînt perfect centrice şi au un diametru mai mare, decît diametrul nominal al burghiului.

Muchia transversală avînd un unghi de tăiere mai mare de 90°, comprimă materialul, aşchiile formîndu-se prin învingerea rezistenţei la compresiune, se refulează spre perimetrul burghiului şi se ataşază la aşchiile scoase de cele două muchii tăietoare (aşchietoare).

Muchia transversală face şi satisfacerea condiţiilor tehnico-economice a găuririi mai anevoioase. Aceste condiţii sînt : alegerea burghielor corespunzătoare materialului de găurit, burghie bine ascuţite, maşina de găurit suficient de rigidă, precum şi rotaţia şi avansul optim al arborelui maşinii.

O turaţie ridicată, sau un avans mai mare înseamnă un avantaj aparent, deoarece burghiele îşi pierd capacitatea lor de aşchiere în timp mai scurt.

Rotaţia şi avansul corespunzător se determină de căldura dezvoltată şi de formarea corespunzătoare a aşchiilor. Aşchiile care se formează repede, provoacă înţepenirea canalelor şi ruperea burghielor. La un avans mai mare, burghiele suferă o solicitare mai mare la torsiune şi fac găuri mai puţin exacte.

La o uzură a muchiilor aşchietoare să micşorăm turaţia ; la muchia transversală uzată să micşorăm avansul.

Bacul de prins burghiul să asigure un mers centric şi liniştit (fără bateri).

Pentru eliminarea căldurii dezvoltate, să utilizăm în cantităţi abundente o soluţie coloidală de ulei şi apă, care are un efect de răcire şi de ungere. Se dă soluţiei şi sodă pentru a împiedica corodarea părţilor de maşini. Mediul de răcire în circulaţie să fie filtrat, pentru eliminarea bucăţilor metalice, care ar strica burghiul sau suprafaţa prelucrată. Uzura burghiului nu este proporţională cu numărul găurilor executate, ci progresivă şi este maximă la ultima găurire. Pe baza experimentală putem repartiza uzura totală proporţională între două ascuţiri — un fel de uzură medie, care poate servi la determinarea numărului optim al găurilor de executat.

Uzura burghielor spirale începe la punctele periferice ale muchiilor aşchietoare. Apariţia primelor semne de uzură chiar la punctele periferice, se explică ca urmare a unei uzuri mecanice mai pronunţate cît şi a unei solicitări termice mai puternice a acestei zone.

Uzura mecanică mai pronunţată apare ca urmare a vitezei de aşchiere maxime cu care lucrează punctele periferice ale muchiilor tăietoare şi a unghiului de aşezare minim al sculei în punctele periferice.

Solicitarea termică mai puternică rezultă ca urmare a repartizării unei cantităţi mărite de căldură — degajată la viteza de aşchiere maximă a punctelor periferice —, la o masă mai redusă a sculei, a cărei secţiune slăbeşte în această zonă, prin creşterea mărimii unghiului de degajare.

Concomitent se observă şi uzura muchiei transversale a burghiului spiral.

După o anumită uzură a muchiilor aşchietoare, se formează suprafeţe, care nu mai aşchiază metalul, ci provoacă frecare. Căldura care se naşte, provoacă o uzură progresivă.

Prin reascuţirea burghiului înainte de uzură completă, cantitatea materialului de îndepărtat este mai mică şi durata funcţionării burghiului se măreşte. Ascuţirea se face mai repede, cheltuielile sînt mai mici şi consumul tocilei este mai redus.

Grosimea stratului îndepărtat este la burghie de oţel carbon 0,8 mm, de oţel rapid cca 0,5 mm, iar la burghie înzestrate cu plăcuţe de aliaje cementitice 0,2 mm. Natural la stabilirea intervalului de timp pentru ascuţire a burghielor trebuie să luăm în considerare şi cheltuielile de ascuţire, timpul pierdut prin schimbarea sculei şi preţul unui burghiu rupt.

Ascuţirea mecanică are următoarele avantaje faţă de cea cu mîna :

a) Ochii chiar şi cei mai rutinaţi nu pot constata diferenţe mici de unghiuri, lungimi egale, etc.

b) Energia necesară la găurire este mai mare chiar și pînă la 50% la burghiele ascuțite cu mîna decît la cele ascuțite mecanic.

c) La burghiele ascuțite cu mîna, energia necesară crește mai brusc decît la cele ascuțite mecanic.

d) Durata funcționării burghielor ascuțite mecanic este de cca treipatru ori mai mare, decît a burghielor ascuțite cu mîna.

Ascuțirea burghielor spirale se face în trei faze de lucru:

a) Îndepărtarea suprafeței uzate,

b) Reascuțirea suprafeței conice,

c) Reascuțirea muchiilor așchietoare.

Fazele a) și b) se pot executa simultan. La burghiele foarte uzate suprafața conică (frontală) se elimină complet (perpendicular pe axa burghiului) și se formează din nou (muchiile așchietoare devin mai scurte).

La faza c) trebuie să luăm în vedere:

c_1) unghiul de degajare γ (fig. 2 *a*).

c_2) lungimea uniformă a muchiilor așchietoare ($a=b$, fig. 2 *b*).

c_3) unghiul la vîrf să fie simetric față de axa burghiului $\varkappa'=\varkappa''$ fig. 2 *c* și

c_4) micșorarea miezului burghiului.

Este cunoscut că mărimile unghiurilor de formă ale burghiului spiral cu muchie tăietoare dreaptă, sînt variabile. Mărimi constante ale acestora se pot asigura numai prin construirea unei muchii tăietoare curbilinii, ceea ce prezintă dificultăți și din punctul de vedere al reascuțirii sculei, cît și din punctul de vedere al funcționării lor în exploatare — asemenea muchii fiind supuse agățărilor în anumite porțiuni de-ale lor.

La un burghiu spiral normal, mărimea unghiului de degajare variază de-a lungul muchiei așchietoare după relația:

$$\operatorname{tg}\gamma_A = \frac{D_A \cdot \operatorname{tg}\omega}{D \sin\varkappa}$$

unde:

γ_A — unghiul de degajare într-un punct oarecare A de pe muchia așchietoare;

D_A — diametrul cercului descris de punctul A în rotire în jurul axului burghiului;

D — diametrul exterior al burghiului;

ω — unghiul de înclinare al canalului elicoidal al burghiului spiral;

$\varkappa$ — jumătatea unghiului la vîrf (a unghiului dintre muchiile așchietoare ale burghiului).

Rezultă din relația de sus, că unghiul de degajare este mai mare spre periferia muchiei așchietoare, decît înspre centru, ca urmare, pentru a evita slăbirea dintelui burghiului spiral, adică pentru a menține un unghi de ascuțire aprox. constant, se impune ca unghiului de așezare să i se dea o mărime variabilă descrescătoare de la centru spre periferie.

Situaţia de mai sus se prezintă privind static unghiurile de formă ale burghiului spiral de-a lungul muchiilor tăietoare.

Mărimea acestor unghiuri cunoaşte însă o variaţie atunci cînd considerăm burghiul în procesul de aşchiere. În acest caz mărimea reală a unghiurilor de aşezare şi degajare se modifică cu un unghi de corecţie cinematică θ, în sensul micşorării unghiului de aşezare şi a măririi unghiului de degajare. Obţinem astfel:

$$\alpha_{real} = \alpha - \theta$$

şi

$$\gamma_{real} = \gamma + \theta$$

Mărimea unghiului de corecţie cinematică θ este dată prin expresia:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{S}{\pi D_A}$$

unde: S — avansul în min/rot.

Cum în această expresie D_A este variabil, pe cînd avansul este constant pentru orice punct al muchiei tăietoare, rezultă că înspre punctele periferice unghiul de aşezare va suferi o corecţie cinematică mai redusă decît înspre centru. Deci, pentru asigurarea unui unghi de aşezare real aproximativ constant se impune modificarea corespunzătoare a unghiului de aşezare a cuţitului luat static.

Aceste consideraţii rezultă clar şi din următoarea observaţie:

La un avans a (fig. 3) punctul A, ajunge prin punctul B în punctul C, pe cînd punctul E descrie linia spirală EFG. Avînd în vedere că distanţa a este aceeaşi pentru ambele puncte, unghiul α' trebuie să fie proporţional mai mare decît unghiul α''.

Fig. 4 arată un burghiu ascuţit cu mîna (greşit) cînd unghiul de detalonare are aceeaşi valoare atît la perimetrul burghiului cît şi în axa lui. Fig. 4 *b* însă indică un burghiu ascuţit mecanic (bine), cînd unghiul de detalonare creşte de la perimetrul (8°) spre axa burghiului (15... 18°). La un unghi de detalonare mai mare, muchiile aşchietoare se uzează repede (rezistenţă mică) — la un unghi de detalonare mai mic, muchiile nu aşchiază (freacă). În cazul din urmă burghiul va înainta din cauza unei forţe de compresiune (şi nu de aşchiere), care poate provoca flambarea şi ruperea burghiului.

Modificarea corespunzătoare a unghiului de aşezare se realizează în fazele *a* şi *b* ale ascuţirii burghielor, asigurînd mărirea unghiului de detalonare în lungul muchiilor aşchietoare de la periferie spre centru.

După unele întreprinderi de fabricat burghie spirale unghiul de detalonare se ia de

$$\operatorname{arctg} \frac{S}{D_A}$$

La faza b) — în cazul cînd muchiile aşchietoare nu sînt de aceeaşi lungime, dar sînt simetrice, diametrul găurii se măreşte cu valoarea dublă a excentricităţii — $2e$ — fig. 5 *a*.

Aşchiile ridicate de muchia mai scurtă vor fi mai groase şi muchia respectivă se uzează mai repede.

La un unghi de vîrf asimetric — dar vîrful centric — diametrul găurii va fi tot mai mare.

In acest caz muchia cu oblicitate mai mare (care închide un unghi mai mic cu axa burghiului *o*, fig. 5 *b*) se uzează mai repede.

Unghiul la vîrf depinde de :

a) duritatea materialului, şi este în medie 118° ; la un material mai dur poate fi mai mare, la un material mai moale mai mic ;

b) adîncimea găurii — la o gaură adîncă poate fi mărit pînă la 140°.

Maşinile speciale de ascuţit asigură :

a) un unghi de detalonare, ce se măreşte treptat spre axa burghiului (fig. 4 *b*) ;

b) un unghi de vîrf corespunzător şi simetric ;

c) lungimea egală a muchiilor aşchietoare.

Acest burghiu are o productivitate mai mare, lucrează exact şi necesită o forţă mai mică de acţionare şi de avans.

La faza c) — avînd în vedere că miezul se îngroaşă spre coada burghiului (are anumită conicitate), micşorarea secţiei miezului este necesară atunci cînd după o ascuţire repetată triunghiul a devenit mai scurt. La un miez mai gros se măreşte forţa de avans, creşte căldura provocată prin frecare, burghiul se uzează mai repede şi se rupe. La un miez mai subţire — (sub 1/10 *d*) unde *d* este diametrul exterior al burghiului — burghiul nu are rezistenţă suficientă. Subţierea în canele să fie uniformă, dar să nu fie sub 1/4 *d*. Tocila care serveşte la subţierea miezului să fie mai îngustă decît lăţimea canalelor spirale, dar să aibe forma corespunzătoare acestor canale.

Prin subţierea miezului influenţăm modul de formare al aşchiilor şi forma lor. La o subţiere corespunzătoare a miezului aşchiile se deformează mai accentuat sub formă de spire.

Subţierea miezului se face simultan cu ascuţirea muchiilor aşchietoare, sau separat la o maşină specială.

Aşezarea centrică a miezului se controlează în modul următor :

Burghiul se pune pe un plan orizontal în aşa fel, încît muchia transversală *m*, să fie perpendiculară pe acest plan. Pe o bandă de măsurat stabilim distanţa punctului cel mai înalt de la plan (*e*, fig. 6 *a*). După învîrtirea burghiului cu 180°, stabilim din nou această distanţă. Cele două date să fie egale una cu alta. Dacă nu, atunci cele două spire nu sînt de aceeaşi adîncime.

Controlul se poate executa şi altfel. Burghiul se aşază pe o placă, cînd un punct perimetric al unei muchii tăietoare se instalează în înălţime, egală cu diametrul burghiului. La un burghiu bine ascuţit, punctul perimetric de la a doua muchie tăietoare să ajungă în aceeaşi înălţime de la placă (e_2) fig. 6 *b*.

După ascuţire şi control muchiile se finisează eventual cu o piatră şi burghiul se cufundă într-un material plastic lichid, care formează un strat protector în cursul transportului şi al depozitării. Inainte de utilizare burghiul se încălzeşte puţin, cînd stratul protector se elimină prin topire.

În legătură cu cele de mai sus şi pe baza datelor indicate de unele fabrici speciale, comunicăm o tabelă care arată unghiul la vîrf, unghiul de detalonare optim şi unghiul de ridicare al spirelor la burghiile spirale, utilizate la găurirea diferitelor materiale.

Material	Unghiul la vîrf	Unghiul de detalonare	Unghiul de ridicare al spirei
Fontă (H_B=150 . . . 250)	90 . . . 135°	7 . . . 15°	20 . . . 25°
Oţel carbon	118°	9 . . . 15°	20 . . . 25°
Oţeluri aliate	125 . . . 145°	7 . . . 10°	25°
Aliaje de aluminiu şi de magneziu	80 . . . 130°	12 . . . 18°	17 . . . 45°
Bronz	118°	12 . . . 15°	15 . . . 30°
Alamă	100 . . . 118°	10 . . . 15°	25 . . . 40°
Materiale sintetice	60 . . . 118°	12 . . . 15°	10 . . . 20°

Diagrama fig. 7 arată avansurile optime în mm/rot în funcţie de diametru a burghielor spirale.

O altă încercare efectuată cu un burghiu spiral de 14 mm diametru găurind o tablă de OL 50 grosime 35 mm, arată că la o forţă axială constantă, după primele găuri se observă o micşorare uşoară a timpului de trecere. Acest fenomen se motivează prin rodarea (autoinstalarea) burghiului ; după aceasta, timpul de găurire creşte întîi mai lent şi apoi din ce în ce mai brusc pînă la uzura completă a burghiului.

L'AUGMENTATION DE LA DURÉE DU FONCTIONNEMENT DES FORETS HÉLICOÏDAUX

(RESUMÉ)

On indique l'importance du reaiguisement mécanique des forets hélicoïdaux.

Par le reaiguisement à l'aide des limes à main on ne peut pas assurer les 4 conditions nécéssaires au fonctionnement exact des forets, telles que : un angle de détalonnement qui s'agrandit vers l'axe du foret, une longueur égale pour les tranchants d'action, un angle de la pointe correspondant et symétrique et une profondeur uniforme des canaux hélicoïdaux.

Par le reaiguisement à l'aide des outils à main la production des forets, la durée de leur fonctionnement et l'exactitude des travaux effectués sont beaucoup diminuées.

УВЕЛИЧЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАБОТЫ СПИРАЛЬНЫХ СВЕРЕЛ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Указывается значение заточки спиральных сверел. Заточка сверел ручным напильником не может обеспечить четыре главных условия для их точной работы, а именно: Угол резца, который увеличивается к оси сверла, одинаковую длину режущих краев, соответствующии угол верхушки, а также симметричность и одинаковую глубину обеих спиральных канавок.

При заточке ручными инструментами значительно снижается продуктивность сверел, продолжительность их действия и точность выполняемых работ.

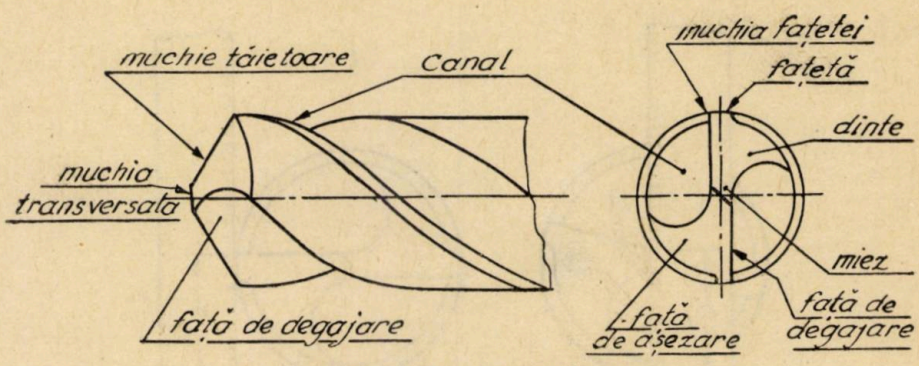


Fig. 1. Burghiu spiral

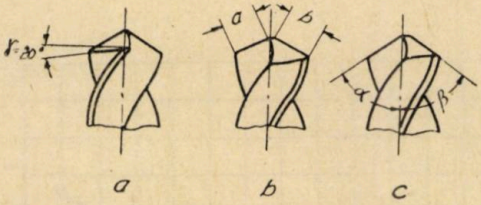


Fig. 2. Unghiurile burghiului spiral

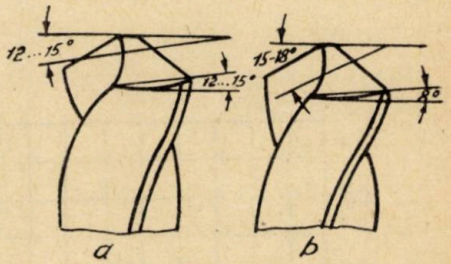


Fig. 4. Unghiul de detalonare

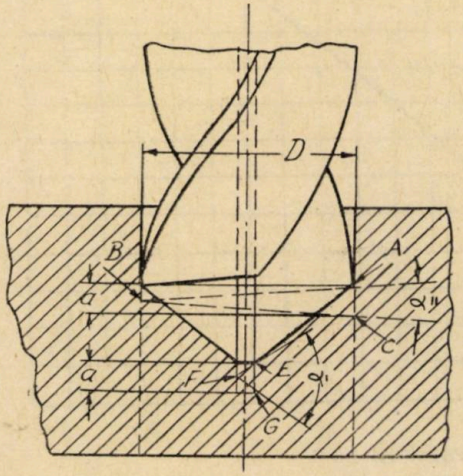


Fig. 3. Funcţionarea burghiului

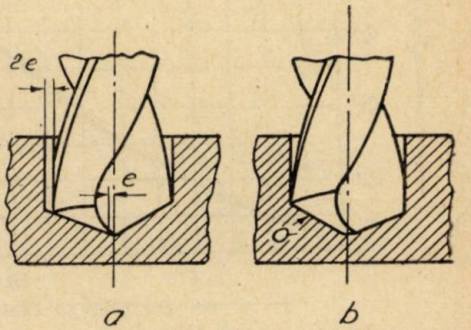


Fig. 5. Oblicitatea muchiilor

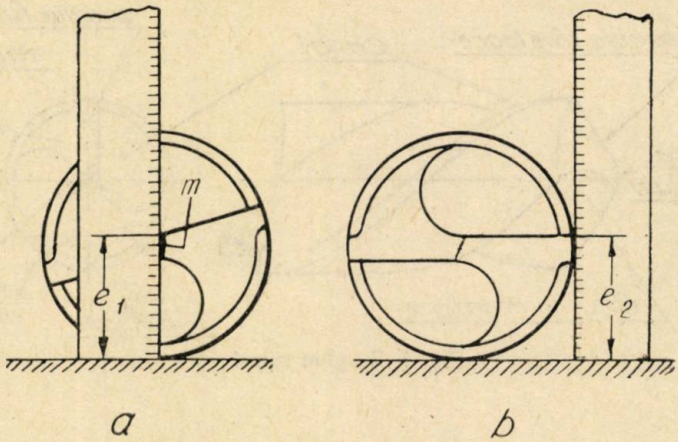


Fig. 6. Controlul burghielor reascuţite

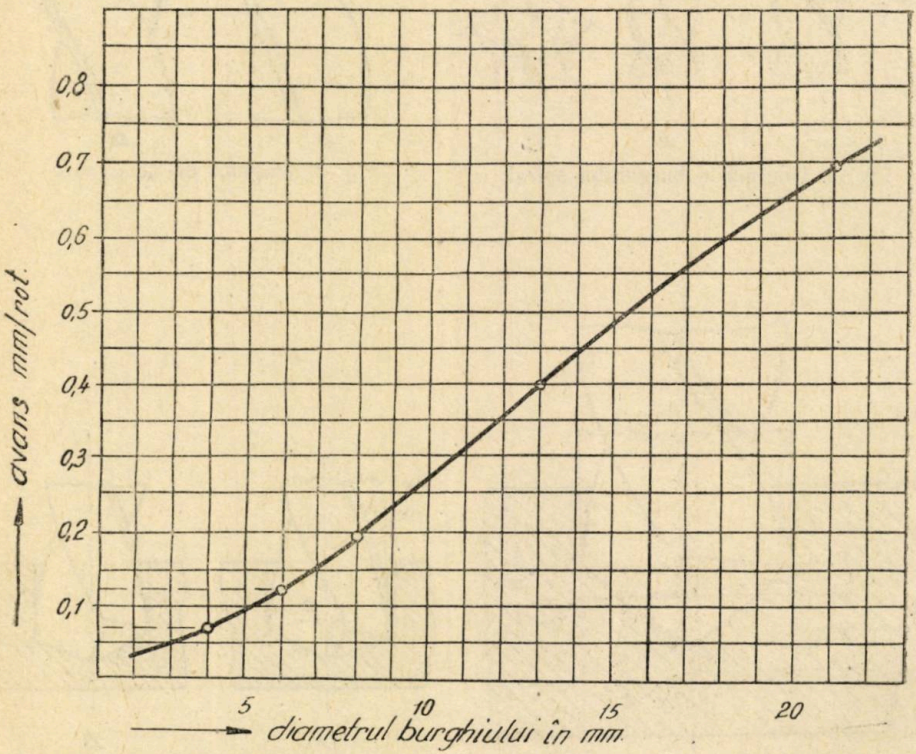


Fig. 7. Avansurile optime în mm/rot în funcţie de diametru a burghielor spirale

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

O NOUĂ METODĂ DE TRATAMENT TERMIC PENTRU DURIFICAREA ALIAJELOR COMPLEXE DE ALUMINIU

DE

GH. CRISTODORESCU, L. BAGIU şi V. COJOCARU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

În tehnică se acordă o deosebită atenţie aliajelor uşoare cu bază de aluminiu, datorită posibilităţilor lor de a-şi schimba proprietăţile în urma tratamentelor termice aplicate. Aceste schimbări de proprietăţi, vizează în special două caracteristici, de care aluminiul nu dispune în mod obişnuit şi anume : duritatea şi rezistenţa. Pe de altă parte, folosirea în tehnică a acestui metal este reclamată de multiplele proprietăţi îndeobşte cunoscute, pe care le prezintă ca fiind superioare în anumite condiţii de lucru, proprietăţilor altor metale.

Aluminiul nealiat nu prezintă stări alotropice, aliat însă cu unele metale, formează într-un anumit domeniu de concentraţie limite de solubilitate în stare solidă, stări care dau posibilitatea de tratament termic. Între aceste limite solubilitatea compusului intermediar variază cu temperatura, rezultînd diferenţe importante de concentraţie între limitele de solubilitate la temperaturi înalte faţă de limitele de solubilitate de la temperatura mediului ambiant.

Solubilitatea în stare solidă în funcţie de temperatură şi concentraţie este arătată în fig. 1 pentru diferite metale solubile în aluminiu.

Se observă din diagramele de mai sus că pentru o anumită concentraţie, un aliaj care la temperatura mediului ambiant prezintă doi constituienţi metalografici, poate fi transformat în stare monofazică printr-o încălzire la o anumită temperatură care să depăşească linia de transformare, urmată de o răcire cu o viteză mare de răcire. Acest tratament cauzează menţinerea aliajului sub formă de soluţie solidă şi la temperatura mediului ambiant. Compusul intermediar fiind inclus în soluţie ca dizolvat, soluţia va fi suprasaturată. În cazul în care viteza de răcire este sufi-

cient de mică, acest compus se va separa la răcire şi va forma o fază secundară.

Pentru tehnica tratamentelor termice la aliajele complexe de aluminiu, este important cazul vitezei mari de răcire în care se obţine soluţia solidă suprasaturată şi care din punct de vedere termodinamic fiind instabilă, compusul intermediar dizolvat are tendinţa să se separe din soluţie.

Această tendinţă de transformare provoacă schimbări considerabile de proprietăţi, putînd avea loc atît la temperatura mediului ambiant cît şi la o temperatură anumită corespunzătoare reţetelor de tratamente cunoscute. În primul caz, cel al tratamentului fără încălzire, este vorba de un tratament de îmbătrînire naturală iar în cazul al doilea, tratament prin încălzire, este cel al îmbătrînirii artificiale (maturare).

Explicaţia mecanismului durificării structurale este dată de diferiţi autori, comportînd o serie de faze de evoluţie a transformării care are loc.

Pentru dobîndirea de proprietăţi superioare în cazul aliajelor complexe de aluminiu, este cunoscută metoda clasică de tratament termic.

Lucrarea de faţă aduce o nouă metodă de tratament termic de durificarea aliajelor complexe de aluminiu.

Pentru a putea face un studiu comparativ al metodei noi indicate de colectivul nostru, şi cel al metodei clasice, în lucrare s-a executat tratamentul termic al aceluiaşi aliaj de aluminiu şi după metoda cunoscută.

Cercetările s-au făcut asupra unui aliaj de aluminiu a cărui compoziţie chimică este următoarea :

Cu	4,67 %
Ni	2,65 %
Mg	1,64 %
Fe	0,298 %
Si	0,203 %
Al în rest	90,538 %

Turnarea s-a făcut în cochilă în formă de plăci cu grosimea de 20 mm, din care am obţinut epruvetele de formă pătrată (40×40×12), confecţionate la dimensiunea aceasta pentru a se putea preta în condiţii optime la tratamentul termic şi în special la determinarea durităţii.

Încălzirea s-a efectuat într-un cuptor special cu circulaţie interioară de aer, putîndu-se asigura o variaţie de ±5 °C şi de asemenea o încălzire activă şi uniformă. La temperaturi joase încălzirea s-a făcut în etuvă.

Determinarea durităţii s-a făcut la un aparat Brinell cu o bilă de 5 mm sub o sarcină de 250 kgf.

La determinarea diametrului amprentei s-a întrebuinţat o lupă Brinell sensibilizată, dispusă cu un micrometru a cărui valoare a diviziunii scării fiind de 1 mm, s-au putut aprecia ca limită de citire 0,2 din valoarea diviziunii scării.

Pentru a cunoaşte exact temperatura de încălzire pentru dizolvarea compusului intermediar s-a trasat curba dilatometrică dilataţie — tempe-

ratură fig. 2 din care rezultă că începutul transformării are loc la o temperatură de 490 °C.

Pentru a aplica tratamentul termic, în cazul metodei clasice, încălzirea s-a făcut la temperatura de 510 °C timp de $1^1/_2$ h în care s-a produs omogenizarea soluției solide. Răcirea s-a făcut în apă la 18 °C.

În scopul determinării temperaturii optime precum și a timpului cel mai adecvat în cadrul metodei obișnuite, epruvetele au fost încălzite la temperaturi de 200 °C ; 180 °C ; 150 °C (pentru completare și la 100 °C și 20 °C) timp de 7 ore. Duritatea s-a determinat scoțînd probele din cuptor din 20 în 20 de minute pentru temperaturile 100 °C, 150 °C, 180 °C și 200 °C și la intervale de 12 ore pentru temperatura de 20 °C.

Rezultatele determinării durității sînt trecute în tabela 1.

Tabela 1

Variația durității H_B în funcție de temperatura de încălzire și timpul de menținere

Temp. ambiantă		Temperatura de încălzire							
		100 °C		150 °C		180 °C		200 °C	
Timp de menținere în zile	H_B	Timp de menținere în min.	Duritatea H_B	Timp de menținere în min.	Duritatea H_B	Timp de menținere în min.	Duritatea H_B	Timp de menținere în min.	Duritatea H_B
1	99,5	20	78,7	20	80	20	83,9	20	92,8
2	101	40	82,1	40	84	40	86,8	40	100
3	103	60	85,8	60	90	60	115	60	111,5
4	108	80	98,3	80	100	80	112,5	80	113
5	109	100	99,5	100	107	100	110	100	115
6	110	120	104	120	109	120	115	120	117
7	112	140	105	140	109,5	140	118	140	120
8	112	160	105	160	110	160	117	160	123
9	113	180	107	180	112	180	115	180	120
10	113	200	107,5	200	111	200	113	200	116
11	113,5	220	108	220	111	220	111	220	115
12	114	240	109	240	111	260	110	240	110
13	114	260	109	260	111,5	260	109	260	108
14	114	280	109,5	280	110,5	280	109	280	107
15	114	300	110	300	110,5	300	109	300	105
16	114	320	110	320	110	320	108	320	104
17	114	340	110	340	110	340	108	340	102
18	114,5	360	110	360	110	360	107	360	100
19	114,5	380	110	380	110	380	107	380	100
20	115	400	111	400	109,5	400	106,5	400	100
21	115	420	111	420	109	420	106	420	98
22	115	440	111	440	108	440	105	440	
23	115	460		460		460		460	
24	115	480		480		480		480	

Variația durității H_B în funcție de temperatura de încălzire și timpul de menținere sînt redate în fig. 3.

Lucrarea efectuată de colectivul nostru, după condiționarea dizolvării compusului intermediar comportă următorul tratament: epruvetele se mențin la temperatura mediului ambiant timp de 7 zile (îmbătrînire naturală), după care urmează o încălzire scurtă 2 min ; 3 min ; 4 min ; la tem-

peraturile de 180 °C ; 200 °C ; 210 °C ; 220 °C ; 240 °C ; urmată de o nouă menţinere la temperatura mediului ambiant şi o încălzire similară apoi din nou o menţinere la temperatura mediului ambiant.

Valorile duritătilor pentru fiecare caz în parte sînt date în tabela 2.

Tabela 2

Variaţia durităţii (H_B) la îmbătrînirea naturală în funcţie de timpul de menţinere (în zile) şi încălzirile periodice

Timpul de menţinere în zile	Grupul I	Grupul II	Grupul III	Grupul IV	Grupul V
	Duritate H_B	Duritate H_B	Duritate H_B	Duritate H_B	Duritate H_B
	75	75	76	74	73
1	101	99,5	100	101	99
2	102	101	105	105	102
3	105	103	109	107	103
4	106	108	111	108	105
5	107	109	112	110	107
6	109	110	113	111	109
7	111	112	114	115	110
			115		
	încălzire la 180° timp 3 min	încălzire la 200° timp 3 min	încălzire la 210° timp 3 min	încălzire la 220° timp 3 min	încălzire la 240° timp 3 min
	110	108	105	104	100
8	112	118	120	107	102,5
9	113	120	121	108	104
10	115	121	122	109	105
11	116	124	122,5	110	105
12	116	125	123	111	106
13	116	126	125	112	107
14	116	127	126	112	107
	încălzire la 180° timp 3 min	încălzire la 200° timp 3 min	încălzire la 210° timp 3 min		
	114	122	118		
15	116	125	123		
16	116,6	126	125		
17	118	127	126		
18	118	129	127		
19	118	131	129		
20	118	135	129		
21	118	136	130		
22	118	136	130		
23	118	137			

Variaţiile de duritate conform tabelei 2 sînt date în fig. 4, 5, 6, 7, 8.

Se observă că pornind de la duritatea iniţială determinată imediat după turnare şi dizolvare timp de 7 zile, duritatea întregului grup de epru-

vete creşte atingînd o medie de 110 H_B. Încălzirea la 180 °C timp de 2 min ; 3 min ; 4 min ; nu influenţează decît puţin în sensul creşterii uşoare de duritate. Aceeaşi situaţie se prezintă şi la încălzirea şi îmbătrînirea naturală următoare. De asemenea nu au dat rezultate deosebite epruvetele încălzite la temperatura de 240° şi 220° din cauza diminuării excesive a efectului de îmbătrînire naturală în urma încălzirii.

Efectul maxim de durificare a fost semnalat la epruvetele încălzite la temperatura de 200° şi 210° la care după cele 3 îmbătrîniri artificiale s-au obţinut durităţile medii : 112 respectiv 115' după prima etapă ; 127 respectiv 126 după a doua etapă şi 137 respectiv 130° după a treia etapă.

Această metodă după cum reiese din rezultatele de mai sus duce la valori ridicate ale durităţii, după cîteva cicluri de îmbătrînire naturală, intercalate cu încălzire la 200 °C, timp de 2—3 min. Acest fapt este urmarea logică a tendinţei de durificare în urma îmbătrînirii naturale asociate de impulsurile de încălzire scurtă la limita superioară a temperaturii de îmbătrînire artificială.

În fig. 9—16 sînt arătate microstructurile pentru diferite stadii ale tratamentului termic.

Comparativ cu metoda clasică, noua metodă de tratament termic propusă de noi, prezintă următoarele avantaje :

— se înlătură necesitatea menţinerii la temperatură cuprinsă între 180°—200 °C timp de 2 ore şi chiar 10 ore (după unele reţete) ;

— se obţin durităţi superioare.

BIBLIOGRAFIE

1. A. P. Guleaev, *Metalurgie Fizică.*
2. E. G. Levin, *Examinarea microscopică a metalelor.*
3. M. Protopopescu, Despre cinetica fenomenului de precipitare într-un aliaj de tip dur-aluminiu. Studii şi Cercetări de Metalurgie, nr. 3, 1957.

UNE NOUVELLE MÉTHODE DE TRAITEMENT THERMIQUE POUR L'ENDURCISSEMENT DES ALLIAGES COMPLEXES D'ALUMINIUM

(RESUMÉ)

On indique une nouvelle méthode de traitement thermique des aliages complexes d'aluminium par des chauffages cycliques à la température de 200°—210 °C, durant trois minutes. Ces chauffages sont intercalés à des périodes de vieillissement artificiel durant sept jours. On a effectué aussi le traitement thermique selon la recette classique. Notre méthode comparée à la méthode classique a maints avantages. Ainsi on évite le chauffage à longue durée (température 180° environ) pour conditionner le vieillissement artificiel ; on obtient de nouvelles valeurs plus homogènes et supérieures de la durité des pièces essayées.

НОВЫЙ МЕТОД ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДЛЯ ПРИДАНИЯ ТВЕРДОСТИ СЛОЖНЫМ СПЛАВАМ АЛЮМИНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе предлагается новый метод термической обработки сложных сплавов алюминия, который заключается в циклических нагреваниях до температура между 200—210°C в течении 3 минут, между которыми вводятся периоды искуственного старения продолжительностью в 7 дней.

Для сравнения была произведена и термическая обработка по классическому методу, по сравнению с которым, метод предлогаемый нашим коллективом имеет следующие выводы : отпадает необходимость продолжительного нагрева при температуре около 180° для достижения искуственного старения и получение более однородных и высоких значений твердости обработанных частей.

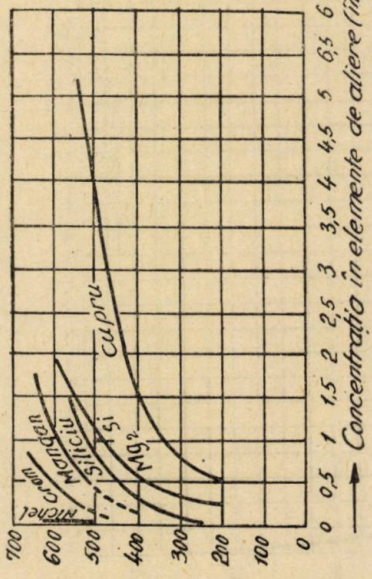


Fig. 1. Curbele de solubilitate în stare solidă pentru diferite elemente de aliere în aluminiu.

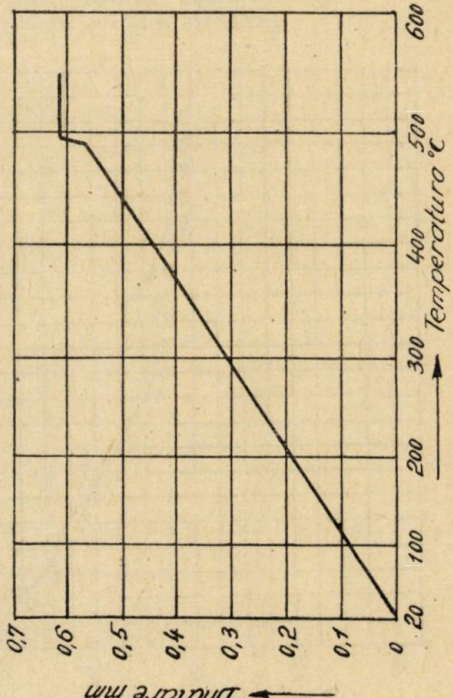


Fig. 2. Curba dilatometrică.

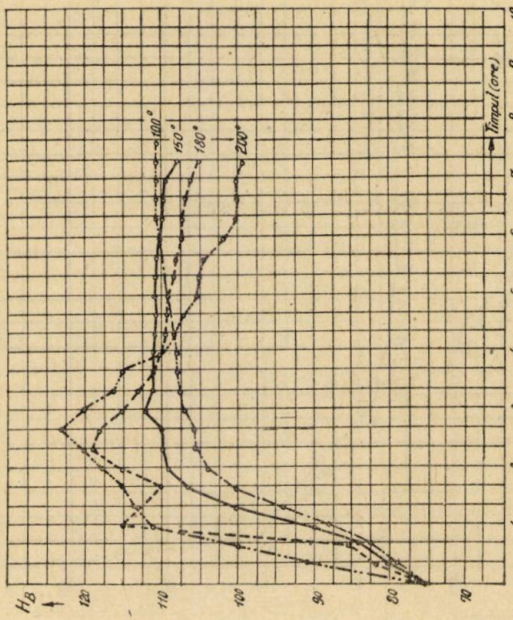


Fig. 3. Variaţia durităţii în funcţie de temperatura de încălzire şi timpul de menţinere.

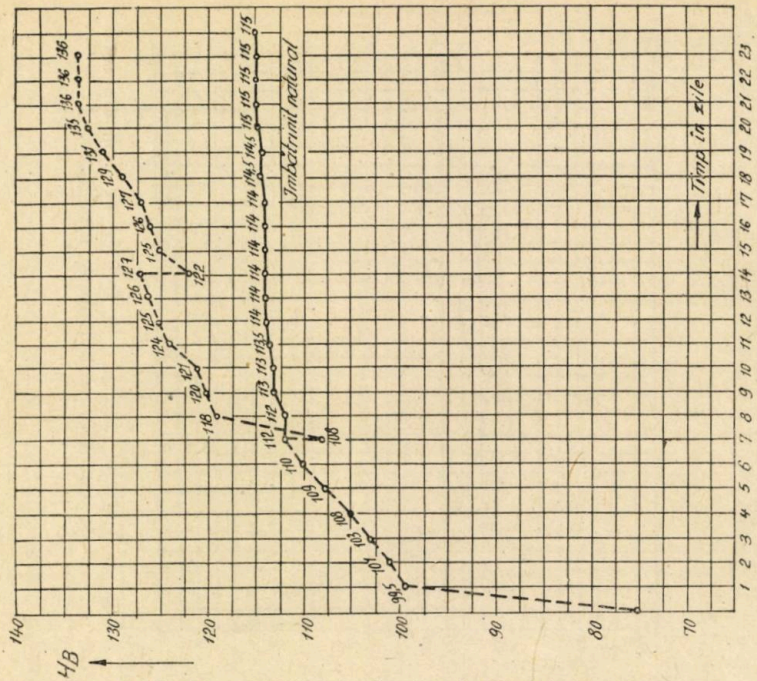


Fig. 4. Variaţia durităţii în funcţie de timpul de menţinere (încălzire ziua 7 şi 14 la 180 °C timp de 3 min).

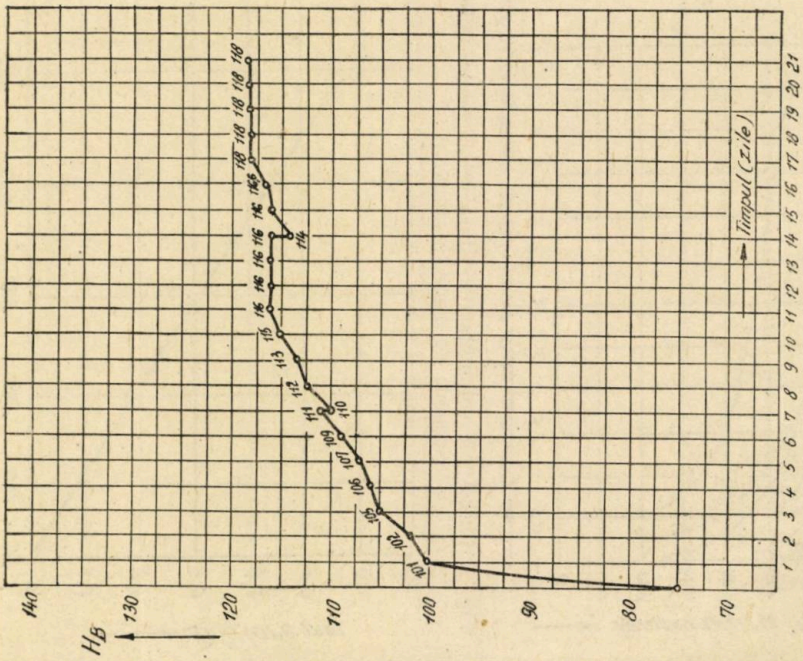


Fig. 5. Variaţia durităţii în funcţie de timpul de menţinere (încălzit ziua 7 şi 14 la 200 °C 3 min).

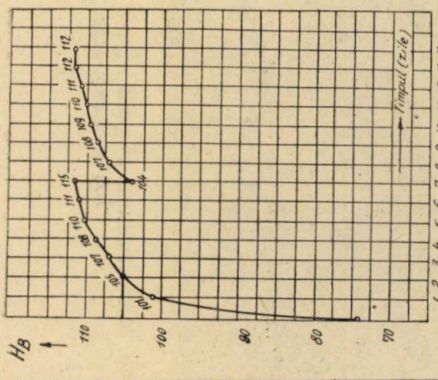


Fig. 7. Variaţia duritătii în funcţie de timpul de menţinere (încălzire ziua 7 la 220 °C timp 3 min).

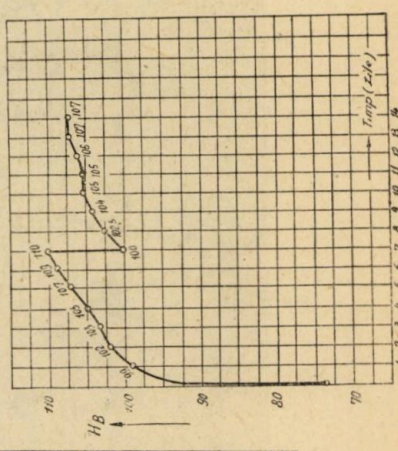


Fig. 8. Variaţia duritătii în funcţie de timpul de menţinere (încălzire ziua 7 la 240 °C).

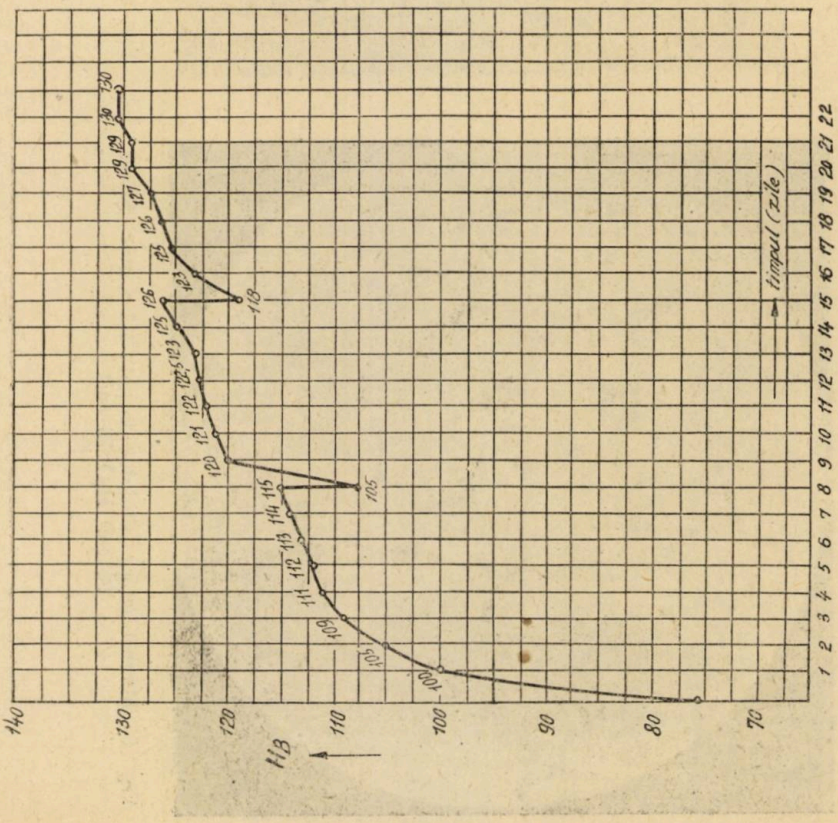


Fig. 6. Variaţia duritătii în funcţie de timpul de menţinere (încălzire ziua 7 şi 14 la 210 °C timp 3 min).

Fig. 10. Microstructura aliajului turnat îmbătrînit la 200° 2 h 700 × acelaşi atac.

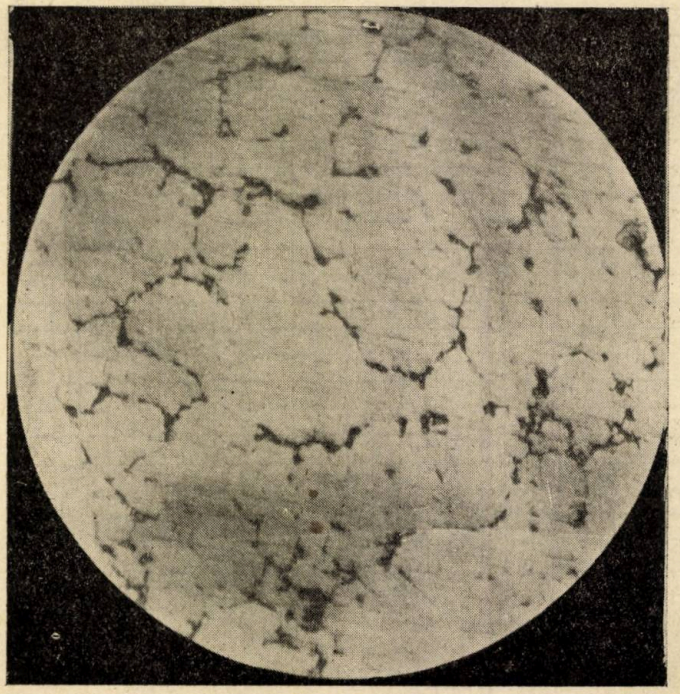


Fig 9. Microstructura aliajului turnat 313 × atac NO_3H 25 cm^3 H_2O 75 cm^3.

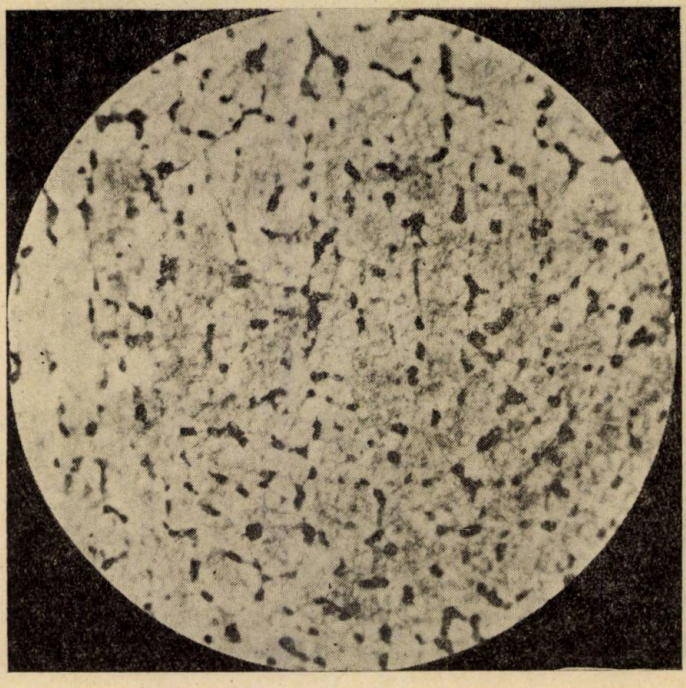


Fig. 12. Microstructura aliajului încălzit la 520° 1½ h oră răcit în apă îmbătrînit natural 313 × același atac.

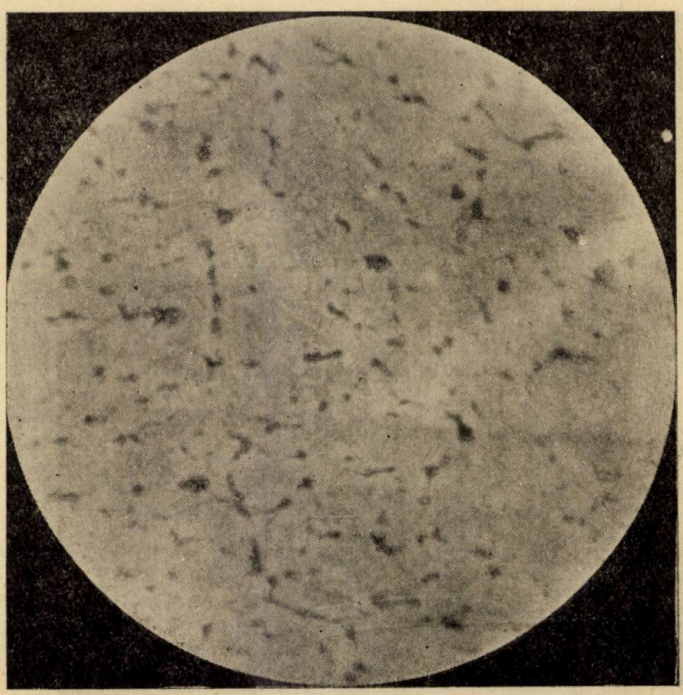


Fig. 11. Microstructura aliajului încălzit la 520° timp de 1½ h oră răcit în apă 313 × același atac.

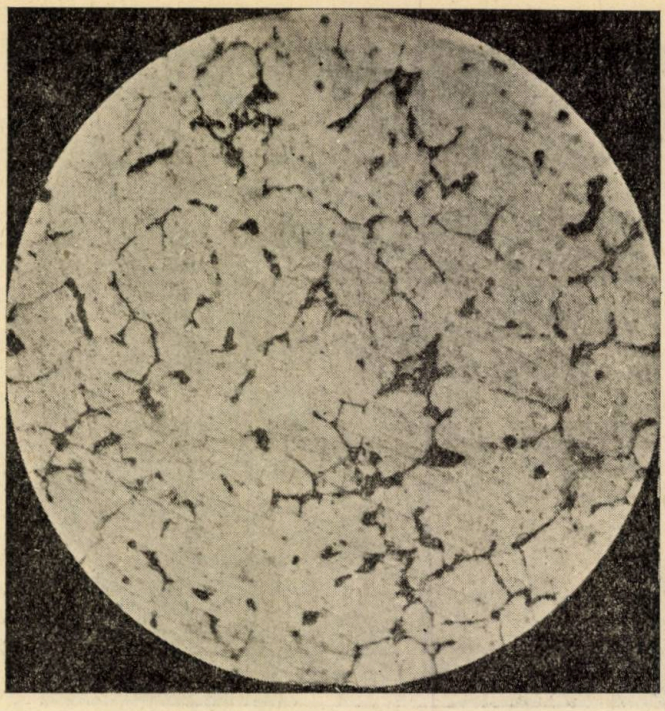


Fig. 14. Microstructura aliajului îmbătrînit natural 3 cicluri 7 zile cu încălziri ciclice la 200° timp de 3 minute 313 × același atac.

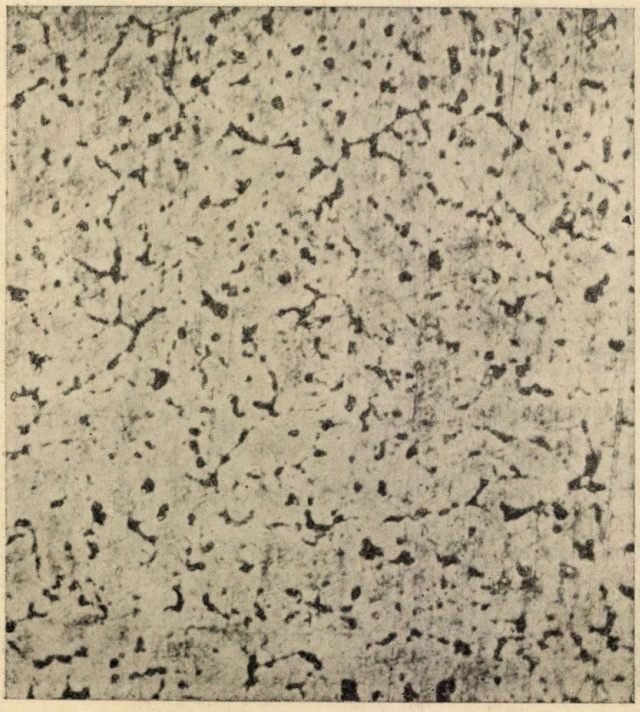


Fig. 13. Microstructura aliajului încălzit la 520° timp de 1½ h oră răcit în apă încălzit 2 ore la 180° 313 × același atac.

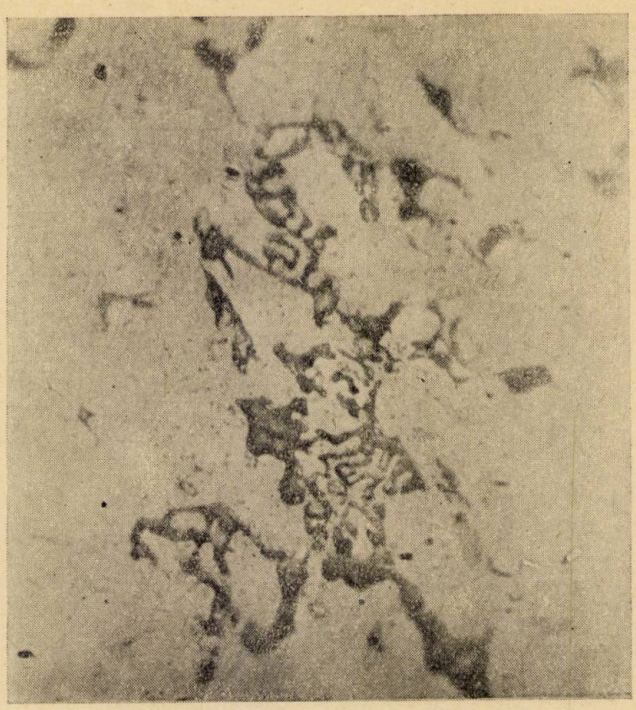


Fig. 16. Detaliu structural. Compus chimic de natura Mg_2Si şi Al_6Mn 1310 × acelaşi atac.

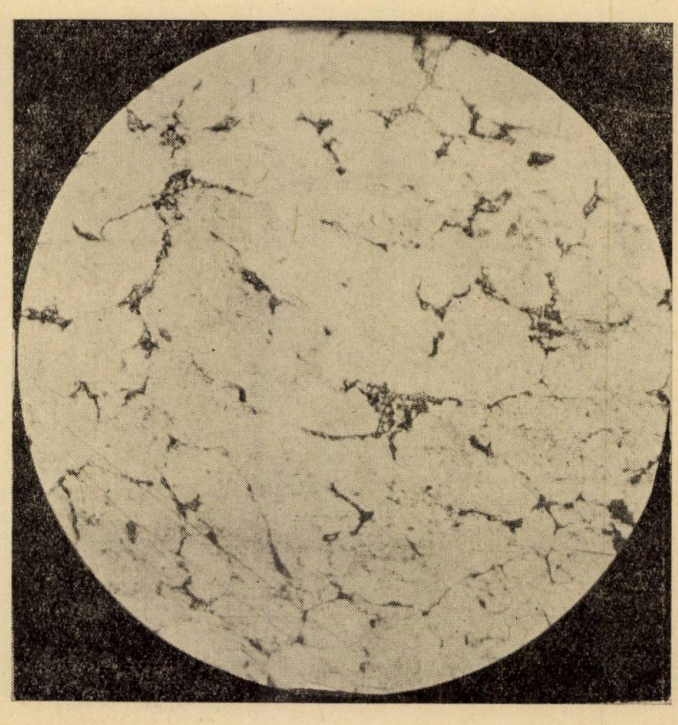


Fig. 15. Microstructura aliajului încălzit la 520° timp de 1½ oră, răcit în apă îmbătrînit natural 3 cicluri a 7 zile cu încălziri la 200° timp de 3 minute 313 × acelaşi atac.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ÎNCERCAREA UNUI TIP NOU DE MAŞINĂ PENTRU TURNAREA CENTRIFUGALĂ

DE

SAVII GHEORGHE

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Printre procedeele tehnologice de confecţionare a semifabricatelor turnate, se enumără şi procedeul de turnare centrifugală. Acest procedeu se pretează a fi folosit îndeosebi la turnarea semifabricatelor ce au formă de revoluţie, mai ales tubulară, sau pentru turnarea chiar a altor piese de diferite forme de dimensiuni mai mici şi care se aşază în formă pe o circumferinţă, avînd pentru umplere un canal central şi mai multe canale radiale.

Turnarea centrifugală prezintă mai multe avantaje printre care amintim: o bună productivitate; o bună calitate a materialului turnat, structura foarte fină, material dens, eliminarea incluziunilor; se reduc adausurile de prelucrare; se realizează o economie atît la materialul de bază cît şi la materiale auxiliare; etc.

Cunoscînd aceste avantaje se recomandă a se folosi procedeul pentru toate cazurile care se pretează şi pentru care nu putem eventual folosi procedee de turnare şi mai moderne.

Deşi reprezintă multe avantaje, în industria noastră constructoare de maşini, procedeul de turnare centrifugală se foloseşte pe scară foarte redusă. Mai mult, chiar, instalaţiile existente nu se prea folosesc.

Pentru realizarea unei turnări centrifugale bune, trebuie să se îndeplinească anumite condiţiuni între care şi aceea ca forţele ce iau naştere din cauza mişcării de rotaţie, care acţionează asupra materialului lichid, să fie de aşa natură încît să se asigure aglomerarea materialului în curs de solidificare.

Asupra materialului lichid, la turnarea centrifugală orizontală acţionează forţa centrifugală şi forţa de gravitaţie. Ambele forţe acţionează într-un plan perpendicular pe direcţia axei de rotaţie.

Forţa centrifugă are o valoare constantă determinată de viteza unghiulară de rotaţie Avînd mereu direcţia radială îşi schimbă direcţia odată cu rotirea particulei de metal, deci în timpul rotirii ea îşi păstrează direcţia de acţiune asupra metalului. Forţa de gravitaţie îşi păstrează tot timpul aceeaşi direcţie, ceea ce face ca acţiunea asupra particulei de metal, să fie definită după poziţia în care se găseşte în timpul rotirii.

Compunînd cele două forţe ce acţionează asupra particulei de metal, obţinem o rezultantă care va avea valori şi direcţii diferite în timpul unei rotaţii. Această variaţie a forţei rezultante face ca asupra metalului lichid, în timpul unei rotaţii să se exercite forţe de diferite intensităţi.

Luînd situaţia la un moment dat, această forţă va fi determinată de cele două componente C şi G (fig. 1). Valoarea forţei ce acţionează asupra particulei de metal variază între limitele $R_{max} = C + G$ şi $R_{min} = C - G$, cum se arată în figura 1.

Presiunea specifică pe unitatea de suprafaţă datorită acţiunii forţei centrifuge se poate scrie

$$P_c = \frac{C}{A} = \frac{\gamma\omega^2}{3g}\left(r_2^2 - \frac{r^3}{r^2}\right)$$

Presiunea provocată de forţa datorită greutăţii stratului de metal turnat este dată de relaţia

$$P_G = \frac{\gamma}{2}\,\frac{r_2^2 - r^2}{r_2}$$

Pentru a se obţine grosimea uniformă a peretelui avînd materialul şi densitatea uniformă trebuie ca rezistenţa interioară a metalului lichid şi în curs de solidificare să compenseze variaţiile forţei rezultante exterioare ce acţionează asupra metalului.

Rezistenţele interioare depind de calitatea metalului sau aliajului ce se toarnă, de calitatea suprafeţei turnate, de dimensiunile cochilei în care se toarnă şi de grosimea peretelui turnat.

Pentru executarea în bune condiţiuni a pieselor turnate goale în interior, trebuie să menţinem un anumit raport între mărimile presiunilor specifice. Astfel, raportul între presiunea datorită greutăţii proprii şi aceea datorită forţei centrifuge trebuie să fie aproximativ constant.

În aceste condiţii se determină turaţia optimă pe care trebuie să o aibă cochila.

Făcînd raportul între cele două forţe, luînd şi raportul între raza exterioară şi interioară a cilindrului turnat se obţine pentru turaţie o relaţie de forma $n = \frac{K}{\sqrt{r}}$.

Stabilite pe bază experimentală valorile pentru K se dau în literatură corespunzător aliajului ce se toarnă. Pentru fontă sînt date valorile 1 800—2 500.

DATE CONSTRUCTIVE

Condiţiile arătate în prima parte pentru maşinile de turnat centrifugal, adică, de obţinere a numărului de rotaţii corespunzătoare sînt realizate prin diferite forme constructive, care depind în bună parte de caracteristicile pieselor ce se toarnă. În mod obişnuit pentru piese de dimensiuni mici cochila formează o construcţie rigidă cu motorul de antrenare. O altă construcţie frecventă, mai ales pentru piese mai mari este aceea la care antrenarea cochilei se face printr-un sistem de transmisie.

În cazul că se toarnă piese de diferite diametre pentru realizarea numărului de rotaţii corespunzător diametrului piesei, se prevede o cutie de viteze.

La construcţia concepută, punîndu-se problema turnării tobelor din fontă, pentru confecţionarea inelelor de etanşeitate la cilindri şi sertarele de locomotivă, am căutat să eliminăm construcţia greoaie cu cutie de viteză, mai ales că dimensiunile diametrelor tobelor prezintă o varietate foarte mare.

Pentru a putea realiza o gamă cît mai mare de rotaţii în limitele dimensiunilor necesare pentru tobe, am prevăzut ca sistemul de antrenare să se bazeze pe principiul rostogolirii a două suprafeţe cilindrice, antrenarea realizîndu-se prin forţa de frecare.

În figura 2 se arată schematic cum se produce mişcarea de rotaţie. Axul *1* este axul motor şi are montat pe el 2 role pe care se sprijină cochila. Legătura axului motor cu motorul electric se face prin intermediul unei cuple cu fricţiune.

A doua serie de role, pe care se sprijină cochila, sînt montate pe axul *2*, care are mişcare de rotaţie liberă.

Pentru ghidarea cochilei în mişcarea de rotaţie, la partea superioară sînt prevăzute un grup de patru role.

Pentru a se putea obţine poziţii diferite pentru sistemul de role, axul cu role libere este montat pe o sanie *(2)* ce se deplasează cu ajutorul unui fus filetat cum se poate vedea în figura 3, care arată ansamblul maşinii.

De asemeni pentru acelaşi motiv grupul de role de ghidare *(4)* sînt construite în aşa fel încît se poate apropia sau îndepărta după cerinţe, putîndu-se în acelaşi timp deplasa împreună cu sania pe care se găsesc montate, pe un plan înclinat *(7)* corespunzător cu planul după care se deplasează axul de rotaţie al cochilei prin modificarea diametrului.

Cochila *(9)* este confecţionată din fontă nodulară. Partea interioară este strunjită fin, cu o conicitate de cca. 0,5° spre partea deschisă. La turnare, această parte se închide cu un capac *(10)* tot din fontă nodulară. Fixarea capacului se face cu ajutorul unor pene aşa cum se vede în figura 3.

Pentru scoaterea tobei s-a prevăzut un capac-piston ce se întroduce la fundul cochilei *(15)*. Asupra acestui capac-piston se acţionează, la scoatere, cu un cilindru cu piston hidraulic *(16)*.

Turnarea se face cu ajutorul unei oale etalon, montată pe un cărucior aşa cum se vede în figura 4.

Atît cilindrul hidraulic cît şi oala de turnare, au prevăzute sistemele de susţinere în aşa fel ca să se poată uşor schimba poziţia, după dimensiunea cochilei în care se toarnă.

Antrenarea maşinei se face cu un motor electric de 2,8 kW şi 1 420 rot/min.

Pentru răcirea cochilei în timpul turnării s-a prevăzut un sistem cu aer comprimat *(8)*. Nu s-a prevăzut o răcire mai accentuată pe motivul ca să nu se obţină scoarţă dură la suprafaţa tobei. La scoaterea tobei s-a prevăzut în faţa cochilei un cărucior cu role.

Pentru că se pune problema calculării diametrelor inelelor de rulare de la cochile, în funcţie de diametrul tobei ce urmează a se turna şi de datele constructive a rolelor motoare şi motorului electric, am dat o nomogramă în care s-a ţinut seama de limitele în care poate să meargă numărul de rotaţii pentru a se obţine o turnare bună, respectiv

$$n = \frac{1\,800}{\sqrt{r}}; \quad n = \frac{2\,500}{\sqrt{r}}$$

In figura 5 este dată nomograma în care se arată cum se poate determina diametrul inelelor pe baza datelor cunoscute. Exemplu pentru o tobă de 300 mm diametru, s-a admis un număr de 600 rot/min (punct *A*). Unind acest punct cu numărul de rotaţie al motorului în cazul ales 1 400 rot/min (punct *B*). Pe aceeaşi scară avem indicat valorile diametrelor rolelor motoare. Prin acest punct, în exemplul luat 200 mm (punct *C*), ducem perpendiculară la dreapta *AB* şi prelungim pînă întîlneşte axa ordonatelor în jos (punct *D*). Aici citim valoarea diametrului cercurilor de rulare. In exemplul luat $D^1 = 466$ mm.

Diametrul tobei fiind 300 mm făcînd diferenţa obţinem 166 mm. Aceasta se repartizează în felul următor : 30 mm grosimea peretelui cochilei, 53 mm grosimea inelelor.

INCERCĂRI ŞI REZULTATE

La încercările de turnare s-a căutat a se stabili procesul de turnare determinîndu-se şi timpul optim de turnare, spre a se obţine o calitate bună a materialului.

Pentru a avea o turnare continuă s-a adoptat procedeul de turnare cu bilă, adică orificiul de scurgere al oalei se menţine închis cu o bilă, pînă ce se umple oala şi pînă ce cochila îşi primeşte mişcarea de rotaţie. Viteza de scurgere a metalului lichid este determinată de mărimea orificiului la scurgere şi de presiunea ferostatică.

Durata de turnare propriu-zis a fost de 30—45 s iar durata de solidificare de 5—7 minute.

Inainte de turnare cochila s-a încălzit pînă la cca. 70—80 °C. S-au efectuat încercări de turnare repetată, astfel cochila a avut, prin încăl-

zirea de la turnarea anterioară, o temperatură ridicată, de 300—350 °C. În acest caz durata de solidificare a fost mai lungă.

Pentru turnare s-a folosit acelaşi aliaj ce se foloseşte în mod obişnuit pentru turnarea tobelor în nisip, s-a adăugat însă în oală 0,5% ferosiliciu. Analiza chimică este dată în tabela 1.

Tabela 1

Marca	C	Si	Mn	S	C+Si	Obs.
	%					
C_5	3,28	1,4	0,29	0,099	4,68	
C_9	3,2	1,4	0,28	0,116	4,60	
N_n	3,16	1,29	0,64	0,10	4,45	

Probele notate cu C_5 şi C_9 sînt din tobe turnate centrifugal, iar N_n din tobe turnate în nisip.

Din tabelă se observă un conţinut ceva mai mare de Si la tobele turnate la centrifugă şi un conţinut mai mic de mangan. Conţinutul redus de mangan şi ceva mare de Si au influenţat constituenţii structurali în sensul că nu s-au format carburi.

Materialul obţinut prin turnarea centrifugală prezintă caracteristici foarte bune.

Astfel granulaţia este foarte fină, pe cîtă vreme tobele turnate în nisip prezintă o granulaţie mare. În figura 6 sînt redate cele două granulaţii.

Densitatea mare a materialului face ca prelucrarea să fie ceva mai greoaie faţă de prelucrarea tobelor turnate în nisip, deşi duritatea se menţine în limitele prevăzute pentru inelele de etanşeitate.

Duritatea obţinută la diferite tobe turnate este cuprinsă între 183 şi 223 H_B.

Încercarea la întindere, cu probe confecţionate din toba C_9 a dat o rezistenţă de rupere medie de 29,5 kg/mm², ceea ce după STAS 568-52 se clasifică între fontele speciale.

Examinînd microstructurile fontelor turnate în nisip şi cele turnate centrifugal, acestea se prezintă aşa cum se arată în figura 7 *a*—*d* neatacate.

Figura 7 *a* reprezintă fonta turnată în nisip (N_n) iar figurile 7 *b*, 7*c* şi 7 *d* fonte turnate centrifugal (C_5, C_7, C_9).

Se observă că la fonta turnată în nisip, incluziunile de grafit sînt în lamele foarte mari şi neuniform repartizate în masa metalului. La fontele turnate centrifugal incluziunile de grafit sînt de dimensiuni mici, au forme de virgulă şi destul de uniform repartizate în masa metalică.

Structura de bază în toate cazurile este perlitică aşa cum se vede în figura 8 *a*—8 *d*.

Microfotografiile s-au executat la mărimi de 1 800 ori tocmai pentru a se putea distinge cît mai bine constituenţii structurali.

În concluzie se poate arăta că materialul obţinut prin turnarea centrifugală aşa după cum era şi de aşteptat, este de o calitate mult mai bună ca cel turnat în nisip. Concluziile definitive urmează a fi trase după ce se cunosc rezultatele încercărilor ce se fac în mod practic prin montarea unor inele de etanşeitate, din acest material, la locomotive seria 130 000.

Privind din punct de vedere economic procedeul de turnare centrifugal, aşa cum s-a arătat la început, prezintă o serie de avantaje. Pe lîngă calitatea superioară a materialului se face o economie importantă la manoperă. Astfel pentru formarea unei tobe în nisip se acordă 8—10 ore, turnarea la centrifugă se execută cu toate pregătirile în mai puţin de 1 oră, la turnarea individuală iar dacă urmează a se turna în serie timpul se va reduce la mai puţin de 30 de minute.

BIBLIOGRAFIE

1. P. N. Axenov, *Turnătoriile,* O. E. P. D. CFR, 1949.
2. I. G. Ghirsovici, *Turnarea fontei,* E. T., 1952.
3. *Maşinostroenie,* vol. 6, Enciclopediceskie sprovocinik, Maşgiz, Moskova, 1948.

L'ESSAI D'UN NOUVEAU TYPE DE MACHINE POUR LE MOULAGE CENTRIFUGE

(RESUMÉ)

Dans cet ouvrage on indique la méthode du moulage centrifuge et son application au foudre des tambours pour des segments de piston locomotives.

Pour la moulage des tambours de diamètres différents on a construit une machine de moulage centrifuge ou l'on peut obtenir le nombre de rotations nécessaires par la construction d'un moule métallique sans utiliser la boîte de changement de vitesse et la transmission.

Pour la détermination des dimensions des cercles de roulement on donne un nomogramme. L'étirange des tambours fondus s'effectue à l'aide d'un cylindre hydraulique. On présente quelques résultats obtenus en ce qui concerne la qualité des fontes comme : une structure très fine, des inclusions de graphite une durité STAS et une remarquable résistance à la traction.

La durée du moulage est 10 fois plus réduit qu'aux tambours fondus en sable.

ИСПАТАНИЕ НОВОГО ТИПА МАШИНЫ ДЛЯ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ЛИТЬЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе рассматривается центробежное литье и применение этого метода при отливке барабанов для паровозных поршневых колец.

Для отливки барабанов различных диаметров построена машина для центробежного литья, в которой можно получить необходимое число оборотов конструкции кокиля, без необходимости применения коробки скоростей или передач.

Для определения размеров колец качения дается номограмма.

Изьятие барабанов производится при помощи гидравлического цилиндра.

Дается несколько результатов, относящихся к качеству чугунов: — очень тонкая структура, мелкие графитные включения, твердость согласно ГОСТ-у и очень большое сопротивление на растяжение.

Продолжительность отливки в 10 раз меньше чем при стливке барабанов в песке.

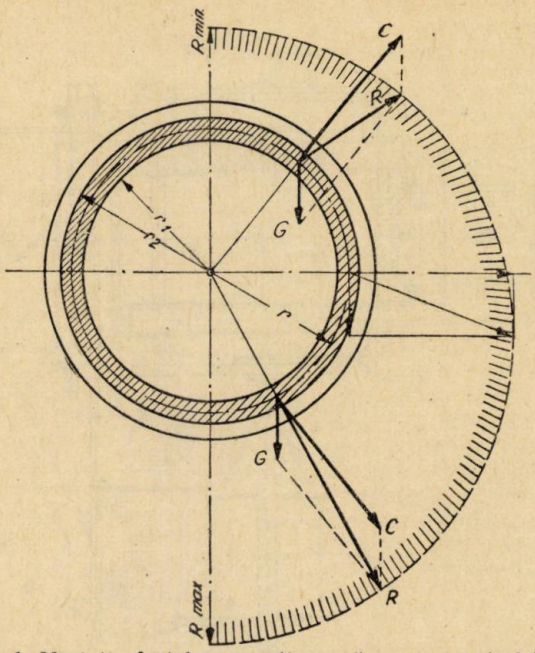


Fig. 1. Variaţia forţelor ce acţionează asupra materialului în curs de solidificare.

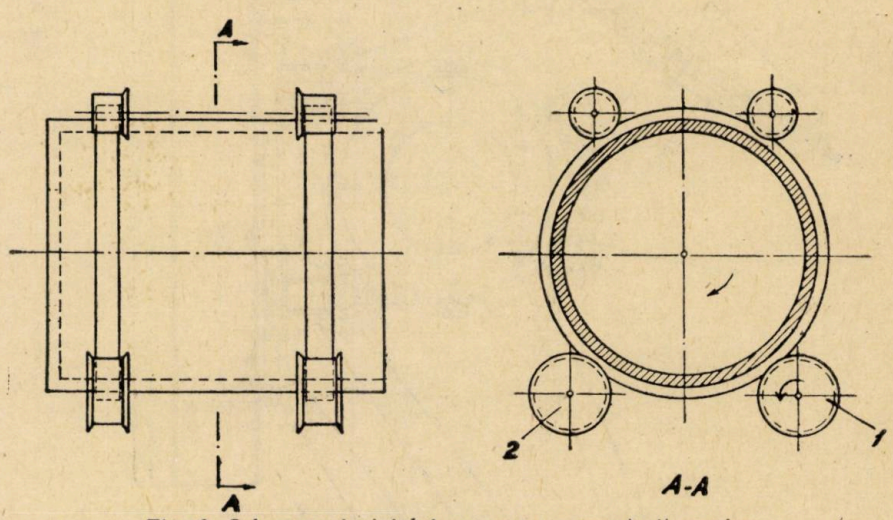


Fig. 2. Schema principiului pe care s-a construit maşina.

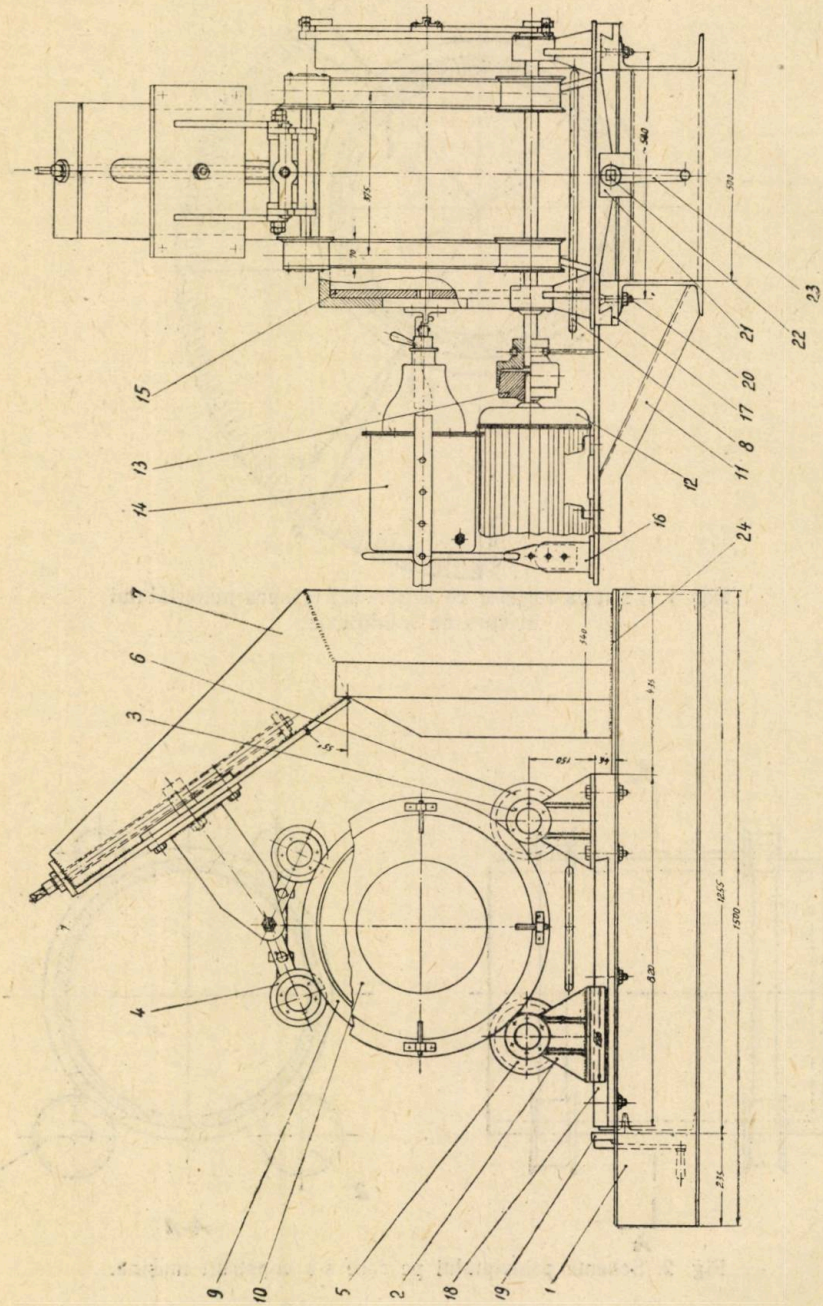


Fig. 3. Ansamblul maşinii.

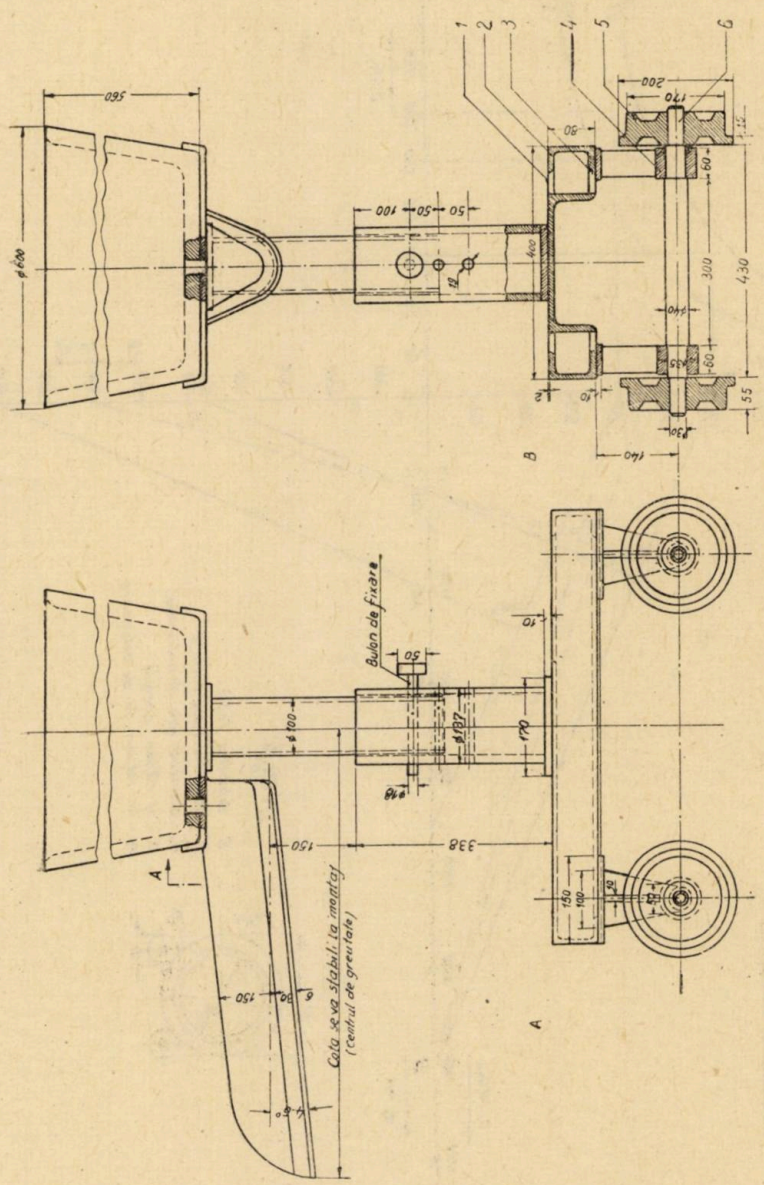


Fig. 4. Oala de turnare.

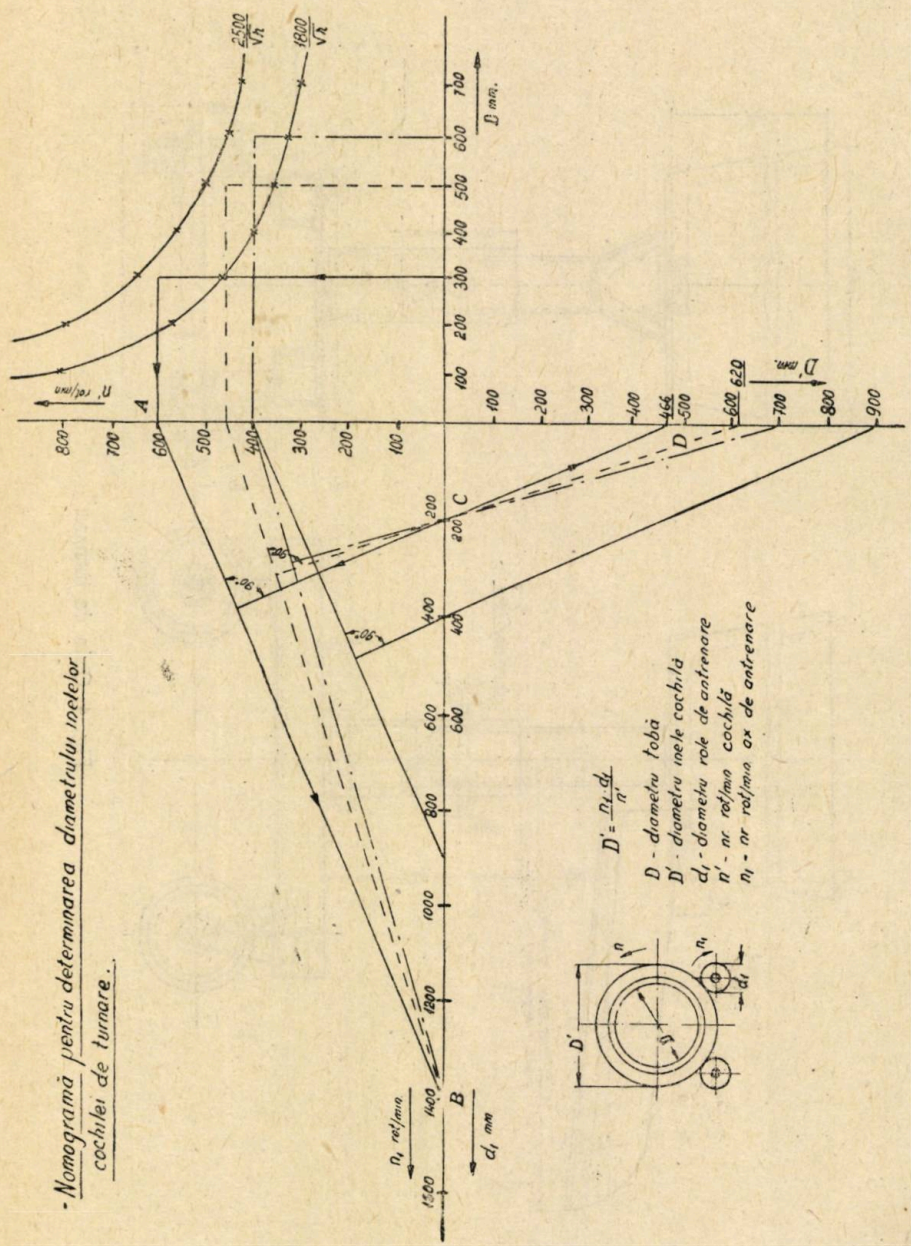
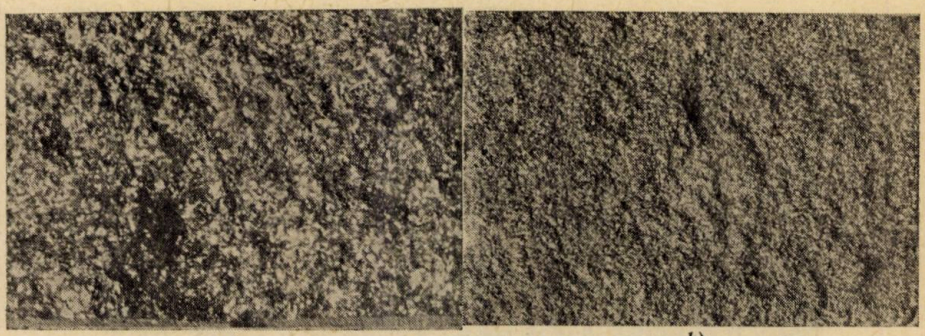
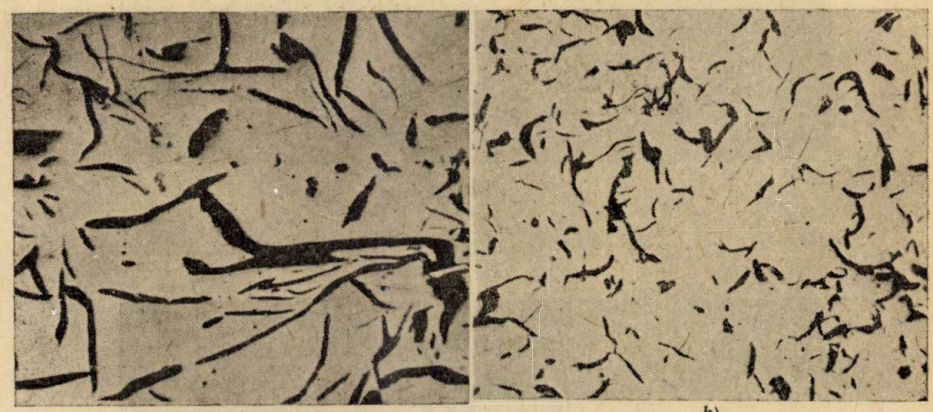


Fig. 5. Nomograma pentru determinarea dimensiunilor inelelor de rulare.

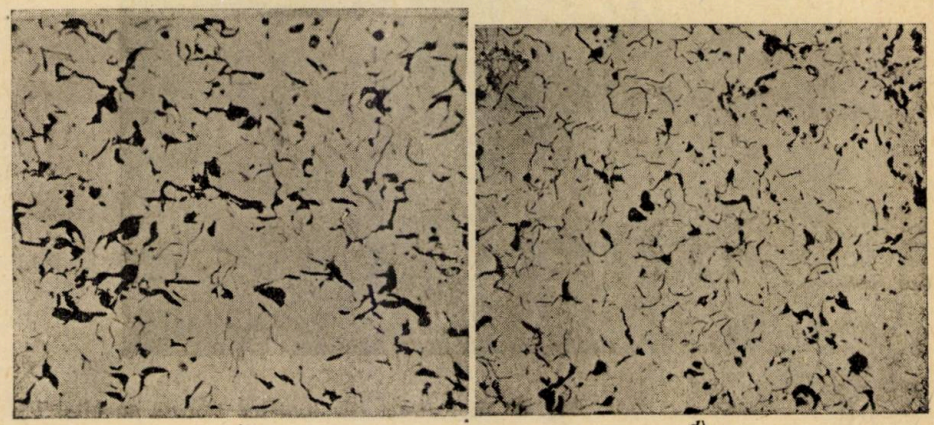


a) *b)*

Fig. 6. Granulaţia fontei : *a*) turnat în nisip ; *b*) turnat centrifugal.

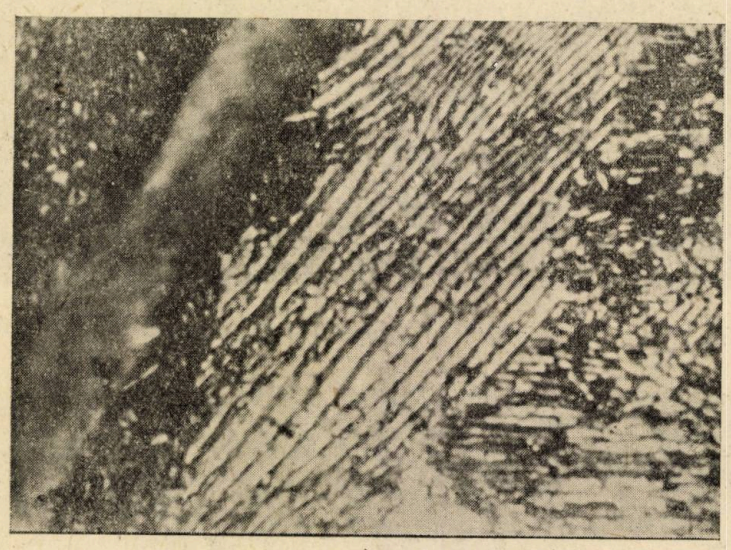


a) *b)*

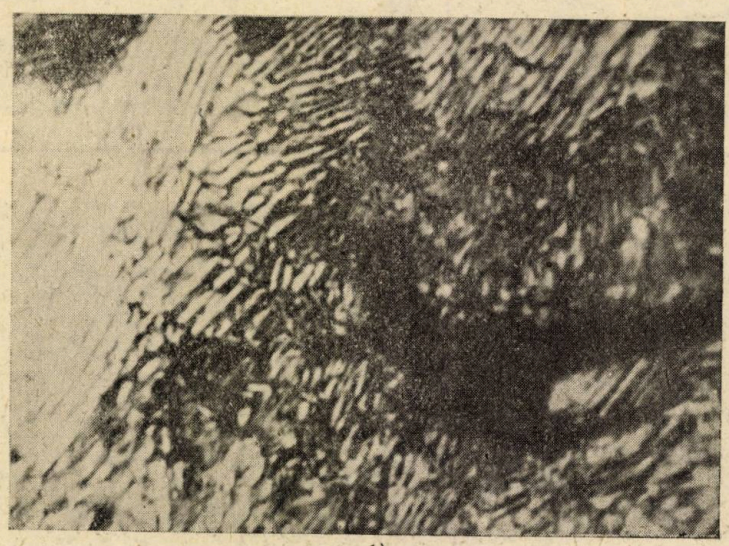


c) *d)*

Fig. 7. Microstructura fontelor : *a*) turnat în nisip, *b*), *c*) şi *d*) turnat la centrifugă



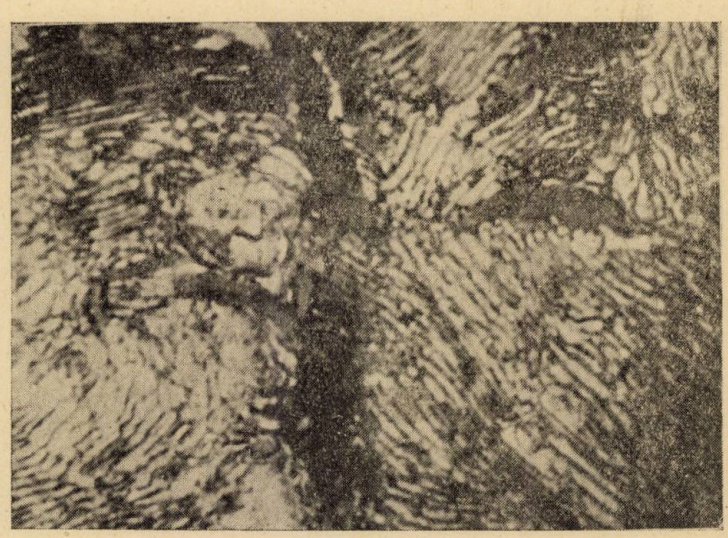
a)



b)

Fig. 8. Microstructurile fontelor atacate cu nital 1%.

c)



d)

a) turnat la nisip, *b*), *c*) şi *d*) turnate la centrifugă.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

O METODĂ MAGNETOMECANICĂ DE PUNERE ÎN EVIDENŢĂ A PREZENŢEI HIDROGENULUI ÎN NICHEL

DE

A. CIŞMAN, B. ROTHENSTEIN, J. HRIANCA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Studiind frecarea internă a nichelului, ca funcţie de intensitatea unui cîmp magnetic alternativ longitudinal, A. Cişman, Aurelia Chişu şi St. Bojin [1], apoi A. Cişman, B. Rothenstein şi J. Hrianca [2] pun în evidenţă existenţa unui maxim de frecare internă, pentru o anumită valoare a intensităţii cîmpului.

O deosebită atenţie este acordată acestui fenomen de către K. Misek [3], [4], [5], care aduce dovezi experimentale că el nu se datoreşte curenţilor microscopici induşi prin deplasarea ireversibilă a pereţilor lui Bloch şi nici curenţilor macroscopici induşi prin modificarea stării de magnetizare a probei ca un întreg.

După o teorie a lui Néel [6] şi Kittel [7], sub o anumită grosime critică a unei pături feromagnetice, nu se mai formează pereţi Bloch, fiindcă ea cuprinde numai monodomenii.

Pornind de la această idee, am studiat frecarea internă a unor pături subţiri de nichel depuse electrolitic pe fire de alamă, sub densitatea de curent de 1,5 mA/cm^2.

Am constatat experimental că fără un tratament termic prealabil, frecarea internă nu depinde de intensitatea cîmpului magnetic alternativ, nici chiar pentru grosimi de 56 μ.

După un tratament termic de două ore, la 300 °C am obţinut rezultatele din figura 1, care redă variaţia diferenţei ΔQ^{-1} dintre frecarea internă corespunzătoare cîmpului din abscisă şi frecarea internă în stare demagnetizată, în funcţie de intensitatea efectivă a cîmpului magnetic.

Intervalul de cîmp în care se resimte influenţa magnetizării scade pe măsură ce pătura devine mai subţire, datorită faptului că se accentuează individualitatea domeniilor, fiecare domeniu posedînd un cîmp

magnetic preferenţial, pentru care mobilitatea pereţilor săi este cea mai mare, sub influenţa solicitării aplicate.

În figura 2 este redată variaţia mărimii ΔQ^{-1}_{max} în funcţie de grosimea păturii. Sub grosimea de 3 μ, fenomenul tinde să dispară.

Rezultatele experienţelor noastre pot fi considerate drept o dublă dovadă a faptului că fenomenul se datoreşte curenţilor microscopici induşi prin deplasarea reversibilă a pereţilor lui Bloch fiindcă : 1. Suprafaţa totală a acestor pereţi raportată la unitatea de volum, scade pe măsură ce pătura tinde să se organizeze în monodomenii. 2. Frecarea internă în stare demagnetizată este mai mare decît frecarea internă în stare de saturaţie magnetică, de unde rezultă că frecarea internă în stare demagnetizată prezintă o componentă de natură magnetică ce nu poate fi datorită decît curenţilor microscopici induşi prin deplasarea reversibilă a pereţilor lui Bloch [8].

Caracteristica generală a acestui gen de frecare internă, prezentată de substanţele feromagnetice, este sensibilitatea deosebit de mare faţă de tensiunile interne, fiind valabilă într-o primă aproximaţie relaţia [8]

$$Q^{-1} = \frac{k}{\sigma_i^2}$$

unde k reprezintă o constantă pentru o structură feromagnetică dată, iar σ tensiunea internă.

Atomii interstiţiali (hidrogen, azot, carbon, bor) întroduc în reţeaua metalului solvent tensiuni interne, de unde rezultă că maximul de frecare internă considerat, trebuie să fie sensibil faţă de prezenţa lor în soluţie solidă cu feromagneticul studiat.

S-a lucrat atît cu păturí subţiri de nichel cît şi cu fire pline de nichel de înaltă puritate. Încărcarea cu hidrogen s-a făcut pe cale electrolitică într-o soluţie normală de SO_4H_2 la o densitate de curent de 40 mA/cm^2.

În figura 3 este redat fenomenul magnetomecanic, prezentat de o pătură de nichel cu grosimea de 7 μ depusă la o densitate de curent de 1,50 mA/cm^2, tratată termic timp de o oră la 350 °C, primind hidrogen timp de 4 ore, înainte (punctat) şi după (plin) întroducerea hidrogenului.

În figura 4 este redat fenomenul magnetomecanic prezentat de o pătură de nichel cu grosimea de 30 μ depusă la o densitate de curent de 1,50 mA/cm^2, tratată termic timp de două ore la o temperatură de 300 °C, şi o oră la temperatura de 450 °C, primind hidrogen timp de 3 ore înainte (punctat) şi după (plin) întroducerea hidrogenului.

În figura 5 este redat fenomenul magnetomecanic prezentat de o pătură de nichel cu grosimea de 30 μ depusă sub o densitate de curent de 15 mA/cm^2, tratată termic la temperatura de 450 °C timp de trei ore primind hidrogen timp de două ore, înainte (punctat) şi după (plin) întroducerea hidrogenului.

În toate cazurile studiate, fenomenul magnetomecanic este considerabil micşorat de prezenţa hidrogenului şi deplasat în primele două cazuri spre intensităţile de cîmp mai mari.

În cazul al treilea apare la intensităţi de cîmp mai mari un al doilea maxim, mai puţin pronunţat, corespunzător faptului că în acest caz a avut loc doar o introducere superficială a hidrogenului în pătura de nichel. Şi firele pline de nichel prezintă un fenomen magnetomecanic sensibil faţă de prezenţa hidrogenului, însă într-o măsură mult mai mică şi într-un mod mai puţin concludent (figura 6). Prezenţa hidrogenului nu a modificat perioada oscilaţiilor de torsiune ale pendulului.

Atît din reducerea fenomenului magnetomecanic, cît în special din deplasarea maximului spre intensităţile de cîmp mai mari, se poate trage concluzia că prezenţa hidrogenului întroduce în nichel tensiuni interne, mărindu-se simţitor cîmpul coercitiv al acestuia. Pentru lămurirea mecanismului de întroducere a acestor tensiuni interne, sînt necesare experienţe suplimentare.

Avantajul acestei metode, faţă de metodele obişnuite de punere în evidenţă a prezenţei atomilor interstiţiali în soluţie solidă, prin apariţia unor maxime pe curba frecare internă-temperatură sau frecare internă-frecvenţă a oscilaţiilor, — constă în faptul că în acest caz măsurătorile pot fi efectuate cu o singură frecvenţă a oscilaţiilor la temperatura camerei, ea putînd fi utilizată în cazul tuturor metalelor feromagnetice, indiferent de forma celulei elementare pe care o prezintă.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Cişman, Aurelia Chişu, S. Bojin, Studii şi Cercetări de Fizică, Anul III, 1952, 91—98.
2. A. Cişman, B. Rothenstein, I. Hrianca, Academia R,P,R,, Baza Timişoara, Studii şi Cercetări Ştiinţifice, tomul IV, 1957, nr. 3—4, p. 71—77.
3. K. Misek, Czechosl. Journ. Phys., 5, 1955, 420.
4. K. Misek, Czechosl. Journ. Phys., 6, 1956, 330.
5. K. Misek, Czechosl. Journ. Phys., 7, 1957, 247.
6. L. Néel, C. R. Acad. Sci. Paris, 224, 1488, 1947.
7. C. Kittel, Phys. Rev., 70, 96, 1946.
8. R. Bozorth, Ferromagnetism D. Van Nostrand Company Inc. Toronto-New York-London, 1951.

EIN MAGNETOMECHANISCHES VERFAHREN ZUM NACHWEIS DER ANWESENHEIT DES WASSERSTOFFS IN NICKEL

(ZUSAMMENFASSUNG)

Aus Messungen der inneren Reibung, die wir an dünnen Nickelschichten, welche elektrolitisch auf Messingdraht niedergeschlagen worden waren, durchgeführt haben, konnte die Schlußfolgerung gezogen werden, daß das Maximum der inneren Reibung bei ferromagnetischen Metallen in einem longitudinalen Wechselmagnetfeld, den mikroskopischen Strömen zu verdanken sei, die durch das reversible Verschieben der Bloch'schen Wände induziert wurden, weil :

1. die Gesamtoberfläche dieser Wande, auf die Volumeneinheit bezogen, sich in dem Maße verringert als die Schicht sich in Einzelbereiche organisiert.

2. die innere Reibung im entmagnetisierten Zustand größer ist als die innere Reibung im Zustand der magnetischen Sättigung; daraus geht hervor, daß die innere Reibung im entmagnetisierten Zustand eine magnetische Komponente hat, welche nur den, durch die reversible Verschiebung der Bloch'schen Wände, induzierten mikroskopischen Strömen zu verdanken ist.

In die dünnen Nickelschichten wird auf elektrolytischem Weg Wasserstoff eingelagert, was eine merkbare Verminderung des Maximums der inneren Reibung und eine Verschiebung gegen größere Feldstärken zur Folge hat.

Der Wasserstoff wird also die Koerzitivkraft des Nickels vergrößern. Auch volle Nickeldrähte zeigen ein empfindliches magnetomechanisches Phänomen gegenüber dem Vorhandensein des Wasserstoffes, aber in viel weniger ausgeprägten Maß.

МАГНИТОМЕХАНИЧЕСКИЙ МЕТОД ВЫЯВЛЕНИЯ ПРИСУТСТВИЯ ВОДОРОДА В НИКЕЛЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

На основании измерений внутреннего трения, произведенных на тонких слоях никелевых покрытий, сделанных электролитическим путем на латуневых нитях, выводится заключение, по которому максимальное внутреннее трение в ферромагнитных веществах в переменном продольном магнитном поле объясняется микроскопическими токами индуктированными реверсивным перемещением стенок Блоха, так как:

1. Общая поверхность этих стенок отнесенная к единице объема уменьшается по мере того, как слой стремится к созданию отдельных зон.

2. Внутреннее трение в размагниченном состоянии больше, чем при магнитном насыщении, откуда следует, что внутреннее трение в размагниченном состоянии представляет собою составляющую магнитного свойства, которая может быть объяснена лишь микроскопическими токами индуктированными реверсивным перемещением стенок Блоха.

Тонкие покрытия никеля наполняются водородом электролитическим путем, что ведет к заметному снижению максимального внутреннего трения и перемещение его к большим напряжениям поля. Таким образом, водород увеличивает коэрцитивную силу никеля.

И на нитях чистого никеля наблюдается магнитомеханический феномен, чувствительный к присутствию водорода, только в меньшей мере и менее убедительно.

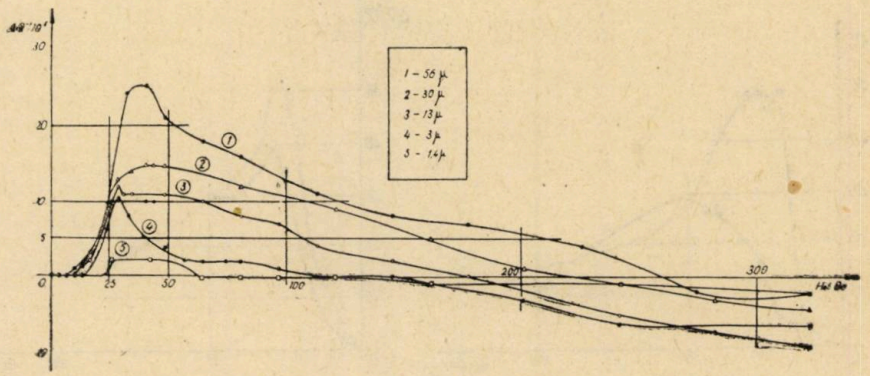


Fig. 1.

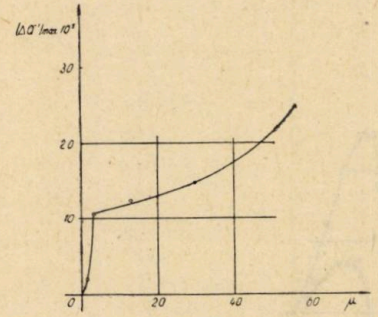


Fig. 2.

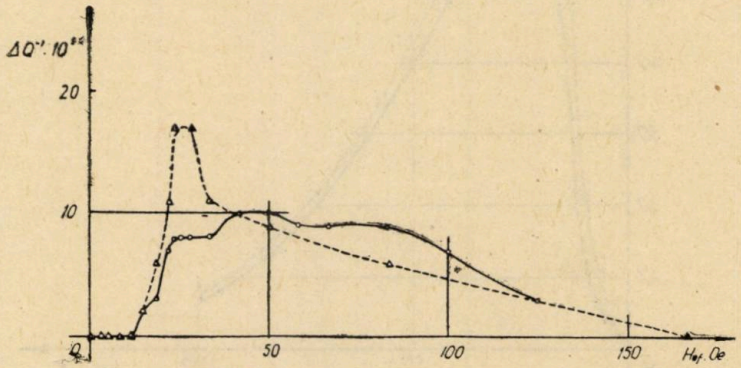


Fig. 3.

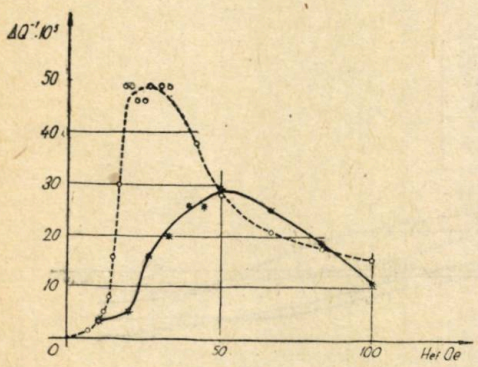


Fig. 4.

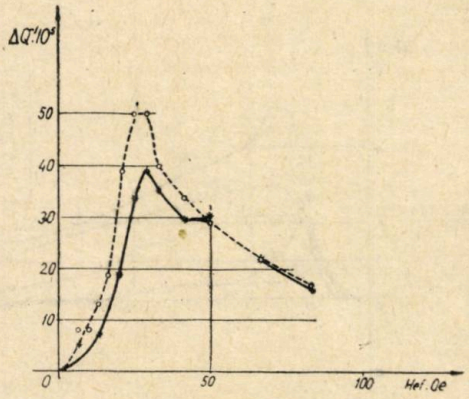


Fig. 5.

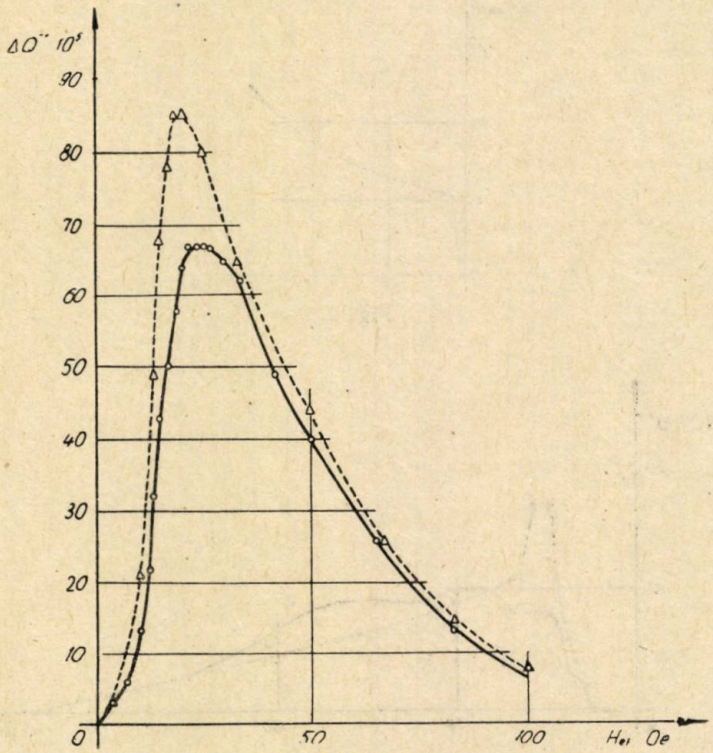


Fig. 6.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ANALIZA UNOR SCHEME DE STABILIZATORI DE TENSIUNE CU AMPLIFICATORI MAGNETICI

DE

ALEXANDRU ROGOJAN şi EUGEN POP

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Intrebuinţarea amplificatorilor magnetici ca organe de execuţie în stabilizatori de tensiune alternativă cu reglaj automat este indicată datorită lipsei pieselor în mişcare, domeniului mare de reglaj şi a constantei de timp relativ mică, atunci cînd reglajul se face electronic. La aceste stabilizatoare tensiunea depinde în măsură mult mai mică de frecvenţă decît la cele cu ferorezonanţă.

Cu toate că stabilizatoarele cu amplificator magnetic se răspîndesc în ultimul timp, literatura nu dă indicaţii suficiente în privinţa analizei schemelor lor. N. T. Kobiakova şi V. A. Sartori [1] analizează cazul legării amplificatorului magnetic în serie cu sarcina, insistînd asupra unor particularităţi a schemei de comandă. Benson tratează pur empiric găsirea elementelor optime.

Pentru practică prezintă un deosebit interes schemele care permit stabilizarea tensiunii la valoarea egală cu tensiunea nominală a reţelei de alimentare. In acest scop în schemă apare un autotransformator.

In cele ce urmează ne propunem a analiza trei scheme principale fig. 1, din categoria menţionată, incluzînd în analiză şi autotransformatorul.

Se urmăreşte stabilirea elementelor schemei aşa fel încît stabilizatorul să funcţioneze corect într-un domeniu cît mai larg de variaţie a curentului de sarcină şi a unghiului lui de fază, la un raport $\alpha = \frac{L_{a\,max}}{L_{a\,min}}$ cît mai mic şi la o putere de calcul minimă a amplificatorului magnetic şi a autotransformatorului. Condiţiile fiind contradictorii soluţia este întotdeauna un compromis.

I. SCHEMA CU AMPLIFICATOR MAGNETIC ÎNAINTEA AUTOTRANSFORMATORULUI

Ţinînd seama de notaţiile din fig. 1*a*, şi neglijînd rezistenţele şi dispersiile putem scrie:

$$\overline{U}_1 = j\omega L_a \overline{I}_1 + j\omega L_1 \overline{I} - j\omega M \overline{I}_s$$
$$\overline{U}_1 = j\omega L_a \overline{I}_1 + j\omega L_2 \overline{I}_s - j\omega M \overline{I} + \overline{U}_s \qquad (1)$$
$$\overline{I}_1 = \overline{I} + \overline{I}_s .$$

Notăm $n = \frac{w_2}{w_1}$ şi introducem relaţiile valabile cînd nu avem dispersie:

$$L_1 L_2 = M^2 \quad \text{şi} \quad \frac{L_2}{L_1} = n^2. \qquad (2)$$

După unele transformări simple se obţine sistemul de ecuaţii:

$$\overline{U}_1 = j\omega \left[L_a \overline{I}_1 + L_1 (\overline{I} - n\overline{I}_s)\right]$$
$$\overline{U}_s = j(n+1)\omega L_1 (\overline{I} - n\overline{I}_s) \qquad (3)$$
$$\overline{I}_1 = \overline{I} + \overline{I}_s .$$

Cu ajutorul acestora se poate construi diagrama fig. 2. Se trasează $\overline{U}_s$ şi $\overline{I}_s$. Prin punctul ce reprezintă capătul vectorului $n\overline{I}_s$ se duce o perpendiculară pe $\overline{V}_s$ care reprezintă direcţia diferenţei $(\overline{I} - n\overline{I}_s)$. Din ecuaţia a doua a sistemului (3) calculăm:

$$|\overline{I} - n\overline{I}_s| = \frac{U_s}{(n+1)\omega L_1} . \qquad (4)$$

Inchizînd triunghiul obţinem pe $\overline{I}$, pe care îl adunăm cu $\overline{I}_s$ şi obţinem pe $\overline{I}_1$.

Ducînd o perpendiculară pe $\overline{I}_1$ prin capătul vectorului $\frac{\overline{U}_s}{n+1}$ obţinem pe $\overline{U}_a = j\omega L_a \overline{I}_1$, care este limitat de acest punct şi intersecţia cu cercul de rază egală cu $\overline{U}_1$.

Din diagramă se vede că este necesar să avem:

$$U_{1\,min} > \frac{U_s}{n+1} . \qquad (5)$$

Cînd $U_{1\,min} = \frac{U_s}{n+1}$, $\overline{U}_a$ devine zero, ceea ce ar însemna un raport $\alpha = \infty$, cînd s-ar schimba sensul expresiei (5), amplificatorul magnetic ar trebui să treacă în regim de generator.

La $\varphi_s = 90°$, $\overline{I}_s$ şi $\overline{I}$ cad în aceeaşi direcţie şi cum, conform relaţiei (4), în acest caz $|\overline{I} - n\overline{I}_s| = ct$ vom avea $I_{90°} = nI_s + |\overline{I} - n\overline{I}_s|$.

La $\varphi_s = 0$, U_a este maximă fiind aproape perpendiculară pe $\overline{U}_s$.

La gol avem numai curentul în gol, cu φ_s aproape 90°. Cu cît va fi mai mic curentul cu atît $L_{a\,max}$ va fi mai mare.

Spre exemplificare să luăm pentru tensiunea reţelei de alimentare: $U_{1\,max} = 235$ V; $U_{1\,min} = 185$ V; tensiunea stabilizată $U_s = 220$ V; curentul minim

de sarcină (interioară) $I_{s0}=0{,}2\, I_{sen}$, cu $\cos\varphi_{s0}=0{,}5$; curentul nominal al sarcinii externe $I_{sen}=2$A, cu $\cos\varphi_{sen}=0$ respectiv $\cos\varphi_{sen}=1$.

Puterea aparentă nominală la sarcina exterioară va fi:

$$P_{sen}=U_s I_{sen}=220\cdot 2=440\ \text{VA}.$$

Notăm cu P_a puterea de calcul a amplificatorului magnetic obţinută din produsul tensiunii maxime şi curentului maxim şi cu P_w puterea de calcul a autotransformatorului obţinută din produsul tensiunii maxime şi curentului maxim din înfăşurarea comună.

Puterea totală de calcul va fi: $P_T=P_a+P_w$.

Vom calcula pentru mai multe valori ale lui n raportul $\alpha=\frac{L_{a\,max}}{L_{a\,min}}$ şi raportul $\beta=\frac{P_T}{P_{sen}}$.

Aceste curbe ar fi valabile pentru curentul $I_{sen}=2$A. Ele pot fi însă făcute mai generale în felul următor:

Ţinem seama că relaţia (4) poate fi scrisă astfel:

$$|I-n\bar{I}_s|=\frac{U_s\cdot I_{sen}}{(n+1)\,X_1 I_{sen}}=\frac{U_s}{(n+1)\,m}\,I_{sen} \tag{6}$$

unde am notat $m=X_1 I_{sen}$.

Dar $\frac{I_{s0}}{I_{sen}}=0{,}2$, iar pentru $\cos\varphi_s=1$ avem:

$$I_{sn}=I_{sen}+I_{s0}\cos\varphi_{s0}$$

sau

$$I_{sen}=\frac{I_{sn}}{1+0{,}2\cos\varphi_{s0}}=K' I_{sn}. \tag{7}$$

Pentru $\cos\varphi_s=0$ obţinem

$$I_{sen}=\frac{I_{sn}}{1+0{,}2\sin\varphi_{s0}}=K'' I_{sn}. \tag{8}$$

Se vede că pentru n şi m constante există proporţionalitate între curenţi (triunghiul curenţilor se modifică rămînînd asemenea) şi deci α şi β în care intră rapoarte de curenţi, ce sînt constante, sînt independente de I_{sen}.

Cu acestea calculăm şi trasăm grafic curbele

$$\begin{aligned}\alpha&=f(n)\quad\text{pentru}\quad m=\text{const}\\ \beta&=f(n)\quad\text{pentru}\quad m=\text{const.}\end{aligned} \tag{9}$$

In virtutea proporţionalităţii stabilite mai sus, curbele sînt valabile pentru $\frac{I_{s_0}}{I_{sen}}=0{,}2$; $\cos\varphi_{s_0}=0{,}5$ şi pentru orice curent I_{sen}.

E de remarcat că pentru valori mari ale lui $X_1 = \omega L_1$, $|I - n\bar{I}_s|$ este mic, triunghiul curenţilor se reduce la o dreaptă, proporţionalitatea între curenţi se păstrează, iar α şi β sînt independente atît de I_{sen} cît şi de m.

In figura 4 am reprezentat grafic aceleaşi mărimi în cazul cînd sarcina este constantă.

II. SCHEMA CU AMPLIFICATORUL MAGNETIC DUPĂ AUTOTRANSFORMATOR

Scriind relaţiile corespunzătoare fig. 1 *b* în aceleaşi condiţii ca şi în cazul precedent, obţinem:

$$\bar{U}_1 = j\omega L_1 (\bar{I} - n\bar{I}_s)$$

$$\bar{U}_s = j(n+1)\,\omega L_1 (\bar{I} - n\bar{I}_s) - j\omega L_a \bar{I}_s. \tag{10}$$

Din prima ecuaţie avem:

$$|I - nI_s| = \frac{\bar{U}_1}{\omega L_1}. \tag{11}$$

Cu acestea construim diagrama din fig. 5.

Din diagramă se vede că este necesar să avem:

$$(n+1)U_{1\,min} > U_s. \tag{12}$$

La $\varphi_s = 90°$, $\bar{I}_s$ şi $\bar{I}$ cad în aceeaşi direcţie şi avem $I_{90°} = nI_s + |\bar{I} - n\bar{I}_s|$, iar $\bar{U}_a$ are aceeaşi direcţie cu $\bar{U}_s$.

La $\varphi_s = 0$, ca şi în cazul precedent, $\bar{U}_a$ atinge valoarea maximă deoarece ajunge aproape perpendiculară pe $\bar{U}_s$.

La gol $U_a = 0$, deci $U_s = (n+1)\,U_{1\,min}$. Este evident că pentru a putea stabiliza nu este îngăduit să coborîm la curent de sarcină zero.

Pentru exemplificare plecăm de la aceleaşi date ca şi în cazul precedent.

Aici curbele pentru α şi β pot fi făcute mai generale, plecînd de la relaţia (11) în felul următor:

$$|I - n\bar{I}_s| = \frac{U_{1\,max}}{\omega L_1} = \frac{\lambda U_s}{X_1} = \frac{\lambda U_s I_{sen}}{X_1 I_{sen}} = \frac{\lambda U_s}{m} I_{sen} = \frac{\lambda U_s K}{m} I_{sn}. \tag{13}$$

Deci pentru n şi m constante avem proporţionalitate între curenţi, şi curbele vor fi valabile pentru ori ce valori ale curentului I_{sen}.

Remarca făcută în cazul precedent, cu privire la valorile mari ale lui X_1, este valabilă şi aici.

Reprezentînd grafic pe α şi β obţinem fig. 6.

In acest caz α nu depinde de m.

Mai jos în fig. 7, este reprezentat cazul cînd sarcina este constantă.

III. SCHEMA CU AMPLIFICATOR MAGNETIC ÎN SERIE CU ÎNFĂŞURAREA COMUNĂ A AUTOTRANSFORMATORULUI

Din fig. 1 *c*, procedînd ca şi în cazurile precedente, obţinem ecuaţiile:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= j\omega L_1(\bar{I}-n\bar{I}_s)+j\omega L_a\bar{I} \\ \bar{U}_1 &= -jn\omega L_1(\bar{I}-n\bar{I}_s)+\bar{U}_s. \end{aligned} \tag{14}$$

Egalînd părţile reale şi imaginare ajungem la patru ecuaţii pe care le rezolvăm în raport cu φ, unghiul curentului $\bar{I}$ faţă de $\bar{U}_s$. Axa reală este luată după direcţia vectorului $\bar{U}_s$. Obţinem:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_s - \frac{1}{n(n+1)\omega L_1}\frac{U_s}{I_s\cos\varphi_s}. \tag{15}$$

Cu acestea construim diagrama fig. 8.

Se trasează $\bar{U}_s$ şi $\bar{I}_s$. Trasăm locul geometric al potenţialului punctului *a* din fig. 1 *c*.

Pe direcţia tensiunii $\bar{U}_s$ luăm punctele B' şi C' astfel încît să avem:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CC'}} = n. \tag{16}$$

Locurile geometrice corespunzătoare tensiunii U_{1max} şi $U_{1\,min}$ sînt cercuri cu centrul în O', aflat pe direcţia tensiunii $\bar{U}_s$, aşa fel încît să avem:

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OO'}} = n. \tag{17}$$

Cercurile au ca rază pe $O'B'$ respectiv $O'C'$.

Cu ajutorul relaţiei (15) se calculează $\operatorname{tg}\varphi$ şi se trasează direcţia curentului $\bar{I}$. Prin O, perpendicular pe acesta se trasează direcţia pentru $\bar{U}_a$ care taie locul geometric corespunzător tensiunii $U_{1\,max}$ în B'_2. OB'_2 reprezintă pe $\bar{U}_a$ iar B'_2A reprezintă tensiunea $\bar{U}_n$ pe autotransformator.

Intersecţia B_1 a segmentului B'_2A cu cercul pentru $U_{1\,max}$ corespunde poziţiei tensiunii $\bar{U}_{1\,max}$.

Pentru tensiunea $U_{1\,min}$ lui B'_2 îi corespunde punctul C'_2 pe locul geometric de jos. Evident valoarea curentului în acest caz va fi alta.

Ducînd prin A o perpendiculară pe $\bar{I}_s$ obţinem punctele de intersecţie B'_1 pe locul geometric corespunzător lui $U_{1\,max}$ care reprezintă limita pînă la care se poate apropia B'_2 de B'. Cînd B'_2 coincide cu B'_1 curentul I devine zero, ap i devine negativ ceea ce corespunde unui regim de generator pentru amplificatorul magnetic. La $I=0$ înseamnă că raportul inductivităţilor limită a amplificatorului magnetic devine $\alpha=\infty$. Analitic acest caz este reprezentat de relaţia:

$$n^2\omega L_1 I_s = U_s\left[\sin\varphi_s + \sqrt{\left(\frac{U_1}{U_s}\right)^2 + \sin^2\varphi_s - 1}\right]. \tag{18}$$

Se mai vede că în cazul cînd C cade peste O, U_a devine zero şi deci $\alpha = \infty$. Trebuie prin urmare să avem:

$$n > \frac{U_s - U_{1\,min}}{U_{1\,min}}$$

din care obţinem aceeaşi condiţie ca şi în cazurile precedente.

$$U_{1\,min} > \frac{U_s}{n+1}. \tag{19}$$

La φ_s mare şi U_1 mic I poate creşte foarte mult.

La φ_s mic cresc mult atît $\overline{U}_a$ cît şi tensiunea $\overline{U}_w$ pe autotransformator. Valorile acestor tensiuni depind în bună măsură şi de valoarea termenului al doilea din membrul al doilea al relaţiei (15).

Pentru exemplificare luăm aceleaşi date ca în cazurile precedente. Valabilitatea mai generală a curbelor rezultă din (15) care poate fi scrisă:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_s - \frac{1}{n(n+1)X_1}\,\frac{U_s}{\dfrac{I_{sen}}{K}\cos\varphi_s} = \operatorname{tg}\varphi_s - \frac{KU_s}{n(n+1)\,m\cos\varphi_s}. \tag{20}$$

Se vede deci că pentru n, m şi φ_s constante, toţi curenţii cresc proporţional cu I_{sen}. Putem prin urmare să procedăm la fel ca în cazurile precedente, curbele fiind valabile pentru orice valoare a lui I_{sen}.

Triunghiul curenţilor se reduce la o dreaptă în cazul cînd $m\cos\varphi_s$ este mare, aşa fel încît să avem practic $\operatorname{tg}\varphi \cong \operatorname{tg}\varphi_s$, cînd remarca făcută în cazurile precedente este valabilă.

In fig. 10 este reprezentat cazul sarcinii constante.

In cazul sarcinii constante, pentru toate trei schemele, curbele trasate au valabilitate la un $\cos\varphi_s$ dat pentru ori ce valoare a curentului I_{sen}.

IV. CONCLUZII

Luînd cazul sarcinii variabile şi considerînd valorile acceptabile pentru practică $\alpha = 20$, $m = 2{,}5 \cdot 10^3$ putem întocmi graficul din fig. 11.

Considerînd şi pentru cazul sarcinii constante anumite valori pentru α şi m obţinem graficele din fig. 12.

Din fig. 11 se vede că pentru cazul unui domeniu larg de variaţie a sarcinii schema 1 *a* este superioară celorlalte. Nu este deci justificată procedura unor autori [2] [3] [4] [5] şi a unor întreprinderi care aleg în acest scop schema 1 *c*.

Din fig. 12 se vede că pentru cazul sarcinii constante în majoritatea cazurilor tot schema 1 *a* este favorabilă.

BIBLIOGRAFIE

1. N. T. Kobiakova şi V. A. Sartori, Moskovski ordena Lenina aviaţionîi institut. Trudî instituta. Vîpusk 85. 1957, p. 23.
2. F. A. Benson, M. S. Seaman, Electronic Engineering, 28 (1956), p. 260.
3. F. A. Benson, M. S. Seaman, Electronic Engineering, 29 (1957), p. 349.
4. F. W. Anderson, Comunication and Electronics, 23 (1956), p. 108.
5 G. Beszedics, Elektrotechnik und Maschinenbau, Wien, 73 (1956), nr. 17 (1 sept.), p. 415.

L'ANALYSE DES SCHÈMMAS DE STABILISATIONS DE TENSION À AMPLIFICATEURS MAGNÉTIQUES

(RESUMÉ)

On indique les méhtodes de calcul pour les 3 schèmmas de l'organ d'execution à amplificateur magnétique utilisés aux stabilisateurs de tension à réglage automatique.

Pour le 3-ème schème à fonctionnement très complexe on a trouvé une méthode de calcul originale et simple.

On fait l'analyse de ces 3 schèmes.

En les comparant on constate que le meilleur d'entre eux est le premier et non pas le 3-ème qui est d'ailleurs employé très souvent sans justification.

АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ СХЕМ СТАБИЛИЗАТОРОВ НАПРЯЖЕНИЯ С МАГНИТНЫМИ УСИЛИТЕЛЯМИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе даются методы расчета для трех схем исполнительного органа с магнитным усилителем, употребляемым в стабилизаторах напряжения с автоматической регулировкой. Для третей схемы с более сложным действием, найден простой и оригинальный метод расчета.

Производится анализ указанных трех схем и из сравнения их между собою устанавливается, что самой выгодной схемой является первая из них а не третяя, без всякого оправдания применяемая во многих случаях.

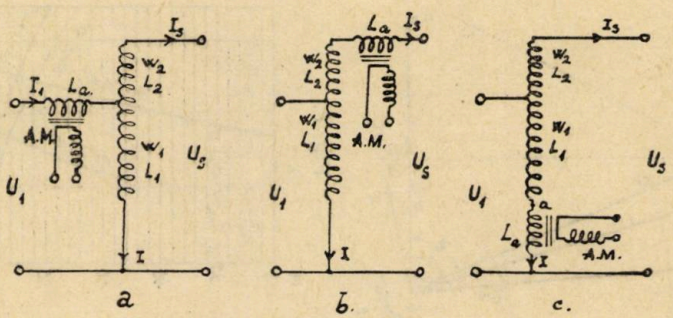


Fig. 1.

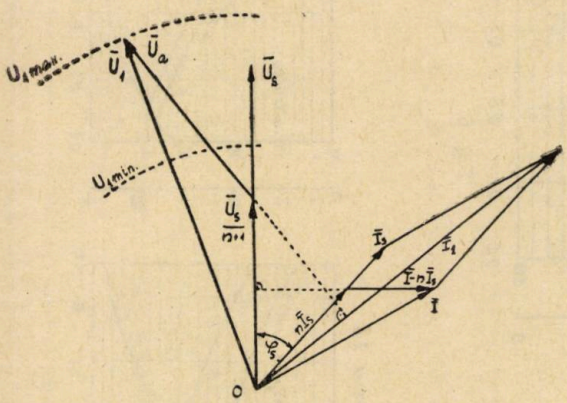


Fig. 2.

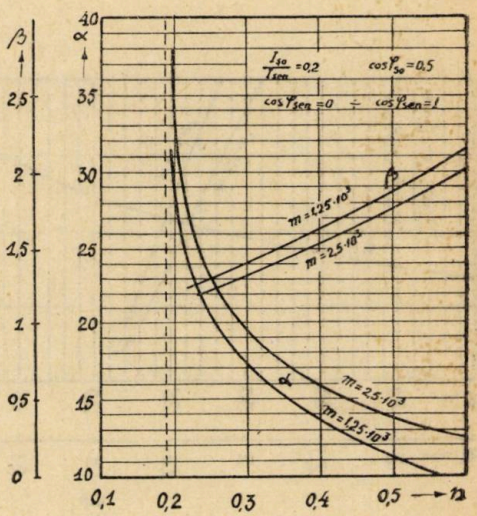


Fig. 3.

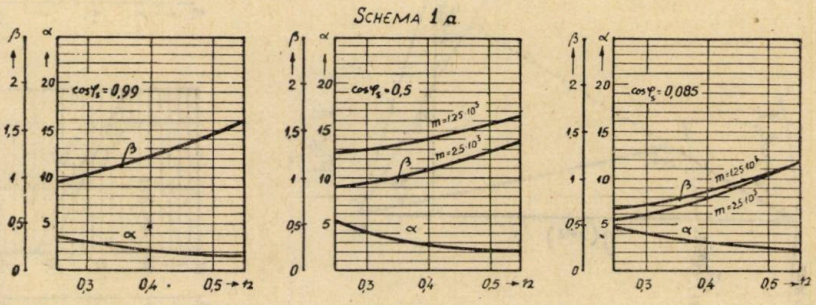


Fig. 4.

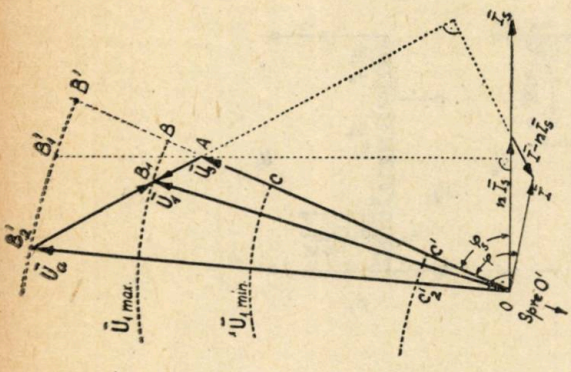


Fig. 5.

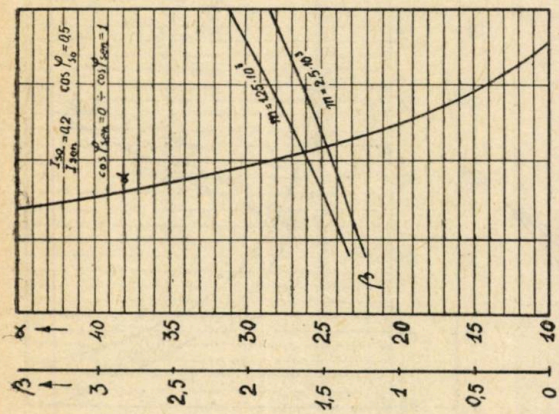


Fig. 6.

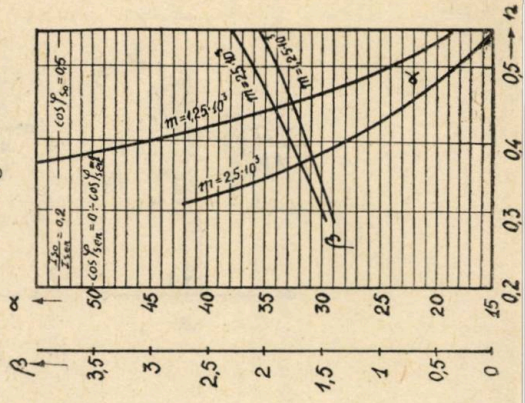


Fig. 8.

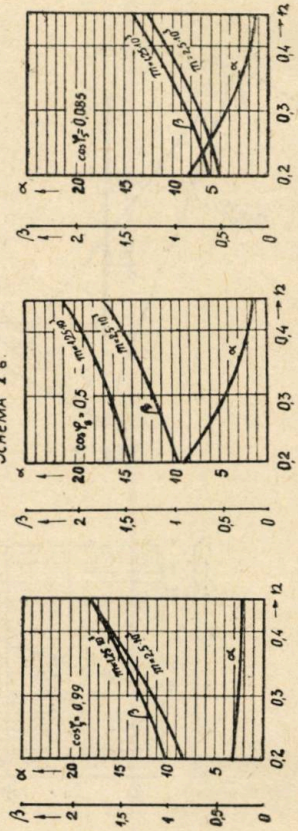


Fig. 7.

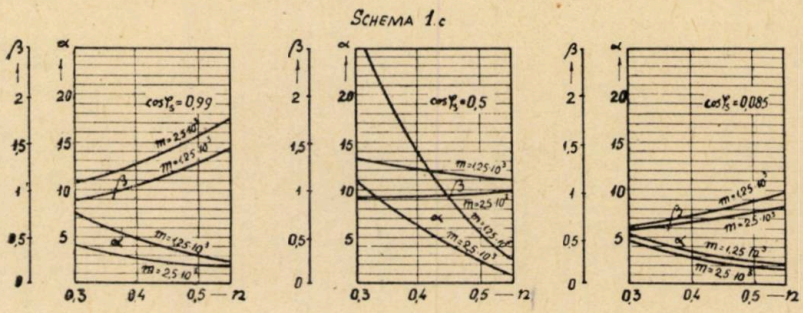


Fig. 10.

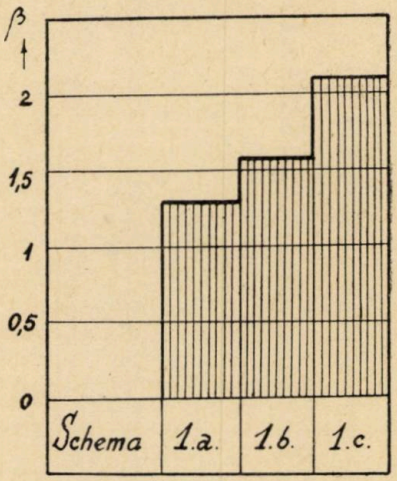


Fig. 11.

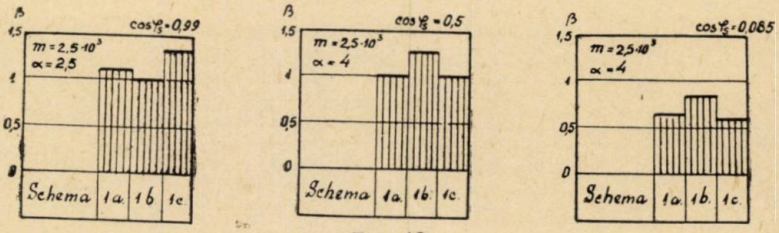


Fig. 12.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

MAGNETIZAREA TRANSVERSALĂ COMPLETĂ A MIEZURILOR FEROMAGNETICE

DE

ADAM SEMLYEN şi EUGEN POP

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Magnetizarea transversală înseamnă o magnetizare suplimentară, perpendiculară pe direcţia magnetizării de bază, considerată longitudinală. Ea a fost realizată pe modelele de încercare [1, 2, 3] numai pe o parte a circuitelor magnetice, pe partea comună şi prin urmare curenţii totali de magnetizare nu au fost proporţionali cu intensitatea cîmpului magnetic din porţiunea cu magnetizare transversală.

Astfel, Barschi [1] a efectuat încercările pe un miez ca cel din figura 1. Aici L indică miezul cu flux longitudinal, T miezul cu flux transversal, LT partea comună. Tot Barschi mai indică posibilitatea magnetizării transversale a unui miez inelar L, prin introducerea acestuia între polii unui electromagnet care dă fluxul transversal T. Acesta din urmă ar trebui să aibă dimensiuni foarte mari şi nu a mai fost realizat. De altfel şi în acest caz, magnetizarea este incompletă, numai torul fiind magnetizat în ambele direcţii.

Modelul experimental folosit de Bojin şi Gîrlaşu [2] de asemenea nu realizează magnetizarea transversală decît pe partea centrală a miezului (fig. 2).

Bozzorth [3] citează încercările lui Sugiura şi Webb [4], care au fost efectuate cu un miez cilindric, magnetizat longitudinal în direcţie axială şi avînd un canal central pentru trecerea curentului de magnetizare transversală. În acest caz fluxul longitudinal axial se închide prin aer şi de aceea curentul de magnetizare total este mare.

Noi am realizat magnetizarea transversală completă a unui miez inelar prin introducerea unei înfăşurări de magnetizare transversală într-un canal circular. Schema de principiu este reprezentată în fig. 3, iar modul de realizare din tablă de transformator, în fig. 4. Dintre numeroasele posi-

bilităţi de realizare, s-a ales acea din fig. 4, pentru primul model de încercare, ca fiind cea mai simplă. În schimb fluxul transversal, dacă este alternativ produce curenţi turbionari într-o parte a tolelor, iar dacă are

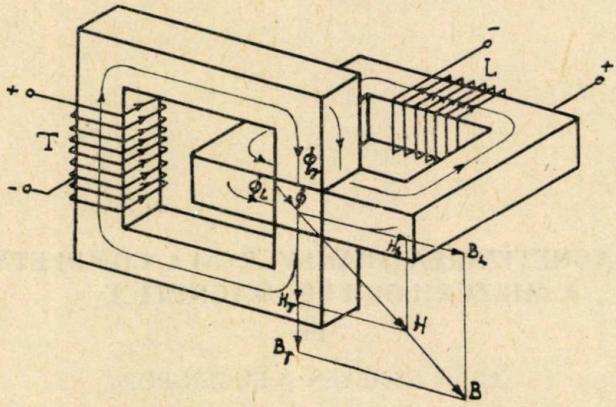


Fig. 1. Magnetizarea transversală după Barschi.

valoare mică astfel încît nu apare saturarea miezului, repartizarea acestui flux pe tole este neuniformă. De asemenea fluxul transversal are de stră-

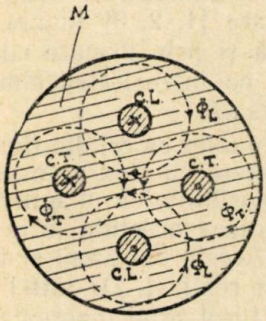


Fig. 2. Magnetizarea transversală după Bojin şi Gîrlaşu: M – miez cilindric; CL şi CT – canale pentru bobina magnetizării longitudinale respectiv transversale; Φ_L – flux longitudinal; Φ_T – flux transversal.

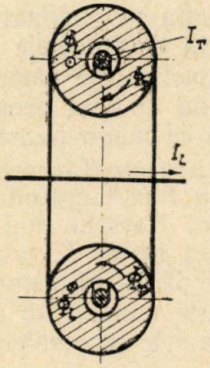


Fig. 3. Magnetizarea transversală completă a unui tor: I_L – curentul de magnetizare longitudinal; I_T – curentul de magnetizare transversal; Φ_L – flux longitudinal; Φ_T – flux transversal.

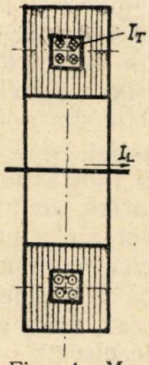


Fig. 4. Modelul de încercare construit din tole: I_L şi I_T – curenţi de magnetizare.

bătut un întrefier total relativ mare. Din această cauză, pentru prezentarea fenomenelor ce au loc la inducţii mici se va folosi un miez feromag-

netic, care să nu prezinte particularitățile negative ale construcției din fig. 4.

Din examinarea schemei din fig. 3 se observă că cele două fluxuri înlănțuie numai înfășurarea proprie, adică între înfășurări nu există cuplaj magnetic. Încercarea a confirmat cu precizie acest lucru. Prin urmare schema dă posibilitatea modificării reactanței unei bobine, fără ca în bobina de comandă să apară tensiuni induse. La amplificatoare magnetice la transformatoare de curent continuu sau la transformatoare de curent alternativ compensate se folosesc două unități cu bobinele montate în opoziție. Totuși apar armonice, care nu se anulează reciproc.

Intensitatea cîmpului rezultant este : $H=\sqrt{H_L^2+H_T^2}$. Considerînd H_L mic în raport cu cîmpul auxiliar H_T se obține :

$$H \cong H_T \left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{H_L}{H_T}\right)^2\right]. \tag{1}$$

Dacă cele două cîmpuri ar fi fost paralele am fi avut :

$$H=H_L+H_T=H_T\left(1+\frac{H_L}{H_T}\right). \tag{2}$$

Astfel dacă $-0{,}1<\frac{H_L}{H_T}<0{,}1$, relația (1) va da pentru cîmpuri perpendiculare :

$$H=(1\ldots 1{,}005)\,H_T,$$

iar relația (2) pentru cîmpuri paralele :

$$H=(0{,}9\ldots 1{,}1)\,H_T.$$

Prin urmare la magnetizarea transversală completă H și deci și μ variază la variația lui H_L în măsură mult mai mică decît în cazul magnetizării suplimentare longitudinale obișnuite. Așa dar fenomenele deformante, de distorsiune, după direcția longitudinală, vor fi practic eliminate. În curent alternativ, reactanța bobinei longitudinale (în ipoteza $H_L \ll H_T$) va depinde numai de valoarea lui H_T. Astfel, chiar la curenți I_L mici, reactanța va putea avea valoarea maximă, corespunzătoare permeabilității maxime, așa cum se urmărește la transformatoarele de curent.

Încercările experimentale au confirmat influența fluxului transversal asupra reactanței longitudinale prin saturarea miezului feromagnetic.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Z. Barschi, Prodolno-poperecinoe namagnicivanie i evo proiavlenie v electriceschih mașinah. Elektricestvo, 1952, nr. 12, p. 22—28.
2. S. Bojin și S. Gîrlașu, Lucrare comunicată în sesiunea de comunicări a Bazei Academiei R.P.R., Timișoara, ianuarie, 1958.
3. R. Bozzorth, Ferromagnetism, Van Nostrand, 1951, Toronto-New York-London, p. 443—445.
4. I. S. Webb, Variation in the Longitudinal Incremental Permeability due to a Superimposed Circular Field. Nature, 142 (1938), p. 795.

L'AIMANTATION TRANSVERSALE COMPLÈTE DU NOYAU DE FER

(RESUMÉ)

On présente une méthode pour réaliser l'aimantation transversale complète d'un noyau de fer en indiquant les particularités de cette méthode par rapport à l'aimantation supplémentaire habituelle utilisée aux transformateurs de courant et amplificateurs magnétiques.

ПОЛНОЕ ПОПЕРЕЧНОЕ НАМАГНИЧИВАНИЕ ФЕРРОМАГНИТНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе дается способ осуществления полного поперечного намагничивания ферромагнитного сердечника и указываются особенности этого намагничивания по сравнению с обычным дополнительним намагничиванием используемом в трансформаторах тока и в магнитных усилителях.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

SIMETRIZAREA CONVERTIZORULUI TRI-MONOFAZAT, PRIN CUPLAJ TRANSFORMATORIC

DE

TOMA DORDEA, VINTILĂ CHIOREANU, GHEORGHE ATANASIU
şi ION ŞORA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. INTRODUCERE

In lucrarea precedentă [2] s-a arătat principiul de funcţionare al convertizorului asincron tri-monofazat, utilizat în scop de sudare cu arc electric, precum şi metoda utilizată la studiul acestei maşini. Studiul ei a fost făcut în ipoteza că maşina este alimentată pe partea trifazată, cu tensiuni simetrice, stabilindu-se expresiile mărimilor electrice care interesează (curenţi şi tensiuni din înfăşurările maşinii) în funcţiune de parametrii maşinii, de cuplul de la arborele ei şi de impedanţa de sarcină din înfăşurarea monofazată.

In vederea posibilităţii de îmbunătăţire a funcţionării maşinei este necesar ca studiul să se facă dintr-un punct de vedere mai general decît în [2]. Se admite că maşina este alimentată pe partea primară (trifazată) cu un sistem de tensiuni nesimetrice, iar repartizarea înfăşurării monofazate este astfel, încît sistemul trifazat de înfăşurări, echivalent acestuia, din care se consideră numai două faze, face un unghi α, măsurat electric, cu înfăşurarea primară.

2. STUDIUL GENERAL AL MAŞINII

Schema de principiu a maşinii este dată în fig. 1, unde:

$A_1B_1C_1$ reprezintă înfăşurarea primară trifazată, conectată în stea sau triunghi;

$A_2B_2C_2$ — înfăşurarea secundară trifazată echivalentă celei monofazate realizată prin considerarea numai a fazelor A_2 şi B_2;

$2R$ şi $2L$ — parametrii consumatorului monofazat;

$A_3B_3C_3$ — înfăşurarea rotorică în scurtcircuit.

Infăşurările $A_1B_1C_1$ şi $A_2B_2C_2$ sînt plasate în stator.

In fig. 1 înfăşurarea secundară $A_2B_2C_2$ este reprezentată ca şi cînd înfăşurările *1* şi *2* ar avea axele suprapuse, cuplajul între ele făcîndu-se prin intermediul cîmpului magnetic învîrtitor şi prin intermediul unui cîmp pulsator care înlănţuieşte numai două cîte două faze [2].

In general, înfăşurările pot fi plasate în stator astfel, ca axele lor să facă un unghi α, pe care-l considerăm măsurat electric, aşa cum indică fig. 2.

Descompunem cîmpul magnetic al maşinii ca şi în [2] în componentele:

— partea care înlănţuieşte toate înfăşurările, caracterizată prin reactanţa X_m şi induce tensiunile U_{e1}, U_{e2} şi U_{e3}.

— partea ce înlănţuieşte numai două cîte două din cele trei înfăşurări caracterizată numai prin reactanţele X_{12}, X_{23}, X_{31}, circuitul magnetic fiind presupus nesaturat,

— partea care înlănţuieşte numai cîte o înfăşurare (cîmp de dispersie) caracterizată prin reactanţele X_1, X_2 şi X_3.

Toate reactanţele sînt considerate la frecvenţa statorică.

Pentru cazul că $\alpha=0$, schema în T a maşinii, pentru regim simetric este cea reprezentată în fig. 3.

In fig. 3, R_1, R_2 şi R_3 reprezintă rezistenţele pe fază ale celor trei înfăşurări, iar R_m, rezistenţa circuitului de magnetizare.

Infăşurările sînt de tipul celor obişnuite de curent alternativ, prin urmare fiecare fază este extinsă pe 1/3 din pasul polar.

Dacă înfăşurarea secundară este rotită cu unghiul α faţă de cea primară, în acest caz va exista cuplaj prin cîmp de categoria doua între faze diferite spre exemplu faza secundară A_2 este cuplată cu fazele primare A_1 şi C_1' (A', B', C' reprezentînd laturile de întors ale fazelor respective) şi anume: pe distanţa $\frac{\alpha}{\pi}\tau$ A_2 este cuplată cu C_1', iar pe distanţa $\frac{\tau}{3}\left(1-\frac{3\alpha}{\pi}\right)$ este cuplată cu faza A_1 etc. În consecinţă reactanţele de cuplare vor fi: pentru fazele A_2 şi $A_1X_{12}\left(1-\frac{3\alpha}{\pi}\right)$ iar pentru fazele A_2 şi C_1', $X_{12}\cdot\frac{3\alpha}{\pi}$. Pentru cazul $\alpha=0$ se obţine situaţia studiată în [2].

Studiul îl facem tot prin intermediul componentelor simetrice. Maşina se alimentează pe partea primară cu tensiunea nesimetrică $\bar{U}_A=\bar{U}_{1'}+\bar{U}_{1''}$.

Cu ajutorul fig. 3 şi 4 se pot scrie relaţiile dintre curenţi şi tensiuni pentru cele două succesiuni. Mărimile reduse la primar se notează cu (′). Indicii cu (′) şi (″) indică mărimile pentru succesiunea directă respectiv inversă.

Pentru succesiunea directă avem, cu $a=e^{j\frac{2\pi}{3}}$

$$\bar{U}_{1'}=-\bar{U}_{e1'}+[\bar{Z}_1+j(X_{12}'+X_{13}')]\bar{I}_{1'}+jX_{12}'\left(1+\frac{3a\alpha}{\pi}\right)\bar{I}_{2'}'+jX_{13}'\bar{I}_{3'}' \quad (1)$$

$$\bar{U}_{e1'}\cdot\bar{e}^{j\alpha}=\bar{U}_{2'}'+jX_{12}'\left(1+\frac{3a^2\alpha}{\pi}\right)\bar{I}_{1'}+[\bar{Z}_2'+j(X_{12}'+X_{23}')]\bar{I}_{2'}'+jX_{23}'\left(1+\frac{3a^2\alpha}{\pi}\right)\bar{I}_{3'}' \quad (2)$$

$$\bar{U}_{e1'} = jX'_{13}\bar{I}_{1'} + jX'_{23}\left(1 + \frac{3a^2\alpha}{\pi}\right)\bar{I}'_{2'} + [\bar{Z}'_{3'} + j(X'_{13} + X'_{23})]\,\bar{I}'_{3'} \tag{3}$$

$$\bar{I}_{0'} = \bar{I}_{1'} + \bar{I}'_{2'}e^{j\alpha} + \bar{I}'_{3'} \tag{4}$$

$$-\bar{U}_{e1'} = \bar{I}_{0'}\bar{Z}_m. \tag{5}$$

Pentru succesiunea inversă avem:

$$\bar{U}_{1''} = -\bar{U}_{e1''} + [\bar{Z}_1 + j(X'_{12} + X'_{13})]\,\bar{I}_{1''} + jX'_{12}\left(1 + \frac{3a^2\alpha}{\pi}\right)\bar{I}'_{2''} + jX'_{13}\bar{I}'_{3''} \tag{6}$$

$$\bar{U}_{e1''}e^{j\alpha} = \bar{U}'_{2''} + jX'_{12}\left(1 + \frac{3a\alpha}{\pi}\right)\bar{I}_{1''} + [\bar{Z}'_2 + j(X'_{12} + X'_{23})]\,\bar{I}'_{2''} + jX'_{23}\left(1 + \frac{3a\alpha}{\pi}\right)\bar{I}'_{3''} \tag{7}$$

$$\bar{I}_{0''} = \bar{I}_{1''} + \bar{I}'_{2''}e^{-j\alpha} + \bar{I}'_{3''} \tag{9}$$

$$-\bar{U}_{e1''} = \bar{I}_{0''}\bar{Z}_m \tag{10}$$

$$\bar{U}_{e1''} = jX'_{13}\bar{I}_{1''} + jX'_{23}\left(1 + \frac{3a^2\alpha}{\pi}\right)\bar{I}'_{2''} + [\bar{Z}'_{3''} + j(X'_{13} + X'_{23})]\,\bar{I}'_{3''}. \tag{8}$$

Pentru circuitul de utilizare avem:

$$\bar{U}'_{2'} + \bar{U}'_{2''} - a^2\bar{U}'_{2'} - a\bar{U}'_{2''} = 2\bar{Z}'(\bar{I}'_{2'} + \bar{I}'_{2''}) \tag{11}$$

Pentru faza C_2 avem:

$$\bar{I}'_{2'} + a\bar{I}'_{2''} = 0. \tag{12}$$

Relaţia cuplurilor de la arborele-maşinii, notînd cu s alunecarea faţă de succesiunea directă, este:

$$M = \frac{mp}{\omega_1}R'_3\left(\frac{I'^3_{3'}}{s} - \frac{I'^2_{3''}}{2-s}\right) \tag{13}$$

In aceste relaţii s-a pus pentru prescurtare

$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1$

$\bar{Z}'_2 = R'_2 + jX'_2$

$\bar{Z}'_{3'} = R'_{3/s} + jX'_3$

$\bar{Z}'_{3''} = R'_{3/(2-s)} + jX'_3$

$\bar{Z}_m = R_m + jX_m$.

$m = 3$ numărul de faze

p, numărul perechilor de poli

$\omega_1 = 2\pi f$, pulsaţia tensiunii de alimentare.

Necunoscutele sînt $I_{1'}$; $I_{1''}$; $I_{2'}$; $I_{2''}$; $I_{3'}$; $I_{3''}$; $I_{0'}$; $I_{0''}$; $U_{e1'}$; $U_{e1''}$; $U_{2'}$; $U_{2''}$; şi s.

In felul acesta toţi parametrii maşinei, cu ajutorul fig. 3 sînt identificaţi

Rezolvînd aceste 13 ecuaţii cu cele 13 necunoscute se obţin mărimile căutate. Pentru curenţi din cele trei circuite se obţine (Anexa I)

$$\bar{I}_{1'}=\frac{1}{\bar{D}\bar{Z}_{e'}}\left[(\bar{B}'\bar{C}'+\bar{D})\,\bar{U}_{1'}-a\bar{B}'\bar{C}''\,\bar{U}_{1''}\right] \tag{14}$$

$$\bar{I}_{1''}=\frac{1}{\bar{D}\bar{Z}_{e''}}\left[(\bar{B}''\bar{C}''+\bar{D})\,\bar{U}_{1''}-a^2\bar{B}''\bar{C}'\bar{U}_{1'}\right] \tag{15}$$

$$\bar{I}'_{2'}=\frac{1}{\bar{D}}\left(-\bar{C}'\bar{U}_{1'}+a\bar{C}''\bar{U}_{1''}\right) \tag{16}$$

$$\bar{I}''_{2''}=\frac{1}{\bar{D}}\left(a^2\bar{C}'\bar{U}_{1'}-\bar{C}''\bar{U}_{1''}\right) \tag{17}$$

$$\bar{I}'_{2}=\frac{a-1}{\bar{D}}\left(-a^2\bar{C}'\bar{U}_{1'}+\bar{C}''\bar{U}_{1''}\right) \tag{18}$$

$$\bar{I}'_{3'}=\frac{1}{\bar{A}'\cdot\bar{D}\cdot\bar{Z}_{e'}}\left\{\left[\bar{C}'\bar{Z}_{e'}\left(\bar{Z}_m\cdot e^{ja}+jX'_{23}\bar{b}'\right)-\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)\left(\bar{B}'\bar{C}'+\bar{D}\right)\right]\bar{U}_{1'}-\right.$$
$$\left.-a\bar{C}''\left[\bar{Z}_{e'}\left(\bar{Z}_m e^{ja}+jX'_{23}\bar{b}'\right)-\bar{B}'\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)\right]\bar{U}_{1''}\right\} \tag{19}$$

$$\bar{I}'_{3''}=\frac{1}{\bar{A}''\bar{D}\,\bar{Z}_{e''}}\left\{\left[\bar{C}''\bar{Z}_{e''}\left(\bar{Z}_m e^{-ja}+jX'_{23}\bar{b}''\right)-\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)\left(\bar{B}''\bar{C}''+\bar{D}'\right)\right]\bar{U}_{1''}-\right.$$
$$\left.-a^2\bar{C}'\left[\bar{Z}_{e''}\left(\bar{Z}_m e^{-ja}+jX'_{23}\bar{b}''\right)-\bar{B}''\left(\bar{Z}_m+j\bar{X}'_{13}\right)\right]\bar{U}_{1'}\right\} \tag{20}$$

unde:

$$\bar{A}'=\bar{Z}_m+\bar{Z}'_{3'}+j\left(X'_{13}+X'_{23}\right)$$

$$\bar{B}'=jX'_{12}\bar{b}'+\frac{1}{\bar{A}'}\left[\bar{Z}_m\cdot e^{ja}\left(\bar{Z}'_{3'}+jX'_{23}\right)-jX'_{23}b'\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)\right]$$

$$\bar{Z}_{e'}=\bar{Z}_1+jX'_{12}+\frac{1}{\bar{A}'}\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)\left(\bar{Z}'_{3'}+jX'_{23}\right)$$

$$\bar{C}'=\frac{1}{\bar{A}'\bar{Z}_{e'}}\left[\bar{Z}_m e^{-ja}\left(\bar{Z}'_{3'}+jX'_{23}\right)-jX'_{23}\bar{b}''\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)+jX'_{12}\bar{b}''\bar{A}'\right]$$

$$\bar{D}'=\bar{Z}'_2+j\left(X'_{12}+X'_{23}\right)+\frac{1}{\bar{A}'\bar{Z}_{e'}}\left\{\bar{Z}_m\bar{Z}_{e'}\left[\bar{Z}'_{3'}+jX'_{13}+jX'_{23}\left(1-\bar{b}'e^{-ja}\right)\right]-\right.$$
$$-jX'_{23}\bar{b}''\bar{Z}_{e'}\left(\bar{Z}_m\cdot e^{ja}+jX'_{23}\bar{b}'\right)-\bar{B}'\left[\bar{Z}_m\left(\bar{Z}'_{3'}+jX'_{23}\right)-jX'_{23}\bar{b}''\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)+\right.$$
$$\left.\left.+jX'_{12}\bar{b}''\bar{A}'\right]\right\}$$

$$\bar{A}''=\bar{Z}_m+\bar{Z}'_{3''}+j\left(X'_{13}+X'_{23}\right) \tag{21}$$

$$\bar{B}''=jX'_{12}\bar{b}''+\frac{1}{\bar{A}''}\left(\bar{Z}_m+jX'_{13}\right)\left(\bar{Z}'_{3''}+jX'_{23}\right)$$

$$\bar{Z}_{e''}=\bar{Z}_1+jX'_{12}+\frac{1}{\bar{A}''}(\bar{Z}_m+jX'_{13})(\bar{Z}_{3''}+jX'_{23})$$

$$\bar{C}''=\frac{1}{\bar{A}''\bar{Z}_{e''}}[\bar{Z}_m e^{j\alpha}(\bar{Z}'_{3''}+jX'_{23})-jX'_{23}\bar{b}'(\bar{Z}_m+jX'_{13})+jX'_{12}\bar{b}'\bar{A}'']$$

$$\bar{D}''=\bar{Z}'_2+j(X_{12}+X'_{23})+\frac{1}{\bar{A}''\bar{Z}_{e''}}\{\bar{Z}_m Z_{e''}[\bar{Z}'_{3''}+jX'_{13}+jX'_{23}(1-\bar{b}''\cdot e^{j\alpha})]-$$

$$-jX'_{23}\bar{b}'\bar{Z}_{e''}(\bar{Z}_m e^{-j\alpha}+jX'_{23}\bar{b}'')-\bar{B}''[\bar{Z}_m(\bar{Z}'_{3''}+jX'_{23})-jX'_{23}\cdot\bar{b}'(\bar{Z}_m+jX'_{13})+$$

$$+jX'_{12}\bar{b}'\bar{A}'']\}$$

$$\bar{D}=\bar{D}'+\bar{D}''+2\bar{Z}'\,;\quad \bar{b}'=1+\frac{3a\alpha}{\pi}\,;\quad \bar{b}''=1+\frac{3a^2\alpha}{\pi}\,.$$

Cu aceasta gradul de nesimetrie $\bar{\xi}$, cu care funcţionează maşina devine:

$$\bar{\xi}=\frac{\bar{I}_{1''}}{\bar{I}_{1'}}=\frac{\bar{Z}_{e'}}{\bar{Z}_{e''}}\cdot\frac{(\bar{B}''\bar{C}''+\bar{D})\,\bar{U}_{1''}-a^2\bar{B}''\bar{C}'\bar{U}_{1'}}{(\bar{B}'\bar{C}'+\bar{D})\,\bar{U}_{1'}-a\bar{B}'\bar{C}''\bar{U}_{1''}}\,. \tag{22}$$

Sub această formă expresia lui ξ este mult mai importantă decît sub formele prezentate în [2], deoarece este generală putîndu-se trage concluzii utile atît pentru calculul maşinii, cît şi pentru îmbunătăţirea proprietăţilor ei, în special acţiunea de simetrizare.

De asemenea relaţiile prezentate sînt valabile şi pentru cazul motorului asincron alimentat în regim nesimetric, fiind suficient să facem $\bar{Z}'=\infty$. Relaţiile stabilite permit ca să se determine orice mărime care interesează. Se vede simplu că pentru ca maşina să funcţioneze simetric, trebuie ca $\bar{I}_{1''}=0$, deci

$$(\bar{B}''\bar{C}''+\bar{D})\cdot\bar{U}_{1''}=\bar{B}''\cdot\bar{C}'\cdot\bar{U}_{1'}\cdot a^2 \tag{23}$$

adică maşina trebuie alimentată cu tensiuni primare nesimetrice, astfel încît relaţia (23) să fie satisfăcută.

Nesimetria tensiunilor primare depinde de sarcină prin intermediul lui $\bar{D}$. De asemenea depinde şi de alunecarea s cu care funcţionează maşina.

Sînt posibile următoarele metode de crearea nesimetriei în primar:

a°. Introducerea în una din fazele reţelei de alimentare a unei tensiuni electromotoare suplimentare, obţinută spre exemplu de la un transformator alimentat de la aceeaşi reţea ca şi maşina dată. (Se poate acţiona pe mai multe faze).

b°. Introducerea unei impedanţe potrivite pe una sau pe mai multe faze ale reţelei de alimentare.

c°. Cuplarea transformatorică a unei faze primare (sau mai multe) cu circuitul monofazat.

Cazul c° este de altfel un caz particular al cazului a°, tensiunea electromotoare suplimentară fiind obţinută prin intermediul unui transformator alimentat de către circuitul monofazat al convertizorului. Considerăm acest ultim caz.

3. SIMETRIZARE PRIN CUPLAJ TRANSFORMATORIC

De astădată prin Z trebuie înţeles altceva decît o impedanţă simplă. Ea reprezintă o impedanţă echivalentă, pe care o notăm cu Z_e, care ţine cont şi de cuplajul transformatoric dintre partea primară şi cea secundară. De aceea, în cele ce urmează, relaţia de definiţie a lui $\bar{D}$ din (21) devine $\bar{D}=\bar{D}'+\bar{D}''+2\bar{Z}_e'$. Păstrăm mai departe pe Z ca reprezentînd impedanţa de utilizare. Problema se reduce în acest fel la a determina expresia lui D astfel încît să se poată utiliza relaţiile (14)~(22). Acest lucru este posibil după cum urmează.

Considerăm cazul că se cuplează transformatoric o singură fază primară cu circuitul secundar. Sînt trei posibilităţi de cuplare, pe cele trei faze, cum se vede în fig. 5. Presupunem conexiunea în triunghi. Pentru conexiunea stea problema se tratează la fel.

Fie:

$\bar{U}_0$, tensiunea la bornele transformatorului conectat în serie cu reţeaua; $\bar{U}$, $a^2\bar{U}$ şi $a\bar{U}$, tensiunile simetrice ale reţelei, iar $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$ şi $\bar{U}_C$ tensiunile de la bornele convertizorului.

$\bar{I}_A$, $\bar{I}_B$, $\bar{I}_C$, curenţii de fază primari ai convertizorului.

$\bar{I}_{\mathrm{I}}$, $\bar{I}_{\mathrm{II}}$ şi $\bar{I}_{\mathrm{III}}$, curenţii de linie primari.

Schema de cuplare a părţii trifazate şi a celei monofazate este indicată în fig. 6, unde T este transformatorul de cuplaj.

Transformatorul T îl considerăm reprezentat prin schema echivalentă cu secundarul redus la primar, parametrii lui fiind Z_{1T}, Z_{mT} şi Z'_{2T}.

Sensurile pozitive pentru curenţi şi tensiuni sînt alese independent de felul de cuplare al transformatorului între cele două părţi. Din această cauză, la acelaşi sens pozitiv al curenţilor de pe partea primară, pentru transformator şi convertizor, pe partea secundară putem avea două cazuri: cînd sensul pozitiv al lui I_2 este acelaşi cu al lui I_{2T} şi cazul cînd diferă. Aceste două cazuri pot fi tratate unitar, după cum se va vedea.

Dacă $k=\frac{W_1k_{B1}}{W_2k_{B2}}$, este raportul de transformare al curenţilor pentru cele două înfăşurări statorice ale convertizorului, iar $k_T=\frac{W_{1T}}{W_{2T}}$, este raportul de transformare al transformatorului T, I'_2 fiind curentul secundar al convertizorului redus la primar, atunci curentul secundar (monofazat) este $I_2=I'_2k$ şi deci cele două cazuri se scriu sub forma:

$$\bar{I}_{2T}=\pm\bar{I}'_2k.$$

Reducînd curentul I_{2T} la primarul transformatorului T sub forma $\bar{I}'_{2T}=\frac{\bar{I}_{2T}}{k_T}$ şi notînd cu

$$k_1=\pm\frac{k}{k_T} \tag{24}$$

relaţia curenţilor devine:

$$\bar{I}'_{2T} = k_1 \bar{I}'_2 . \tag{25}$$

In acest caz, din fig. 7, se obţine relaţia dintre curenţi şi tensiuni pentru transformatorul T sub forma:

$$\bar{U}_0 = \bar{I}_{1T}(\bar{Z}_{1T} + \bar{Z}_{mT}) + \bar{I}'_{2T}\bar{Z}_{mT} \tag{26}$$

unde I_{1T}, poate fi egal cu I_{I}, I_{II} sau I_{III}, după faza primară cuplată transformatoric cu secundarul convertizorului.

In această situaţie (anexa II) componentele simetrice, în funcţiune de $\bar{U}_0$, de la bornele A_1, B_1 şi C_1 ale convertizorului, sînt:

$$\begin{aligned}
&\text{(I)} && \bar{U}_{1'} = \bar{U} + \frac{a-1}{3}\bar{U}_0 ; && \bar{U}_{1''} = \frac{a^2-1}{3}\bar{U}_0 \\
&\text{(II)} && \bar{U}_{1'} = \bar{U} + \frac{1-a^2}{3}\bar{U}_0 ; && \bar{U}_{1''} = \frac{1-a}{3}\bar{U}_0 \\
&\text{(III)} && \bar{U}_{1'} = \bar{U} + \frac{a^2-a}{3}\bar{U}_0 ; && \bar{U}_{1''} = \frac{a-a^2}{3}\bar{U}_0 .
\end{aligned} \tag{27}$$

Cele trei cazuri posibile sînt reprezentate cu cifrele romane în paranteze. Punînd:

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{1'} + \bar{I}_{1''} \tag{28}$$

corespunzător figurei 5 avem:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{\mathrm{I}} &= \bar{I}_A - \bar{I}_B = (1-a^2)\bar{I}_{1'} + (1-a)\bar{I}_{1''} = (1-a^2)(\bar{I}_{1'} - a\bar{I}_{1''}) \\
\bar{I}_{\mathrm{II}} &= \bar{I}_C - \bar{I}_A = (a-1)\bar{I}_{1'} + (a^2-1)\bar{I}_{1''} = (a-1)(\bar{I}_{1'} - a^2\bar{I}_{1''}) \\
\bar{I}_{\mathrm{III}} &= \bar{I}_B - \bar{I}_C = (a^2-a)\bar{I}_{1'} + (a-a^2)\bar{I}_{1''} = (a^2-a)(\bar{I}_{1'} - \bar{I}_{1''}).
\end{aligned} \tag{29}$$

In cazul I, cînd $\bar{I}_{1T} = \bar{I}_{\mathrm{I}}$, înlocuind din (27) pe $\bar{U}_{1'}$ şi $\bar{U}_{1''}$ în (14) şi (15), obţinem pe $I_{1'}$ şi $I_{1''}$ în funcţie de U_0, pe care înlocuindu-i în (26) se obţine o relaţie, din care se determină U_0. Notînd pentru simplificare

$$\bar{C}_{1T} = \frac{\bar{Z}_{1T} + \bar{Z}_{mT}}{\bar{Z}_{mT}} \tag{30}$$

se obţine U_0 pentru cele trei cazuri

$$\begin{aligned}
&\text{(I)} \quad \bar{U}_0 = (1-a^2)\frac{\dfrac{\bar{B}'\bar{C}'+\bar{D}}{\bar{Z}_{e'}} + \dfrac{\bar{B}''\bar{C}'}{\bar{Z}_{e''}} - \bar{C}'\dfrac{k_1}{\bar{C}_{1T}}}{\dfrac{\bar{D}}{\bar{C}_{1T}\bar{Z}_{mT}} + \dfrac{\bar{B}''\bar{C}''+\bar{B}''\bar{C}'+\bar{D}}{\bar{Z}_{e''}} + \dfrac{\bar{B}'\bar{C}'+\bar{B}'\bar{C}''+\bar{D}}{\bar{Z}_{e'}} - (\bar{C}'+\bar{C}'')\dfrac{k_1}{\bar{C}_{1T}}}\bar{U} \\
&\text{(II)} \quad \bar{U}_0 = (a-1)\frac{\dfrac{\bar{B}'\bar{C}'+\bar{D}}{\bar{Z}_{e'}} + \dfrac{a\bar{B}''\bar{C}'}{\bar{Z}_{e''}} - a^2\bar{C}'\dfrac{k_1}{\bar{C}_{1T}}}{\dfrac{\bar{D}}{\bar{C}_{1T}\bar{Z}_{mT}} + \dfrac{\bar{B}'\bar{C}'+a^2\bar{B}'\bar{C}''+\bar{D}}{\bar{Z}_{e'}} + \dfrac{\bar{B}''\bar{C}''+a\bar{B}''\bar{C}'+\bar{D}}{\bar{Z}_{e''}} - (a\bar{C}''+a^2\bar{C}')\dfrac{k_1}{\bar{C}_{1T}}}\cdot\bar{U}
\end{aligned} \tag{31}$$

$$\text{(III)}\quad \overline{U}_0=(a^2-a)\frac{\dfrac{\overline{B}'\overline{C}'+\overline{D}}{\overline{Z}_{e'}}+\dfrac{a^2\overline{B}''\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-a\overline{C}'\dfrac{k_1}{\overline{C}_{1T}}}{\dfrac{\overline{D}}{\overline{C}_{1T}\overline{Z}_{mT}}+\dfrac{\overline{B}'\overline{C}'+a\overline{B}'\overline{C}''+\overline{D}}{\overline{Z}_{e'}}+\dfrac{\overline{B}''\overline{C}''+a^2\overline{B}''\overline{C}'+\overline{D}}{\overline{Z}_{e''}}-(a\overline{C}'+a^2\overline{C}'')\dfrac{k_1}{\overline{C}_{1T}}}\cdot\overline{U}.$$

Cu aceste expresii se pot calcula componentele simetrice $U_{1'}$ şi $U_{1''}$ care interesează şi deci se poate determina regimul de funcţionare al maşinii.

Pentru determinarea completă a mărimilor, care ne interesează, este necesar să se mai precizeze valoarea lui $\overline{D}$.

Din fig. 6 avem:

$$\overline{U}_2=-\overline{U}_{2T}+2\overline{Z}\overline{I}_2$$

deci

$$\overline{Z}_e=\frac{1}{2}\frac{\overline{U}_2}{\overline{I}_2}=\overline{Z}-\frac{\overline{U}_{2T}}{2\overline{I}_2}.$$

Dar, privind transformatorul T (fig. 7), dinspre partea secundară, avem:

$$\overline{U}_{2T}=-\frac{1}{k_T}\left[\frac{\overline{U}_0}{\overline{C}_{1T}}+\left(\frac{\overline{Z}_{1T}}{\overline{C}_{1T}}+\overline{Z}'_{2T}\right)\frac{\overline{I}_{2T}}{k_T}\right]$$

şi deci

$$\overline{Z}'_e=\overline{Z}'-\frac{k^2\overline{U}_{2T}}{2\overline{I}_2}=\overline{Z}'+\frac{k_1}{2\overline{C}_{1T}}\cdot\frac{\overline{U}_0}{\overline{I}'_2}+k_1^2\cdot\frac{\overline{Z}_{eT}}{2}$$

unde $\overline{Z}_{eT}=\overline{Z}_{1T}+\dfrac{\overline{Z}'_{2T}\overline{Z}_{mT}}{\overline{Z}'_{2T}+\overline{Z}_{mT}}$, reprezintă impedanţa echivalentă a transformatorului T, privit dinspre partea primară.

Pentru cazul că se inversează bornele transformatorului (cele primare sau cele secudare) k_1 schimbă de semn.

Cu acestea relaţia de definiţie a lui $\overline{D}$ devine:

$$\overline{D}=\overline{D}'+\overline{D}''+2\overline{Z}'+k_1^2\overline{Z}_{eT}+\frac{k_1}{\overline{C}_{1T}}\cdot\frac{\overline{U}_0}{\overline{I}'_2} \tag{32}$$

de unde se obţine expresia lui $\dfrac{\overline{U}_0}{\overline{I}'_2}$.

Pe de altă parte, înlocuind pe (31) în (27), iar pe $\overline{U}_{1'}$ şi $\overline{U}_{1''}$ obţinuţi în (18) obţinem pe $\overline{I}'_2$, cu care împărţind pe (31) se obţine pe altă cale raportul $\dfrac{\overline{U}_0}{\overline{I}'_2}$. Egalîndu-l cu $\dfrac{\overline{U}_0}{\overline{I}'_2}$ dedus din (32) se obţine o relaţie din care se poate calcula $\overline{D}$.

Se obţine pentru cele trei cazuri:

$$\text{(I)}\quad \overline{D}=\frac{\overline{C}'\left(\dfrac{\overline{B}'}{\overline{Z}_{e'}}+\dfrac{\overline{B}''}{\overline{Z}_{e''}}-\dfrac{k_1}{\overline{C}_{1T}}\right)+(\overline{D}'+\overline{D}''+k_1\cdot\overline{Z}_{eT}+2\overline{Z}')\dfrac{\overline{C}_{1T}}{k_1}\left(\dfrac{\overline{C}''}{\overline{Z}_{e'}}-\dfrac{\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-\dfrac{\overline{C}'}{\overline{C}_{1T}\overline{Z}_{mT}}\right)}{\dfrac{\overline{C}_{1T}}{k_1}\left(\dfrac{\overline{C}''}{\overline{Z}_{e'}}-\dfrac{\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-\dfrac{\overline{C}'}{\overline{C}_{1T}\cdot\overline{Z}_{mT}}\right)-\dfrac{1}{\overline{Z}_{e'}}}$$

$$\text{(II)}\quad \overline{D}=\frac{\overline{C}'\left(\frac{\overline{B}'}{\overline{Z}_{e'}}+\frac{a\overline{B}''}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{a^2k_1}{\overline{C}_{1T}}\right)+\frac{\overline{C}_{1T}}{k_1}(\overline{D}'+\overline{D}''+k_1^2\overline{Z}_{eT}+2\overline{Z}')\left(\frac{a\overline{C}''}{\overline{Z}_{e'}}-\frac{a^2\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{a^2\overline{C}'}{\overline{C}_{1T}\cdot\overline{Z}_{mT}}\right)}{\frac{\overline{C}_{1T}}{k_1}\left(\frac{a\overline{C}''}{\overline{Z}_{e'}}-\frac{a^2\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{a^2\overline{C}'}{\overline{C}_{1T}\overline{Z}_{mT}}\right)-\frac{1}{\overline{Z}_{e'}}}$$

$$\text{(III)}\quad \overline{D}=\frac{\overline{C}'\left(\frac{\overline{B}'}{\overline{Z}_{e'}}+\frac{a^2\overline{B}''}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{ak_1}{\overline{C}_{1T}}\right)+\frac{\overline{C}_{1T}}{k_1}(\overline{D}'+\overline{D}''+k_1^2\overline{Z}_{eT}+2\overline{Z}')\left(\frac{a^2\overline{C}''}{\overline{Z}_{e'}}-\frac{a\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{a\overline{C}'}{\overline{C}_{1T}Z_{mT}}\right)}{\frac{\overline{C}_{1T}}{k_1}\left(\frac{a^2\overline{C}''}{\overline{Z}_{e'}}-\frac{a\overline{C}'}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{a\overline{C}'}{\overline{C}_{1T}\overline{Z}_{mT}}\right)-\frac{1}{\overline{Z}_{e'}}}.$$

In felul acesta s-a determinat şi $\overline{D}$, astfel, că din punct de vedere teoretic problema studiului comportării convertizorului este rezolvată, putîndu-se calcula, în funcţie de parametrii maşinii, cei ai transformatorului de cuplaj şi de impedanţa circuitului monofazat de utilizare, orice mărime care interesează.

In primul rînd ne interesează gradul de nesimetrie ξ cu care funcţionează maşina. Făcînd pe $\overline{Z}'=0$ se obţine situaţia la scurtcircuit iar pentru $\overline{Z}'=\infty$ se obţine situaţia la mers în gol.

Relaţiile obţinute nu sînt potrivite pentru determinarea parametrilor transformatorului de cuplaj, din condiţii iniţiale (spre exemplu să se impună caracteristica statică, factorul de putere, gradul de nesimetrie ξ) din cauza complexităţii acestor relaţii. Ele sînt însă mult mai potrivite pentru verificarea corectei alegeri a dimensiunilor transformatorului de cuplaj, ceea ce înseamnă că determinarea transformatorului optim se face prin cîteva încercări, variind raportul de transformare al acestuia k_T, impedanţa de magnetizare Z_m, care în primă aproximaţie poate fi reprezentată numai de reactanţă X_m şi numărul de spire din una din părţi. In consecinţă sînt trei variabile.

Din punct de vedere practic, este suficient să se urmărească situaţia la scurtcircuit, deci făcînd $\overline{Z}'=0$, ceea ce simplifică în mare măsură calculele.

Impedanţa de magnetizare Z_m a transformatorului influenţează în măsură mică regimul de scurtcircuit, însă în măsură mare regimul în gol. Invers stau lucrurile cu raportul de transformare k_T. In felul acesta calculul transformatorului T, pentru un convertizor dat este mult simplificat.

Este recomandabil ca să se cupleze monofazatul cu faza primară, conectată la punctul comun al celor două faze primare, ale căror axe fac unghiul cel mai mic cu fazele secundare. Astfel la $\alpha=0$ se va considera cazul I.

4. REZULTATELE ÎNCERCĂRILOR

S-au făcut încercări cu convertizorul existent, descris în [2], utilizîndu-se un autotransformator în loc de transformator. S-a utilizat montajul din fig. 6. Autotransformatorul are 7 prize cu numerele de spire între prize $W_{\lambda,\lambda+1}$, dat de tabloul

λ	1	2	3	4	5	6
$W_{\lambda,\lambda+1}$	4	7	8	8	8	31

S-au măsurat curenţii primari în regim de scurtcircuit, pentru diferite rapoarte de transformare şi s-a calculat gradul de nesimetrie ξ, cu care funcţionează maşina în acest regim. Rezultatele sînt reprezentate sub formă de curbe în fig. 8 în funcţiune de curentul de scurtcircuit I_{2sc}. Se observă că aceste curbe au o aliură ascuţită, atingînd minime de ordinul 0,03—0,04, ceea ce înseamnă că există rapoarte de transformare k_T, pentru care maşina funcţionează practic simetric, chiar şi la scurtcircuit. Acesta este un rezultat foarte important. Gradul de nesimetrie variază în raport cu k_T după nişte curbe în V. Minimele acestor curbe corespund parametrilor optimi pentru transformatorul de cuplaj. Prin urmare întreprinderile constructoare de maşini pot proceda mai simplu pentru determinarea transformatorului T: cu un transformator de probă se ridică curbele în V din figură şi cu ajutorul lor se determină datele constructive pentru transformatoarele de serie.

Tot din fig. 8 rezultă o posibilitate de a stabili diferite caracteristici statice pentru sudare. Se vede că variind raportul de transformare de la 3,18 la 0,314 curentul de scurtcircuit variază de la 200 A la 76 A, regimul menţinîndu-se practic simetric.

S-au făcut măsurători atît pe partea primară cît şi pe partea secundară pentru rapoartele de transformare deduse din fig. 8, pentru care ξ are valori minime. Rezultatele măsurătorilor sînt reprezentate de curbele din fig. 9.

Se observă că aliura caracteristicilor statice este analoagă cu cea din cazul transformatorului electric. Posibilitatea de reglare a curentului de sudare reese mai clar: prin varierea raportului de transformare se obţin diferite caracteristici. Tensiunea de mers în gol scade pe măsură ce se măreşte curentul de sudare. Mărimea prin care se poate influenţa în mod pronunţat valoarea tensiunii la mers în gol este impedanţa de magnetizare, deci întrefierul din circuitul feromagnetic al transformatorului.

Mărimea care ne interesează este însă gradul de nesimetrie. Curbele lui ξ determinate experimental, arată acţiunea foarte bună de simetrizare, care din punct de vedere pactic, este completă. Toate curbele sînt sub 0,08. Cele pentru $k_T=3{,}18$, 1,41 şi 0,7 scad înspre scurtcircuit, nedepăşind 0,03. Curba lui ξ pentru $k_T=0{,}314$ creşte de la 0,005 la 0,03 la scurtcircuit; aceasta din cauza impedanţei de magnetizare a autotransformatorului.

De fapt reglarea s-a obţinut prin intermediul impedanţei Z_m a transformatorului T, deci a unei bobini Din această cauză factorul de putere pentru domeniul de curent mic este slab, atingînd valori de 0,35. Pentru domeniul de curent mare atît factorul de putere, cît şi randamentul creşte, factorul de putere depăşind 0,6, iar randamentul depăşind pe 0,75.

5. CONCLUZII

S-a reuşit în consecinţă să se simetrizeze practic complet convertizorul tri-monofazat, conform prevederilor teoretice, prin intermediul cuplajului electromagnetic dintre primar şi secundar.

Transformatorul de cuplaj are o putere mică, nu scumpeşte construcţia maşinii şi poate fi combinat cu bobina de reglare.

Sub această formă convertizorul repartizează complet o sarcină monofazată pe cele trei faze ale reţelei funcţionînd deci pe toate fazele cu acelaşi factor de putere, nedeformînd tensiunile reţelei.

S-a reuşit să se obţină simetrizarea, ceea ce înseamnă că un prim scop a fost atins.

ANEXA I

Rezolvarea celor 13 ecuaţii o facem avînd în vedere tot timpul rezolvarea ecuaţiilor pentru maşina asincronă normală.

Inlocuind pe $\overline{I}_{0'}$ din (4) în (5) şi apoi pe $\overline{U}_{e1'}$ în (3) obţinem:

$$\overline{I}'_{3'} = -\frac{\overline{Z}_m + jX'_{13}}{\overline{A}'}\,\overline{I}_{1'} - \frac{\overline{Z}_m e^{j\alpha} + jX'_{23}\left(1+\frac{3\alpha a}{\pi}\right)}{\overline{A}'}\,\overline{I}'_{2'} \tag{1'}$$

unde

$$\overline{A}' = \overline{Z}_m + \overline{Z}'_{3'} + jX'_{13} + jX'_{23}. \tag{2'}$$

Inlocuind pe $I'_{3'}$ din (1′) în (4) se obţine

$$\overline{I}_{0'} = \frac{1}{\overline{A}'}(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23})\,\overline{I}_{1'} + \frac{e^{j\alpha}}{\overline{A}'}\left\{\overline{Z}'_{3'} + jX'_{13} + jX'_{23}\left[1 - e^{-j\alpha}\left(1+\frac{3a\alpha}{\pi}\right)\right]\right\}\overline{I}'_{2'} \tag{3'}$$

Din (5) se obţine:

$$\overline{U}_{e1'} = -\frac{\overline{Z}_m(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23})}{\overline{A}'}\,\overline{I}_{1'} - \frac{\overline{Z}_m e^{j\alpha}\left\{\overline{Z}'_{3'} + jX'_{13} + jX'_{23}\left[1 - e^{-j\alpha}\left(1+\frac{3a\alpha}{\pi}\right)\right]\right\}}{\overline{A}'}\,\overline{I}'_{2'}. \tag{4'}$$

Inlocuind pe $\overline{I}_{0'}$ din (3′) şi pe $\overline{U}_{e1'}$ din (4′) în (1) se obţine:

$$\overline{U}_{1'} = \overline{Z}_{e'} \cdot \overline{I}_{1'} + \overline{B}' \cdot \overline{I}'_{2'} \tag{5'}$$

unde s-a notat pentru prescurtare:

$$\overline{Z}_{e'} = \overline{Z}_1 + jX'_{12} + \frac{(\overline{Z}_m + jX'_{13})(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23})}{\overline{A}'}$$

$$\overline{B}' = jX'_{12}\left(1+\frac{3a\alpha}{\pi}\right) + \frac{\overline{Z}_m e^{j\alpha}(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23}) - jX'_{23}\left(1+\frac{3a\alpha}{\pi}\right)(\overline{Z}_m + jX'_{13})}{\overline{A}'}. \tag{6'}$$

Din (5′) se obţine $\overline{I}_{1'}$ sub forma

$$\overline{I}_{1'} = \frac{\overline{U}_{1'}}{\overline{Z}_{e'}} - \frac{\overline{B}'}{\overline{Z}_{e'}} \cdot \overline{I}'_{2'} \tag{7'}$$

pe care înlocuindu-l în (1′) şi notînd pentru simplificare

$$\overline{b}' = 1 + \frac{3a\alpha}{\pi}$$

$$\overline{b}'' = 1 + \frac{3a^2\alpha}{\pi} \tag{8'}$$

obţinem

$$\overline{I}'_{3'} = -\frac{\overline{Z}_m + jX'_{13}}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}\overline{U}_{1'} - \frac{\overline{Z}_{e'}(\overline{Z}_m e^{j\alpha} + jX'_{23}\overline{b}') - \overline{B}'(\overline{Z}_m + jX'_{13})}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}\overline{I}'_{2'}. \tag{9'}$$

Inlocuind pe $I_{1'}$ din (7′) în (3′) se obţine:

$$\overline{I}_{0'} = \frac{\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23}}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}\overline{U}_{1'} + \frac{\overline{Z}_{e'}e^{j\alpha}[\overline{Z}'_{3'} + jX'_{13} + jX'_{23}(1 - \overline{b}'e^{-j\alpha})] - \overline{B}'(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23})}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}\overline{I}'_{2'}. \tag{10'}$$

Din (7′) şi (4′) se obţine:

$$\overline{U}_{e1'} = -\frac{\overline{Z}_m(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23})}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}\overline{U}_{1'} -$$

$$-\frac{\overline{Z}_m\overline{Z}_{e'} \cdot e^{j\alpha}[\overline{Z}'_{3'} + jX'_{13} + jX'_{23}(1 - \overline{b}'e^{-j\alpha})] - \overline{B}'\overline{Z}_m(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23})}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}\overline{I}'_{2'}. \tag{11'}$$

Inlocuind pe $\overline{I}_{1'}$, $\overline{I}'_{3'}$ şi $\overline{U}_{e1'}$ din (7′), (9′) şi (11′) respectiv, în (2) şi notînd pentru simplificare

$$\overline{C}' = \frac{\overline{Z}_m\overline{Z}'_{3'}e^{-j\alpha} + jX'_{23}\overline{Z}_m(e^{-j\alpha} - \overline{b}'') + X'_{13}X'_{23}\overline{b}'' + jX'_{12}\overline{b}''\overline{A}'}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}$$

$$\overline{D}' = \overline{Z}'_2 + j(X'_{12} + X'_{23}) + \frac{\overline{Z}_m\overline{Z}_{e'}[\overline{Z}'_{3'} + jX'_{13} + jX'_{23}(1 - \overline{b}'e^{-j\alpha})] - jX_{23}\overline{b}''\overline{Z}_{e'}(\overline{Z}_m e^{j\alpha} + jX'_{23}\overline{b}')}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}}$$

$$-\frac{\overline{B}'[\overline{Z}_m(\overline{Z}'_{3'} + jX'_{23}) - jX'_{23}\overline{b}''(\overline{Z}_m + jX'_{13}) + jX'_{12}\overline{b}''\overline{A}']}{\overline{A}'\overline{Z}_{e'}} \tag{12'}$$

se obţine:

$$\overline{U}'_{2'} = -\overline{C}'\overline{U}_{1'} - \overline{D}'\overline{I}'_{2'}. \tag{13'}$$

Se observă că relaţiile (6)∼(10) se obţin din relaţiile (1)∼(5) prin schimbarea indicilor (′) cu cei cu (″) la curenţi şi tensiuni, prin înlocuirea lui b' cu $\overline{b}''$, a lui $\overline{b}''$ cu $\overline{b}'$, pe a lui α cu $-\alpha$, iar în loc de $\overline{Z}'_{3'}$ se scrie $\overline{Z}'_{3''}$. In consecinţă nu mai este necesar să se repete calculele şi se pot scrie rezultatele pentru succesiunea inversă direct din cele obţinute pentru succesiunea directă.

Cu notaţiile:

$$\overline{A}'' = \overline{Z}_m + \overline{Z}'_{3''} + j(X'_{13} + X'_{23})$$

$$\overline{B}'' = jX'_{12}\overline{b}'' + \frac{\overline{Z}_m \cdot e^{-j\alpha}(\overline{Z}'_{3''} + jX'_{23}) - jX'_{23}\overline{b}''(\overline{Z}_m + jX'_{13})}{\overline{A}''}$$

$$\overline{Z}_{e''} = \overline{Z}_1 + jX'_{12} + \frac{(\overline{Z}_m + jX'_{13})(\overline{Z}_{3''} + jX'_{23})}{\overline{A}''} \tag{14'}$$

$$\overline{C}'' = \frac{\overline{Z}_m\overline{Z}'_{3''}e^{j\alpha} + jX'_{23}\overline{Z}_m(e^{j\alpha} - \overline{b}') + X'_{13}X'_{23}\overline{b}' + jX'_{12}\overline{b}'\overline{A}''}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}$$

$$\overline{D}''=\overline{Z}_2'+j(X_{12}'+X_{23}')+$$

$$+\frac{\overline{Z}_m\overline{Z}_{e''}[\overline{Z}_{3''}'+jX_{13}'+jX_{23}'(1-\overline{b}''e^{ja})]-jX_{23}\overline{b}'\overline{Z}_{e''}(\overline{Z}_m e^{-ja}+jX_{23}'\overline{b}'')}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}-$$

$$-\frac{\overline{B}''[\overline{Z}_m(\overline{Z}_{3''}'+jX_{23}')-jX_{23}'\overline{b}'(\overline{Z}_m+jX_{13}')+jX_{12}'\overline{b}'\overline{A}'']}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}$$

Se obţin mărimile care ne interesează pentru succesiunea inversă

$$\overline{I}_{1''}=\frac{\overline{U}_{1''}}{\overline{Z}_{e''}}-\frac{\overline{B}''}{\overline{Z}_{e''}}\overline{I}_{2''}'$$

$$\overline{I}_{3''}=-\frac{\overline{Z}_m+jX_{13}'}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}\overline{U}_{1''}-\frac{\overline{Z}_{e''}(\overline{Z}_m e^{-ja}+jX_{23}'\overline{b}'')-\overline{B}''(\overline{Z}_m+jX_{13})}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}\overline{I}_{2''}'$$

$$\overline{I}_{e''}=\frac{\overline{Z}_{3''}'+jX_{23}'}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}\overline{U}_{1''}+\frac{\overline{Z}_{e''}e^{-ja}[Z_{3''}'+jX_{13}'+jX_{23}'(1-e^{ja}\overline{b}'')]-\overline{B}''(\overline{Z}_{3''}'+jX_{23}')}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}\overline{I}_{2''}' \qquad (15')$$

$$\overline{U}_{e1''}=-\frac{\overline{Z}_m(\overline{Z}_{3''}'+jX_{23}')}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}\overline{U}_{1''}-$$

$$-\frac{\overline{Z}_m\overline{Z}_{e''}e^{-ja}[\overline{Z}_{3''}'+jX_{13}'+jX_{23}'(1-\overline{b}''e^{ja})]-\overline{B}''\overline{Z}_m(\overline{Z}_{3''}'+jX_{23}')}{\overline{A}''\overline{Z}_{e''}}\overline{I}_{2''}'$$

$$\overline{U}_{2''}'=-\overline{C}''\overline{U}_{1''}-\overline{D}''\overline{I}_{2''}'.$$

Ţinînd cont că $\overline{I}_2'=\overline{I}_{2'}'+\overline{I}_{2''}'$ şi de relaţia (12) se obţine:

$$\overline{I}_{2'}'=\frac{a}{a-1}\cdot\overline{I}_2'$$

$$\overline{I}_{2''}'=\frac{a_1}{1-a}\overline{I}_2'. \qquad (16')$$

Inlocuind în (11) pe $\overline{U}_{2'}'$ din (13′) pe $\overline{U}_{2''}'$ din (15′) se obţine $\overline{I}_2'$ şi dec $\overline{I}_{2'}'$ şi $\overline{I}_{2''}'$ sub forma:

$$\overline{I}_2'=(a-1)\frac{-a^2\overline{C}'\overline{U}_{1'}+\overline{C}''\overline{U}_{1''}}{\overline{D}'+\overline{D}''+2\overline{Z}'}$$

$$\overline{I}_{2'}'=\frac{-\overline{C}'\overline{U}_{1'}+a\overline{C}''\overline{U}_{1''}}{\overline{D}'+\overline{D}''+2\overline{Z}'} \qquad (17')$$

$$\overline{I}_{2''}'=\frac{a^2\overline{C}'\overline{U}_{1'}-\overline{C}''\overline{U}_{1''}}{\overline{D}'+\overline{D}''+2\overline{Z}'}.$$

In felul acesta toţi curenţii şi tensiunile necunoscute sînt determinaţi în funcţiune de alunecarea s prin intermediul lui $\overline{Z}_{3'}$ şi $\overline{Z}_{3''}$. Inlocuind pe $\overline{I}_{3'}$ şi $\overline{I}_{3''}$ în (13) se obţine o relaţie care permite determinarea alunecării în funcţiune de cuplul de la arborele maşinii M, de parametrii maşinii şi de impedanţa Z', a circuitului de utilizare.

Inlocuind pe $\overline{I}_{2'}$ şi $\overline{I}_{2''}$ din (17′) în (7′) şi (15′) cu notaţia:

$$\overline{D}=\overline{D}'+\overline{D}''+2\overline{Z}'. \tag{18'}$$

Se obţine

$$\begin{aligned} \overline{I}_{1'} &= \frac{1}{\overline{D}\,\overline{Z}_{e'}}\left[(\overline{B}'\overline{C}'+\overline{D})\,\overline{U}_{1'}-a\,\overline{B}'\overline{C}''\overline{U}_{1''}\right] \\ \overline{I}_{1''} &= \frac{1}{\overline{D}\,\overline{Z}_{e''}}\left[(\overline{B}''\overline{C}''+\overline{D})\,\overline{U}_{1''}-a^2\overline{B}''\overline{C}'\,\overline{U}_{1'}\right] \end{aligned} \tag{19'}$$

care determină nesimetria cu care funcţionează maşina.

ANEXA II

Corespunzător fig. 5, după cum U_0 se introduce pe faza I, II sau III avem:

Cazul	I	II	III
	$\overline{U}_A=\overline{U}-\overline{U}_0$	$\overline{U}_A=\overline{U}+\overline{U}_0$	$\overline{U}_A=\overline{U}$
	$\overline{U}_B=a^2\overline{U}+\overline{U}_0$	$\overline{U}_B=a^2\overline{U}$	$\overline{U}_B=a^2\overline{U}-\overline{U}_0$
	$\overline{U}_C=a\overline{U}$	$\overline{U}_C=a\overline{U}-\overline{U}_0$	$\overline{U}_C=a\overline{U}+\overline{U}_0$

Avînd pe U_A, U_B şi U_C se pot calcula componentele simetrice cu relaţia cunoscută

$$\overline{U}_{1'}=\frac{1}{3}(\overline{U}_A+a\overline{U}_B+a^2\overline{U}_C) \quad \text{şi} \quad \overline{U}_{1''}=\frac{1}{3}(\overline{U}_A+a^2\overline{U}_B+a\overline{U}_C).$$

Se obţin relaţiile:

	I	II	III
$\overline{U}_{1'}$	$\overline{U}+\frac{a-1}{3}\overline{U}_0$	$\overline{U}+\frac{1-a^2}{3}\overline{U}_0$	$\overline{U}+\frac{a^2-a}{3}\overline{U}_0$
$\overline{U}_{1''}$	$\frac{a^2-1}{3}\overline{U}_0$	$\frac{1-a}{3}\overline{U}_0$	$\frac{a-a^2}{3}\overline{U}_0$

BIBLIOGRAFIE

1. R. Brúderlink, *Die Induktionsmaschine als Phasenumformer;* Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut zu Karlsruhe, IV, 1920—1924, Springer. Berlin, 1925, pag. 1—25.

2. T. Dordea, A. Semlyen, I. Novac, O. Centea, V. Micloşi, B. Oprendeck, Maşina asincronă convertizoare din tri în monofazat, Studii şi Cercetări ştiinţifice, tom. IV, 1958, nr. 3—4, Academia R.P.R., Baza Timişoara, pag. 33—51.

3. V. D. Nagorski, *K teorii vraşcioiusciegosia preobrozovatelia odnofaznoiv toka v trichfaznii.* Sbornic statei po avtomatike i electrotehnike. Moscova Izdatelstvo Academii Nauk S.S.S.R., 1956. pag. 166—186.

4. Oskar Lóbl, Symmetrier Maschine neuer Bauart, E.T.Z.-A. Bd. 79; H4, 1958.

SUR LA POSIBILITÉ DE SYMÉTRISER LE CONVERTISSEUR TRI-MONOPHASÉ PAR COUPLAGE TRANSFORMATORIQUE

(RESUMÉ)

On établit la théorie au convertisseur tri-monophasé sous forme générale, en complétant ainsi les données d'une étude antérieure.

Les résultats obtenus permettent de trouver plusieurs méthodes pour l'amelioration du degré de l'asymétrie du convertisseur.

On a considéré ensuite la méthode du couplage de l'enroulement monophasé avec l'enroulement triphasé par un transformateur tout en établissant les relations fondamentales du convertisseur pour la situation donnée.

Les résultats obtenus par les essais ont été entièrement satisfaisants en confirmant la théorie élaborée.

СИММЕТРИЗАЦИЯ ТРЕХОДНОФАЗНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ТРАНСФОРМАТОРНОЙ СВЯЗИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе устанавливается в общей форме теория треходнофазного преобразователя. Этим дополняется содержание предыдущей работы 2.

Полученные результаты позволили найти насколько методов уменшения степени асиметричности, с которой работает преобразователь.

В продолжении дается один из методов связи однофазной части с трехфазной при помощи трансформатора и устанавливаются основные условия для преобразователя находящегося в этом положении.

Были произведены испытания с реальным преобразователем и полученные результаты оказались вполне удовлитворительными, подтверждая собою выработаную теорию.

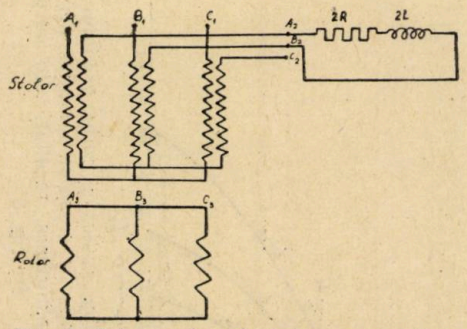


Fig. 1. Schema de principiu a convertizorului asincron tri-monofazat.

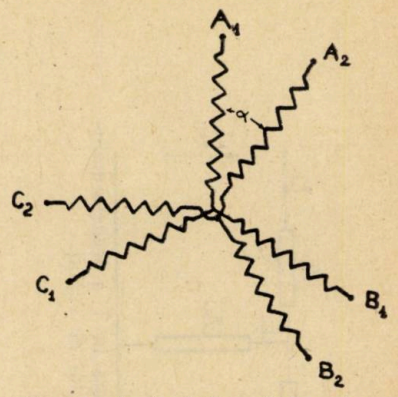


Fig. 2. Axele înfăşurărilor statorice fac unghiul α între ele.

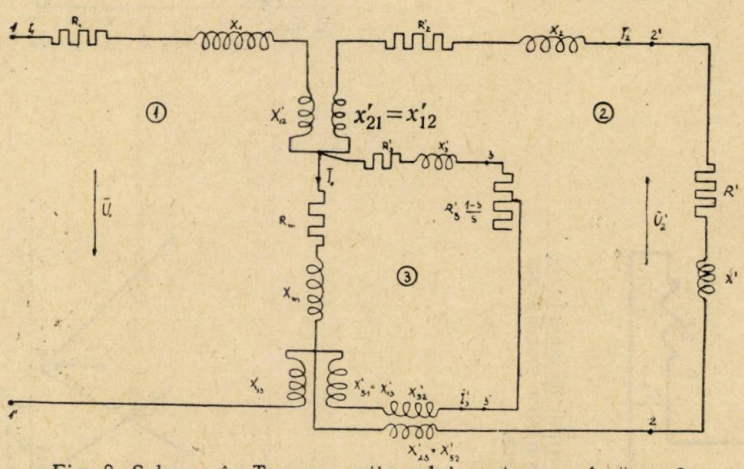


Fig. 3. Schema în T a convertizorului pentru cazul că $\alpha = 0$.

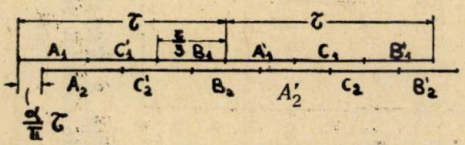


Fig. 4. Modul de cuplare al înfăşurărilor *1* şi *2* cînd axele lor fac unghiul α

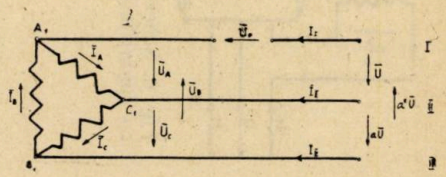


Fig. 5. Tensiunile reţelei şi cele de la bornele convertizorului la conectarea în triunghi a înfăşurărilor maşinii.

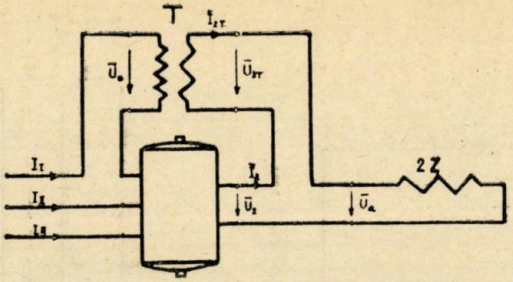


Fig. 6. Schema convertizorului tri-monofazat cu cuplaj magnetic între partea monofazată şi trifazată.

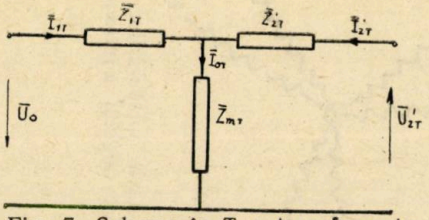


Fig. 7. Schema în T a transformatorului de cuplaj.

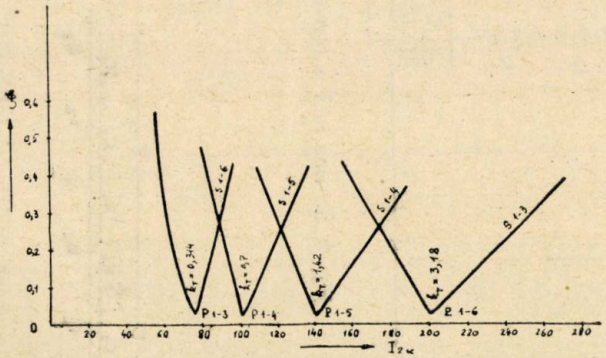


Fig. 8. Variaţia gradului de nesimetrie ξ în funcţie de curentul secundar la scurtcircuit I_{2sc} pentru diferite rapoarte de transformare k_T.

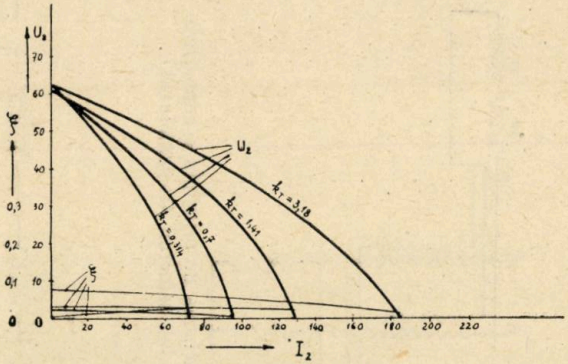


Fig. 9. Caracteristica statică şi curba gradului de nesimetrie în funcţie de curentul secundar pentru rapoartele de transformare, rezultate din curbele din fig. 8.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) Fascicola 1 — 1958

CONTRIBUŢIUNI LA PROBLEMA ACŢIONĂRII RĂZBOAIELOR DE ŢESUT

DE

EUGEN SERACIN şi VLAD VĂZDĂUŢEANU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. În două articole publicate în Buletinul Ştiinţific şi Tehnic al Institutului Politehnic din Timişoara, Tom. 1-1956 şi Tom. 2-1957, s-au arătat rezultatele obţinute pe bază de încercări experimentale la un război de ţesut, în problema determinării variaţiei cuplului şi a componentelor sale în cursul unui ciclu de funcţionare. Astfel, din studiul făcut, a rezultat că o apropiere a limitelor în care variază cuplul la arborele motorului electric de acţionare, s-ar putea obţine prin modificări constructive aduse organelor în mişcare ale războiului de ţesut.

În lucrarea de faţă, în urma măsurătorilor efectuate asupra unui alt război de ţesut la care s-au făcut şi modificări constructive, se arată rezultatele obţinute în sensul îmbunătăţirii curbei de variaţie a cuplului.

2. Studiul s-a făcut pe bază de încercări experimentale efectuate asupra unui război de ţesut pentru bumbac de construcţie nouă şi cu funcţionare automată, avînd următoarele caracteristici:

— Numărul de bătăi pe minut 135

— Lăţimea spatei . . . . . 1 200 mm.

— Motorul asincron în scurt circuit pentru acţionare are turaţia sincronă 1 260 rot/min la frecvenţa de 42 Hz. Cuplul se transmite de la motor la arborele principal al războiului prin intermediul unui angrenaj, al cărui raport de transmisie este $i = 9{,}06 : 1$.

Curba de variaţie a cuplului s-a obţinut prin folosirea motorului de acţionare ca aparat de măsură pentru cuplu. În acest scop s-a ridicat experimental carcteristica cuplu în funcţie de alunecare $M = f(s)$ a motorului asincron şi curba de variaţie a alunecării motorului în funcţie de unghiul manivelei vatalei $s = f(\alpha)$, în cursul unui ciclu de funcţionare a războiului

de ţesut. Din caracteristica $M=f(s)$ şi curba $s=f(\alpha)$ a rezultat curba $M=f(\alpha)$ arătată în fig. 1.

Asupra curbei $M=f(\alpha)$, ţinînd seama de funcţionarea mecanismului bielă manivelă care acţionează vatala arătat schematic în fig. 2, se pot face următoarele observaţiuni :

În timpul unui ciclu cuplul trece prin două valori minime determinate de întîrzierea vatalei, care are loc pentru $90° < \alpha < 180°$ şi $270° < \alpha < 360°$. Din acestea, cea produsă de întîrzierea vatalei din a doua jumătate a ciclului este mai pronunţată şi poate avea chiar valori negative. Accelerarea vatalei se produce în intervalele $0° < \alpha < 90°$ şi $180° < \alpha < 270°$ şi este evidenţiată în curba $M=f(\alpha)$ prin creşterea cuplului. Valoarea maximă a cuplului, cuprinsă în intervalul $80° < \alpha < 120°$, este datorită accelerării suveicii.

Influenţa elementelor în mişcare asupra funcţionării războiului de ţesut se poate determina din variaţia componentelor cuplului total, care se obţine din ecuaţia de mişcare

$$M = M_r + M_j \tag{1}$$

unde, în cazul războiului de ţesut

M_r este cuplul rezistent datorită frecărilor, iar

M_j — cuplul total de inerţie datorit accelerării şi întîrzierii maselor în mişcare.

Cuplul total de inerţie poate fi scris sub forma :

$$M_j = \theta \frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{2} \Omega^2 \frac{d\theta}{i d\alpha}. \tag{2}$$

în care,

θ este viteza unghiulară a arborelui motor, iar

Ω — momentul de inerţie total al maselor în mişcare, redus la arborele motor.

Componenta

$$M_{j_2} = \frac{1}{2} \Omega^2 \frac{d\theta}{i d\alpha} \tag{3}$$

este cea care introduce variaţii mari ale cuplului total. Rezultă astfel variaţii corespunzătoare ale vitezei unghiulare, deci şi a cuplului

$$M_{j_1} = \theta \frac{d\Omega}{dt} \tag{4}$$

Acesta din urmă, compensează într-o oarecare măsură variaţiile produse de cuplul M_{j2}, datorită faptului că masele corespunzătoare părţii constante a momentului de inerţie au rol de volan.

3. Din cele arătate rezultă că pentru a obţine o reducere a limitelor între care variază cuplul total, trebuie să se analizeze posibilităţile de micşorare a variaţiei componentei M_{j2}.

Ţinînd seamă că influenţa predominantă asupra variaţiei cuplului M_{f2} este dată de factorul $\frac{d\theta}{id\alpha}$, reiese că trebuie să se examineze posibilităţile de reducere a acestuia din urmă.

Momentul de inerţie θ poate fi scris sub forma

$$\theta = \theta_c + \theta_v \tag{5}$$

în care,

θ_c este partea constantă, iar

θ_v — partea variabilă în cursul unui ciclu de funcţionare.

Rezultă că

$$\frac{d\theta}{id\alpha} = \frac{d\theta_v}{id\alpha}.$$

Partea variabilă a momentului de inerţie se datoreşte în mare măsură vatalei, mişcarea ei fiind comandată printr-un mecanism bielă manivelă.

Momentul de inerţie al vatalei θ_L e dat de expresia

$$\theta_L = G \cdot \varphi(\alpha),$$

în care,

G este greutatea vatalei redusă în punctul de atac al bielei, iar

$\varphi(\alpha)$ — o funcţie periodică de unghiul manivelei α.

Rezultă că prin micşorarea greutăţii vatalei, se poate obţine o apropiere a limitelor în care variază cuplul la arborele motorului de acţionare.

Ţinînd seama de cele arătate mai sus, s-a adaptat războiului de ţesut o vatală avînd o construcţie mai uşoară, care a fost realizată la facultatea de Electrotehnică, laboratorul de Utilizările Energiei Electrice din Timişoara.

Curbele de variaţie ale momentului de inerţie θ_L al vatalei şi derivatele $\frac{d\theta_L}{id\alpha}$ corespunzătoare, sînt arătate în fig. 3 şi 4. Curbele notate cu a corespund vatalei realizate de fabrica constructoare, iar cele notate cu b au fost determinate pentru vatala de construcţie mai uşoară. În cazul din urmă, greutatea vatalei a fost redusă cu 22,5 kg, ceea ce reprezintă 34% din greutatea vatalei iniţiale.

În fig. 5 e reprezentată curba de variaţie a cuplului $M = f(\alpha)$, obţinută în cazul funcţionării războiului de ţesut cu vatală modificată. Comparînd curbele din fig. 1 şi 5 se observă, în afară de intervalul în care are loc accelerarea suveicii, o apropiere a limitelor între care variază cuplul total şi totodată o micşorare a valorilor maxime. În intervalul corespunzător bătăii suveicii, cuplul maxim are o valoare mai mare. Aceasta se datoreşte faptului că, cuplul produs de variaţia momentului de inerţie al vatalei (fig. 4) compensează în măsură mai mică cuplul introdus de mecanismul de acţionare al suveicii.

O reducere a valorii maxime a cuplului este posibilă prin aplicarea unui volan pe arborele principal al războiului de ţesut. În urma unor

calcule a reieşit că, prin folosirea unui volan avînd o greutate egală cu greutatea cu care a fost redusă vatala, raportul $\frac{M_b}{M'_b}$, (fig. 5) obţine aproximativ aceeaşi valoare cu $\frac{M_a}{M'_a}$ (fig. 1). De aici rezultă că şi vîrful de cuplu datorit suveicii se micşorează.

Trebuie remarcat că, din punct de vedere constructiv, aplicarea volanului pe arborele principal al războiului de ţesut este în general posibilă. De asemenea, este indicat ca volanul să fie montat înainte de dispozitivul de cuplare.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Seracin şi V. Văzdăuţeanu, Probleme de acţionare electrică la războaiele de ţesut, Buletinul Ştiinţific şi Tehnic IPT., vol. I, tom. I, 1956.
2. V. Văzdăuţeanu şi E. Seracin, Probleme de acţionare electrică la războaiele de ţesut, Buletinul Ştiinţific şi Tehnic IPT., II, 1957.

CONTRIBUTIONS AU PROBLÈME DE L'ENTRAÎNEMENT DES MÉTIERS À TISSER

(RESUMÉ)

On démontre que les limites de variation du moment à l'arbre du moteur électrique qui entraîne un métier à tisser peuvent être restreintes par des modifications constructives appliquées aux éléments en mouvements.

On indique les résultats obtenus par les mesures effectuées sur le métier à tisser ou on a modifié la construction du battant.

К ВОПРОСУ О ПРИВЕДЕНИИ В ДВИЖЕНИЕ ТКАЦКИХ СТАНКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе указывается, что сближение пределов в которых варирует сцепление на валу электромотора приводящего в движение ткацкий станок, можно получить контсруктивными изменениями движущих органов.

В этом смысле указываются полученные результаты после изменерений произведенных на одном из автоматических ткацких станков, в котором была изменена конструкция батана.

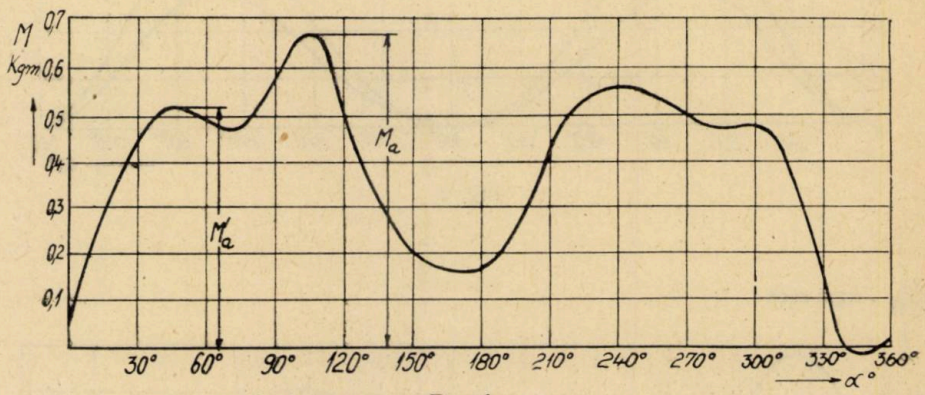

M
Kgm
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
M_a
M'_a
30°
60°
90°
120°
150°
180°
210°
240°
270°
300°
330°
360°
α°

Fig. 1.

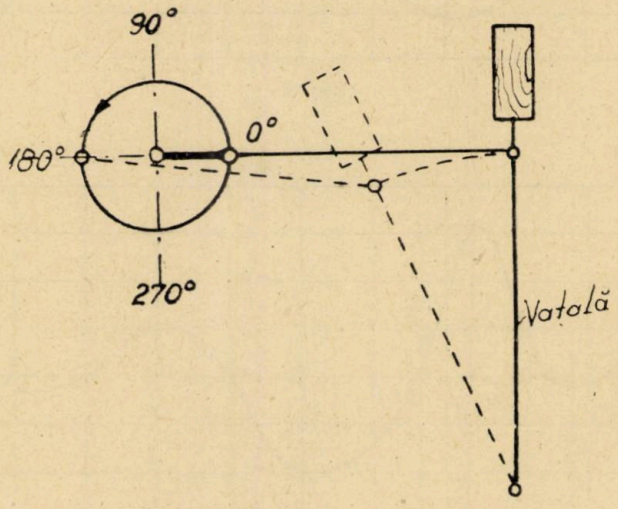

90°
0°
180°
270°
Vatală

Fig. 2.

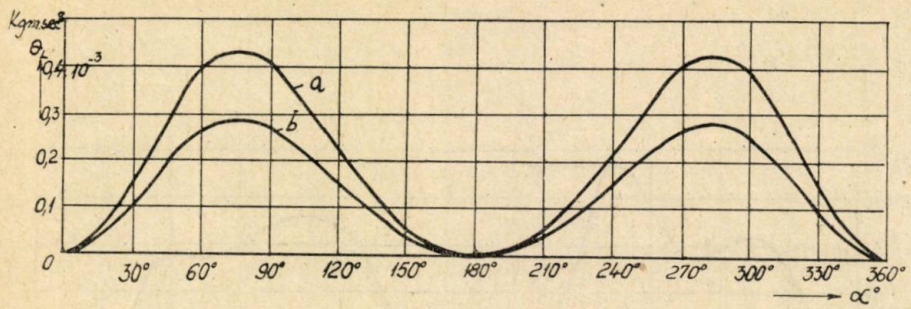


Fig. 3.

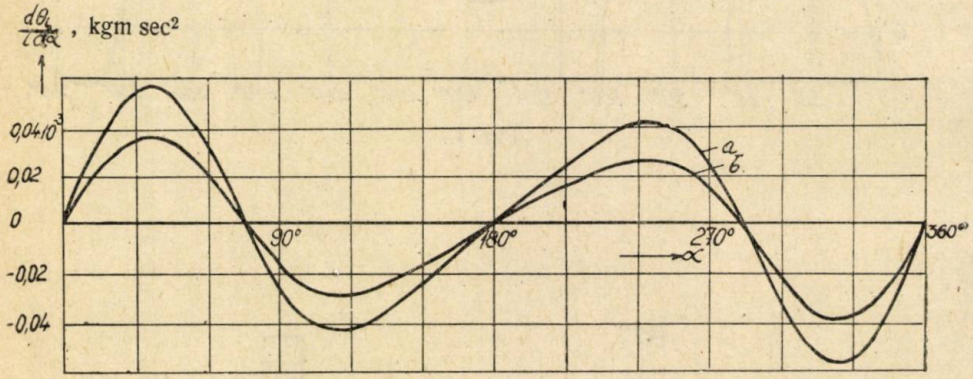


Fig. 4.

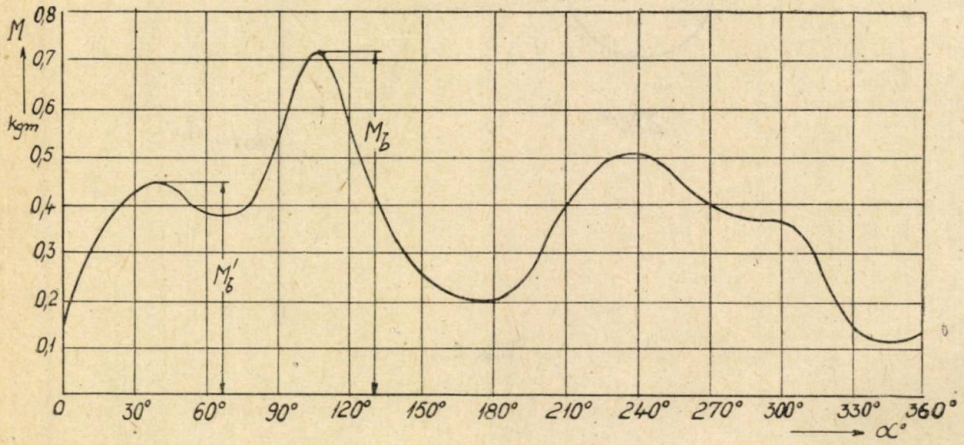


Fig. 5.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) Fascicola 1 — 1958

ASUPRA CALCULULUI CÎMPURILOR ELECTROSTATICE

DE

IOAN DE SABATA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Se consideră un cîmp electrostatic produs de n corpuri metalice electrizate introduse într-un dielectric neomogen dar izotrop şi fără sarcini libere. Obiectul lucrării constă în determinarea potenţialului electrostatic într-un punct oarecare al cîmpului fără a se folosi un aparat matematic dificil, ci cunoscuta relaţie de reciprocitate a lui Gauss (după alţii relaţia lui Green). In felul acesta problema poate fi soluţionată de orice electrician.

Relaţia de reciprocitate a lui Gauss, a cărei demonstraţie este dată spre exemplu în [3], dă legătura între două stări electrostatice a unui sistem de corpuri metalice electrizate şi anume: dacă $Q_1, Q_2 \ldots Q_n$; $V_1, V_2 \ldots V_n$ reprezintă o stare electrostatică a sistemului considerat şi dacă $Q'_1, Q'_2 \ldots Q'_n$; $V'_1, V'_2 \ldots V'_n$ reprezintă o altă stare electrostatică a aceluiaşi sistem, atunci între cele două stări electrostatice există relaţia:

$$\sum_{i=1}^{n} Q'_i V_i = \sum_{i=1}^{n} Q_i V'_i .$$

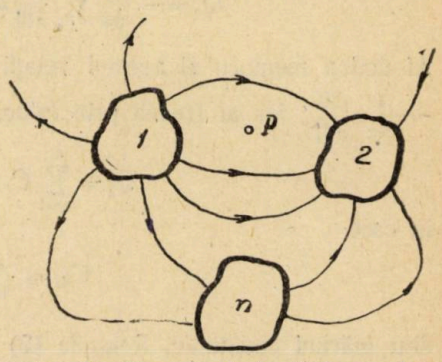


Fig. 1. Cîmpul electrostatic produs de „n" corpuri metalice electrizate.

Considerăm cîmpul electrostatic reprezentat în fig. 1 în care $Q_1, Q_2 \ldots Q_n$; $V_1, V_2 \ldots V_n$ sînt sarcinile, respectiv potenţialele corpurilor metalice iar V este potenţialul unei sfere metalice punctiforme, neîncărcate, întrodusă în punctul P în care se cere determinarea potenţialului. Fie sarcinile libere: $Q'_1, Q'_2 \ldots Q'_n$; Q' respectiv potenţialele $V'_1 = 0, V'_2 = 0$; $V'_n = 0 \ldots V'$ într-o altă stare electrostatică a aceluiaşi sistem.

Aplicînd acestor două stări relaţia de reciprocitate a lui Gauss obţinem:

$$Q'_1 V_1 + Q'_2 V_2 + \ldots + Q'_n V_n + Q' V = 0$$

din care rezultă:

$$V = -\sum_{i=1}^{n} \frac{Q'_i}{Q'} V_i. \tag{1}$$

Cum în cea de a doua stare electrostatică a sistemului toate corpurile stau sub un potenţial nul, însemnează că sarcinile Q'_1, $Q'_2 \ldots Q'_n$ sînt induse de sarcina Q' de pe sfera metalică, pe suprafeţele corpurilor.

In cele ce urmează vom prezenta cîteva aplicaţii fundamentale ale formulei.

a) *Ecuaţiile de capacitate ale lui Maxwell.* Din egalitatea (1) se pot deduce ecuaţiile de capacitate ale lui Maxwell fără a face apel la configuraţia geometrică a tuburilor de forţă a căror formă depinde de diferenţa de potenţial dintre corpuri.

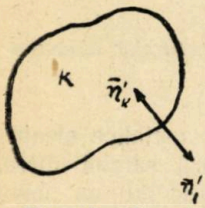


Fig. 2. Corpul metalic „k" şi vectorii unitari ai elementului de suprafaţă.

Divergenţa superficială aplicată într-un punct de pe suprafaţa S_k a corpului metalic „k" (fig. 2) ne dă:

$$E_{kn'_k} + E_{kn'_1} = E_{kn'_1} = 4\pi \frac{\sum_k}{\varepsilon}$$

în care $\sum_k$ este densitatea superficială a sarcinilor libere de pe suprafaţa S_k, iar ε constanta dielectrică a mediului. La echilibru electrostatic avem:

$$E_{kn'_1} = E_k = -\frac{\partial V}{\partial n'_1} = 4\pi \frac{\sum_k}{\varepsilon}$$

şi deci:

$$Q_k = -\frac{\varepsilon}{4\pi} \int_{S_k} \frac{\partial V}{\partial n'_1} ds = \sum_{i=1}^{n} V_i \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_{S_k} \frac{\partial}{\partial n'_1} \frac{Q'_i}{Q'} ds.$$

Al doilea membru al acestei relaţii s-a obţinut înlocuind densitatea $\sum_k$ prin $-\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n'_1}$, iar al treilea prin înlocuirea lui V cu expresia sa din (1). Rezultă:

$$Q_k = \sum_{1=1}^{n} C_{ki} V_i \qquad (k = 1, 2 \ldots n) \tag{2}$$

în care

$$C_{ki} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_{S_k} \frac{\partial}{\partial n'_1} \frac{Q'_i}{Q'} ds$$

sînt mărimi constante. Relaţiile (2) se numesc ecuaţiile de capacitate ale lui Maxwell forma doua. Coeficienţii C_{ki} satisfac relaţia:

$$\sum_{i=1}^{n} C_{ki} = 0. \tag{3}$$

deoarece $\sum Q'_i + Q' = 0$.

Din (2) şi (3) se poate trece la ecuaţiile de forma a treia. In adevăr din (3) avem:

$$C_{kk} = -(C_{k1} + C_{k2} + \ldots + C_{kn})$$

care înlocuită în (2) dă:

$$Q_k = -C_{k1}(V_k - V_1) - C_{k2}(V_k - V_2) - \ldots - C_{kn}(V_k - V_n)$$

sau dacă se notează $-C_{ki} = c_{ki}$ obţinem ca rezultat final:

$$Q_k = \sum_{i=1}^{n} c_{ki}(V_k - V_i) \qquad (k = 1, 2 \ldots n).$$

De altfel, mai rezultă prin rezolvarea sistemului linear de ecuaţii (2) în raport cu potenţialele, ecuaţiile lui Maxwell forma a treia:

$$V_k = \sum_{i=1}^{n} K_{ki} Q_i \qquad (k = 1, 2 \ldots n).$$

Remarcăm că la stabilirea ecuaţiilor lui Maxwell nu s-a folosit cunoscutul principiu al suprapunerii.

Inainte de a trece la cea de a doua aplicaţie facem următoarea observaţie importantă: Se ia în considerare o sarcină lineiformă cu densitatea lineară τ (vezi fig. 3) şi se determină sarcina indusă pe porţiunea *ab* şi pe adîncimea unitară a unui plan metalic infinit.

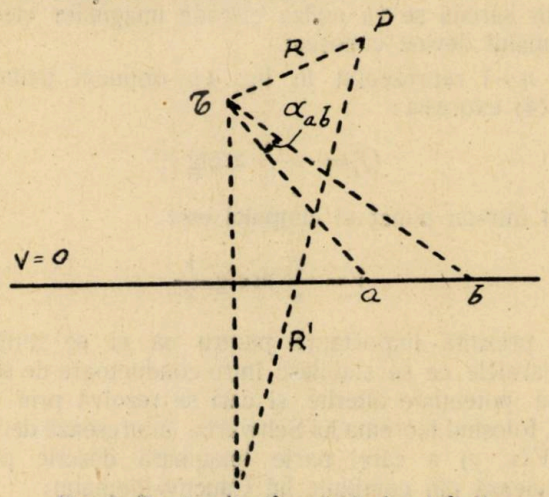


Fig. 3. Sarcina lineiformă şi plan infinit.

Ţinînd seama de expresia potenţialului: $V = \frac{2\tau}{\varepsilon} \ln \frac{R'}{R}$ şi observînd că $\mathcal{E} = -\nabla V$, se efectuează integrala de suprafaţă a vectorului $\mathcal{E}$ pe suprafaţa dreptunghiulară reprezentată de porţiunea *ab* şi adîncimea unitară a planului, care e proporţională cu sarcina Q'_{ab}, obţinîndu-se formula simplă:

$$Q'_{ab} = -\frac{\tau}{\pi} \alpha_{ab} \tag{4}$$

în care α_{ab} este unghiul sub care se vede din punctul în care este plasată sarcina lineiformă, segmentul de dreaptă *ab*.

b) *Cîmpul aintre două plăci metalice încărcate şi care formează între ele unghiul* $\alpha = \frac{\pi}{n}$ (n întreg). Fie V_1 şi $V_2 = 0$ potenţialele plăcilor semiinfinite avînd între ele un dielectric omogen şi izotrop (fig. 4 *a*).

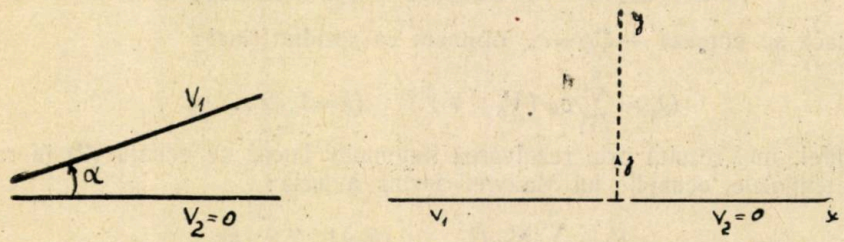


Fig. 4. Plăci metalice semiinfinite ce formează între ele unghiul:

$$a) - \alpha = \frac{\pi}{n}, \quad b) - \alpha = \pi.$$

Pentru a determina potenţialul într-un punct al cîmpului dintre plăci, se calculează în prealabil sarcinile induse în ele cînd sînt la potenţial nul, de către o sarcină lineiformă întrodusă în punctul în care determinăm potenţialul. La calculul acestor sarcini se va utiliza metoda imaginilor electrice [4] iar prin formula (1) potenţialul devine cunoscut.

Pentru cazul $n = 1$ reprezentat în fig. 4 *b* obţinem pentru sarcina indusă utilizînd formula (4) expresia:

$$Q'_1 = -\frac{\tau}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

şi deci potenţialul într-un punct al cîmpului este:

$$V = \frac{V_1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \tag{6a}$$

Acest cîmp prezintă importanţă pentru că el se întîlneşte la calculul cîmpurilor plan paralele ce se stabilesc între conductoare de secţiune poligonală ce stau sub două potenţiale diferite şi cari se rezolvă prin metoda transformărilor conforme, folosind teorema lui Schwartz. Interesează deci funcţia analitică $W = U(x, y) + jV(x, y)$ a cărei parte imaginară descrie potenţialul acestui cîmp. Ea se calculează din condiţiile lui Cauchy-Riemann:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}. \tag{6}$$

Inlocuind în aceste relaţii expresia potenţialului şi integrînd obţinem:

$$W = \frac{V_1}{\pi} \ln az$$

în care a, este o constantă reală de integrare.

Prin stabilirea funcţiei analitice pentru acest cîmp se elimină o nouă transformare conformă a planului z pe planul w.

c) *Cîmpul unui plan încărcat sub diferite potenţiale.* Dacă fiecare latură a secţiunii poligonale a cîmpului amintit mai sus, are potenţial distinct, atunci prin transformarea lui Schwartz se obţine configuraţia desenată în fig. 5 şi deci trebuie determinată funcţia analitică pentru acest caz.

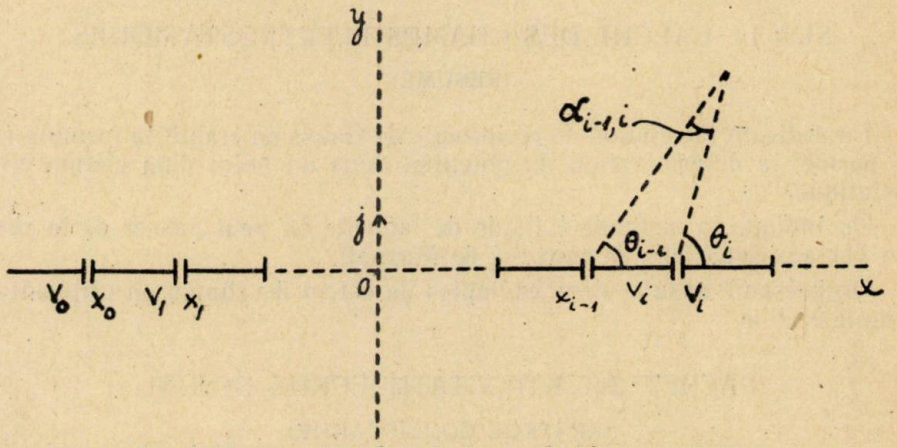


Fig. 5. Plan metalic infinit încărcat sub diferite potenţiale.

Din (4) şi (1) rezultă: $V=\sum \frac{V_i}{\pi}\alpha_{i-1,i}$ sau cu notaţiile din fig.:

$$V=V_n+\sum_{i=1}^{n}(V_{i-1}-V_i)\frac{\theta_{i-1}}{\pi}=V_n+\sum_{i=1}^{n}\frac{V_{i-1}-V_i}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{y}{x-x_{i-1}}\cdot \qquad (7)$$

Integrînd relaţiile (6) determinăm funcţia analitică în forma:

$$|W|=U+jV=\frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n}\{(V_{i-1}-V_i)\ln(z-x_{i-1})\}+K+jV_n$$

K fiind o constantă de integrare.

Relevăm din nou că prin stabilirea funcţiei analitice a acestui cîmp, se elimină transformarea conformă a planului z pe planul w, aşa cum de obicei se procedează pentru a determina funcţia analitică în planul z.

Aşadar, formula stabilită permite determinarea potenţialului pe o cale simplă, pentru o largă categorie de cîmpuri, fără a fi necesare cunoştinţe din domeniul funcţiilor analitice (ex. formula 6a şi 7). In acesta constă utilitatea ei.

BIBLIOGRAFIE

1. Pl. Andronescu, *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Curs litografiat, vol. I, 1940.
2. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Curs litografiat, vol. I, 1955.

3. V. Smait, *Electrostatica, Electrodinamica* (în limba rusă), Inostrannoi literaturî, Moscva, 1954, p. 63.
4. L. R. Neiman şi P. I. Kalantarov, *Bazele teoretice ale Electrotehnicii*. Ed. tehnică, 1956, pag. 59, 88.
5. N. E. Kocin, *Calculul vectorial şi introducere în calculul tensorial*. Ed. tehnică, 1954, pag. 241.
6. A. N. Tihonov şi A. A. Samarschi, *Ecuaţiile fizicii matematice*. Ed. tehnică, 1956, pag. 278.

SUR LE CALCUL DES CHAMPS ÉLECTROSTATIQUES

(RESUMÉ)

En utilisant la relation de réciprocité de Gauss on établit la formule (1) qui permet la détermination du potentiel dans un point d'un champ électrostatique.

On indique la méthode à l'aide de laquelle on peut passer de la relation (1) aux équations de capacité de Maxvell.

On présente ensuite deux exémples de calcul du champ en utilisant la formule établie.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе, используя отношение взаимности Гаусса, выводится формула (1), которая позволяет определить потенциал в какой либо точке электростатического поля. Указывается переход от отношения (1) к уравнению мощности Максвелля и даются два примера расчета поля при помощи выведенной формулы.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CONTRIBUŢIE PRIVIND SCHEMELE ECHIVALENTE PENTRU CUADRIPOLII PASIVI

DE

CONSTANTIN ŞORA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. Într-o lucrare anterioară s-au introdus în studiul cuadripolilor, ca mărimi caracteristice, admitanţele echivalente care rezultă la capete, atunci cînd cuadripolul cercetat este alimentat în scop de măsurătoare pe la ambele capete cu tensiuni egale, în fază şi în opoziţie [3]. Dacă tensiunile sînt egale şi în fază, raportul complex al tensiunilor de alimentare devine $k=1$, iar dacă sînt în opoziţie, $k=-1$. Admitanţele echivalente care rezultă la capete în aceste condiţiuni, se notează cu: $(y_1)_1$, $(y_2)_1$, $(y_1)_{-1}$, $(y_2)_{-1}$. Între aceste mărimi, există o relaţie de legătură:

$$(y_1)_{-1}-(y_1)_1=(y_2)_{-1}-(y_2)_1 \tag{1}$$

astfel că, numai trei sînt independente. Relaţia (1), exprimă condiţia de reciprocitate a cuadripolului pasiv, nesimetric.

Cu aceste mărimi caracteristice, matricele cuadripolului pasiv şi nesimetric devin:

$$\|y\|=\begin{Vmatrix} \dfrac{(y_1)_{-1}+(y_1)_1}{2} & -\dfrac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2} \\ \dfrac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2} & -\dfrac{(y_2)_{-1}+(y_2)_1}{2} \end{Vmatrix} \tag{2}$$

$$\|z\|=\frac{1}{Dy}\begin{Vmatrix} [(y_2)_{-1}+(y_2)_1] & -[(y_2)_{-1}-(y_2)_1] \\ [(y_2)_{-1}-(y_2)_1] & -[(y_1)_{-1}+(y_1)_1] \end{Vmatrix} \tag{3}$$

$$\|A\|=\frac{1}{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}\begin{Vmatrix} (y_2)_{-1}+(y_2) & 2 \\ Dy & (y_1)_{-1}+(y_1)_1 \end{Vmatrix} \tag{4}$$

în care :

$$Dy=(y_1)_1(y_2)_{-1}+(y_1)_{-1}(y_2)_1. \tag{5}$$

Matricea $\| y \|$, este matricea admitanţă, $\| z \|$, matricea impedanţă, iar $\| A \|$, matricea caracteristică.

Se remarcă, simplicitatea pe care o prezintă matricea admitanţă (rel. 2). Această împrejurare permite stabilirea unor scheme echivalente, pentru cuadripolii pasivi şi simetrici, ceea ce formează obiectul acestei lucrări.

2. Matricea admitanţă (rel. 2) poate fi scrisă ca sumă de două matrice componente, în următoarele alternative :

$$\| y \| = \left\| \begin{matrix} \dfrac{(y_1)_{-1}+(y_1)_1}{2} & \dfrac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2} \\ \dfrac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2} & \dfrac{(y_1)_{-1}+(y_1)_1}{2} \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -\Delta y_{sc} \end{matrix} \right\| \tag{6}$$

$$\| y \| = \left\| \begin{matrix} \dfrac{(y_2)_{-1}+(y_2)_1}{2} & \dfrac{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}{2} \\ \dfrac{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}{2} & \dfrac{(y_2)_{-1}+(y_2)_1}{2} \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} -\Delta y_{sc} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\| \tag{7}$$

în care :

$$\Delta y_{sc}=y_{2\,sc}-y_{1\,sc}=(y_2)_1-(y_1)_1=(y_2)_{-1}-(y_1)_{-1}. \tag{8}$$

Relaţiile (6), (7) exprimă faptul că, un cuadripol pasiv nesimetric, este echivalent cu un cuadripol simetric în punte şi un dipol, conectat în paralel cu bornele de ieşire (rel. (6), fig. 1 *a*), sau cu bornele de întrare (rel. (7), fig. 1 *b*). În primul caz, braţele opuse ale punţii conţin admitanţele echivalente $(y_1)_{-1}$ şi $(y_1)_1$, iar în al doilea caz, admitanţele echivalente $(y_2)_{-1}$ şi $(y_2)_1$.

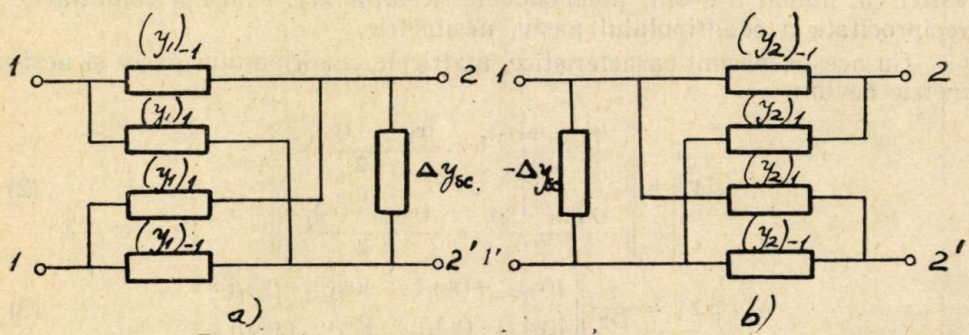
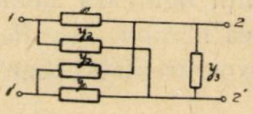
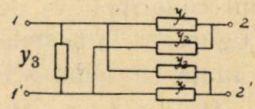
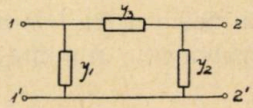
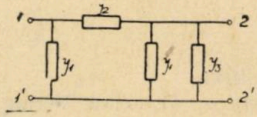
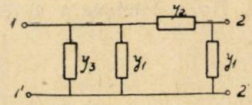
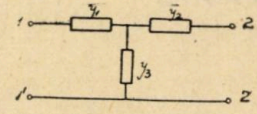
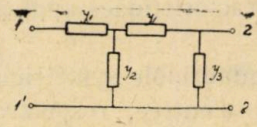
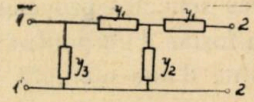


Fig. 1. Scheme în punte pentru cuadripolii nesimetrici.

Reducerea cuadripolului nesimetric la un cuadripol simetric şi un dipol, nu este partea caracteristică a schemelor echivalente din fig. 1 *a* şi

		y_1	y_2	y_3
1		$(y_1)_1$	$(y_1)_{-1}$	$(y_2)_1-(y_1)_1=$ $=(y_2)_{-1}-(y_1)_{-1}$
2		$(y_2)_{-1}$	$(y_2)_1$	$(y_2)_1-(y_2)_1=$ $=(y_1)_{-1}-(y_2)_{-1}$
3		$(y_1)_1$	$(y_2)_1$	$\frac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2}=$ $=\frac{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}{2}$
4		$(y_1)_1$	$\frac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2}=$ $=\frac{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}{2}$	$(y_2)_1-(y_1)_1=$ $=(y_2)_{-1}-(y_1)_{-1}$
5		$(y_2)_1$	$\frac{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}{2}=$ $=\frac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{2}$	$(y_1)_1-(y_2)_1=$ $=(y_1)_{-1}-(y_2)_{-1}$
6		$\frac{2(y_2)_1}{D_y}$	$\frac{2(y_1)_1}{D_y}$	$\frac{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}{D_y}=$ $=\frac{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}{D_y}$
7		$(y_1)_{-1}$	$\frac{2(y_1)_1\cdot(y_1)_{-1}}{(y_1)_{-1}-(y_1)_1}$	$(y_2)_1-(y_1)_1=$ $=(y_2)_{-1}-(y_1)_{-1}$
8		$(y_2)_{-1}$	$\frac{2(y_2)_1\cdot(y_2)_{-1}}{(y_2)_{-1}-(y_2)_1}$	$(y_1)_1-(y_2)_1=$ $=(y_1)_{-1}-(y_2)_{-1}$

1 *b*, deoarece o astfel de reducere se poate face de exemplu destul de comod şi pentru schema în π. Avantajul schemelor propuse constă în aceea că, pentru cuadripolul simetric component apare o schemă echivalentă în punte şi apoi faptul că, în braţele opuse ale punţii figurează admitanţele echivalente $(y_1)_{-1}$, $(y_1)_1$, sau $(y_2)_{-1}$, $(y_2)_1$, adică mărimi, care fie că se calculează, fie că se determină direct pe cale experimentală, pentru cuadripolul respectiv.

În literatură, se stabilesc în mod curent scheme în punte, însă pentru cuadripoli simetrici. Ele sînt apreciate în studiul cuadripolilor, deoarece introduc simplificări în calcule [1]. Dipolii care figurează în braţele opuse ale punţii, reprezintă impedanţele de oscilaţie, luate cu semn schimbat.

În funcţie de admitanţele echivalente $(y_1)_1$, $(y_1)_{-1}$, $(y_2)_1$, $(y_2)_{-1}$ se pot calcula elementele şi altor scheme echivalente. În tabela 1 sînt trecute principalele scheme echivalente, pentru cuadripolii nesimetrici. Din această tabelă se pot extrage şi datele privind schemele echivalente în punte, π şi T a cuadripolului simetric.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Feldkeller, *Vierpoltheorie.* S. Hirzel, Leipzig, 1943.
2. W. Cauer, *Theorie der linearen Wechselstromschaltungen.* Akademie Verlag, Berlin, 1954.
3. C. Şora, Despre determinarea constantelor complexe ale unui cuadripol. Studii şi Cerc. Ştiinţ., ian.—iun. 1957, t. IV, nr. 1—2, Baza Timişoara a Academiei R.P.R.

CONTRIBUTION CONCERNANT LES SCHÈMES ÉQUIVALENTS POUR LES QUADRIPOLES PASIFS

(RESUMÉ)

On établit deux schème équivalents pour les quadripôles passifs asymétriques, en utilisant de nouvelles grandeurs caractéristiques appliquées à l'étude des quadripôles.

Le quadripôle asymétrique est réduit à un quadripôle symétrique et à un dipôle connecté en dérivation aux bornes d'entrée, respectivement de sortie.

Comparés à d'autres schèmes équivalents, les schèmes proposés sont avantageux puisque le quadripôle symétrique a la forme d'un pont, dont les bras contiennent des grandeurs que l'on détermine d'une manière simple par voie expérimentale.

ОТНОСИТЕЛЬНО ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ПАССИВНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Устанавливаются две эквивалентные схемы для пассивных асимметричных четырехполюсников, исходя из новых характеристических размеров, введенных в изучение четырехполюсников.

Асимметричный четырехполюсник приведен к симметричному четырехполюснику и диполю, включенному паралельно зажимам на входе или выходе. По сравнению с другими эквивалентными схемами, предлогаемые схемы более выгодны благодаря тому, что для симметричного компонент четырехполюсника дается схема в виде моста и потому, что в плечах моста фигурируют величины, которые легко определяются экспериментальным путем.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

GENERALIZAREA METODEI REPARTIZĂRII MOMENTELOR LA CALCULUL CADRELOR SPAŢIALE

DE

CONSTANTIN CĂTUNEANU,
DECEBAL ANASTASESCU
ION MUNTEANU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. INTRODUCERE

1.1. Aplicarea metodei deplasărilor la calculul unui cadru spaţial conduce la rezolvarea unui sistem de ecuaţii cu un număr de necunoscute, egal cu numărul necesar de legături suplimentare ce trebuiesc introduse pentru a transforma sistemul iniţial într-unul denumit „primitiv", cu nodurile blocate şi fixate.

Prin blocarea unui nod spaţial k apar 3 necunoscute, componentele deplasării unghiulare (rotirii), nodului respectiv după 3 direcţii rectangulare $(\theta_{X_k}, \theta_{Y_k}, \theta_{Z_k})$.

Prin fixarea nodurilor sistemului se introduc un număr de necunoscute N, deplasările liniare distincte ale nodurilor structurii, număr egal cu gradul de libertate al sistemului cinematic obţinut prin introducerea de articulaţii în noduri.

$N = 3n - b$ unde:

n = numărul nodurilor exclusiv reazemele;

b = numărul barelor structurii.

In calcule se neglijează influenţa forţelor axiale şi tăietoare asupra deformaţiilor barelor.

Pentru o mai mare claritate a expunerii se consideră sistemul din (fig. 1).

Ecuaţiile de condiţie se prezintă sub următoarea formă: (1)

$$
\left.
\begin{aligned}
&(\sum M_{X_k}=0)\ r_{X_kX_k}\cdot\theta_{X_k}+r_{X_kY_k}\cdot\theta_{Y_k}+r_{X_kZ_k}\cdot\theta_{Z_k}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{X_kX_l}\cdot\theta_{X_l}+\\
&\qquad+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{X_kY_l}\cdot\theta_{Y_l}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{X_kZ_l}\cdot\theta_{Z_l}+\sum_{L=I}^{L=N} r_{X_kL}\cdot\delta_L+R_{X_k}=0.\\
&(\sum M_{Y_k}=0)\ r_{Y_kX_k}\cdot\theta_{X_k}+r_{Y_kY_k}\cdot\theta_{Y_k}+r_{Y_kZ_k}\cdot\theta_{Z_k}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{Y_kX_l}\cdot\theta_{X_l}+\\
&\qquad+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{Y_kY_l}\cdot\theta_{Y_l}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{Y_kZ_l}\cdot\theta_{Z_l}+\sum_{L=I}^{L=N} r_{Y_kL}\cdot\delta_L+R_{Y_k}=0.\\
&(\sum M_{Z_k}=0)\ r_{Z_kX_k}\cdot\theta_{X_k}+r_{Z_kY_k}\cdot\theta_{Y_k}+r_{Z_kZ_k}\cdot\theta_{Z_k}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{Z_kX_l}\cdot\theta_{X_l}+\\
&\qquad+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{Z_kY_l}\cdot\theta_{Y_l}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{l=n} r_{Z_kZ_l}\cdot\theta_{Z_l}+\sum_{L=I}^{L=N} r_{Z_kL}\cdot\delta_L+R_{Z_k}=0.\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&(\sum D_H=0)\ \sum_{l=1}^{l=n} r_{HX_l}\cdot\theta_{X_l}+\sum_{l=1}^{l=n} r_{HY_l}\cdot\theta_{Y_l}+\sum_{l=1}^{l=n} r_{HZ_l}\cdot\theta_{Z_l}+r_{HH}\cdot\delta_H+\\
&\qquad+\sum_{\substack{L=I\\ L\neq H}}^{L=N} r_{HL}\cdot\delta_L+R_H=0.
\end{aligned}
\right\}\quad(1)
$$

In care:

$r_{X_kY_k}$ = momentul după direcţia X_k datorită acţiunii $\theta_{Y_k}=1$

r_{HX_l} = forţa de deviaţie după direcţia H datorită acţiunii $\theta_{X_l}=1$

r_{HL} = forţa de deviaţie după direcţia H datorită acţiunii $\delta_L=1$

R_H = forta de deviaţie după direcţia H datorită acţiunii sarcinilor direct aplicate.

Primele 3 ecuaţii reprezintă condiţiile de echilibru ale momentelor în nodul k după fiecare din direcţiile X_k, Y_k, Z_k. In mod similar se scriu ecuaţiile de echilibru ale momentelor după direcţiile X_l, Y_l, Z_l pentru fiecare nod l ($l=1, 2 \ldots n$; $l\neq k$) în parte.

Ultima ecuaţie reprezintă condiţia de echilibru a forţelor de deviaţie după legătura simplă de fixare H. In mod similar se scriu condiţiile de echilibru a forţelor de deviaţie după fiecare legătură simplă de fixare L ($L=$I, II .... N; $L\neq H$) în parte.

1.2. Sistemul de $3n+N$ ecuaţii (1) poate fi rezolvat printr-un procedeu oarecare (Gauss) sau prin iteraţie.

Pentru a desface sistemul (1) în sisteme minore, în cazul rezolvării printr-un procedeu oarecare și deoarece, în general, în cazul rezolvării prin iterație, convergența sistemelor cu noduri deplasabile este redusă, calculul se efectuează în două trepte:

1.2.1. Treapta I-a, în care nodurile structurii au doar posibilitatea de a se roti, fără a se deplasa liniar, deci se consideră fixe. In această situație $\delta_L = 0$ și rezolvînd sistemul de ecuații (1) se obțin valorile (pentru un nod oarecare k) $\theta^*_{X_k}$, $\theta^*_{Y_k}$, $\theta^*_{Z_k}$.

1.2.2. Treapta II-a, în care nodurile sistemului au și posibilitatea de a se deplasa liniar. Se dau pe rînd structurii deformații arbitrare, după fiecare din legăturile suplimentare de fixare ale nodurilor. Pentru o deformație arbitrară Δ_L, după direcția unei legături simple suplimentare L, (de obicei $\Delta_L = 1$) menținînd, în același timp, fixe celelalte legături simple ($\delta_1 = \ldots = \delta_N = 0$) și, considerînd $R_{X_l} = R_{Y_l} = R_{Z_l} = 0$ (unde $l = 1, 2, \ldots n$), se obține din rezolvarea sistemului (1), pentru același nod oarecare k, valorile $\theta^L_{X_k}$, $\theta^L_{Y_k}$, $\theta^L_{Z_k}$.

1.2.3. Valorile finale ale rotirilor, după axele X_k, Y_k, Z_k, în nodul k vor fi:

$$\left.\begin{aligned} \theta_{X_k} &= \theta^*_{X_k} + \sum_{L=I}^{L=N} C_L \cdot \theta^L_{X_k} \\ \theta_{Y_k} &= \theta^*_{Y_k} + \sum_{L=I}^{L=N} C_L \cdot \theta^L_{Y_k}; \quad C_L = \frac{\delta_L}{\Delta_L} \\ \theta_{Z_k} &= \theta^*_{Z_k} + \sum_{L=I}^{L=N} C_L \cdot \theta^L_{Z_k} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Inlocuind aceste valori în ecuațiile de condiție ale forțelor de deviație ($D_L = 0$) unde $L = \mathrm{I}, \mathrm{II} \ldots N$, se obține sistemul de ecuații, din rezolvarea căruia rezultă coeficienții de corecție pentru deformațiile liniare (C_L).

1.2.4. In funcție de valorile, finale θ_{X_k}, θ_{Y_k}, θ_{Z_k} și δ_L se obțin apoi, prin relații de transformare, momentele echilibrate din capetele barelor structurii.

1.2.5. Rezolvarea sistemului de ecuații (1) atît în treapta I cît și în treapta II (pentru fiecare caz în parte $\Delta_L = 1$) se face de obicei prin aproximații succesive (iterație).

Operarea în calculele iterative se poate face cu:

— Rotirile nodurilor.

— Momentele în capetele barelor.

In lucrarea prezentă se tratează numai ultimul caz.

1.2.6. Dacă rezolvarea sistemului de ecuații (1) se face într-o singură schemă iterativă [7], se elimină cele N scheme de echilibrare a momentelor de încastrare perfectă din deplasările nodurilor și de asemenea și rezolvarea sistemului de N ecuații pentru determinarea coeficienților de corecție C_L.

Deoarece însă, în acest caz convergenţa sistemului (1) este redusă, este necesar un număr mult mai mare de iteraţii decît în cazul considerării structurii cu nodurile fixe. Rezultă că rezolvarea într-o singură schemă este preferabilă celei expuse în lucrarea prezentă, în cazurile cînd se urmăreşte atingerea unor rezultate aproximative, numărul iteraţiilor putînd fi redus la aproximaţia dorită.

2. TREAPTA I-a

2.1. Se consideră structura spaţială din (fig. 1) cu nodurile blocate şi fixate, sub acţiunea sarcinilor exterioare. Rezolvarea sistemului de ecuaţii se face iterativ, ceea ce corespunde echilibrării succesive a nodurilor.

Astfel, de exemplu, se deblochează numai nodul k, menţinîndu-se celelalte noduri blocate. Sistemul de ecuaţii (1) devine în acest caz:

$$\theta_{X_l}=\theta_{Y_l}=\theta_{Z_l}=0; \quad \delta_L=0$$

$$\left.\begin{aligned} r_{X_kX_k}\cdot\theta_{X_k}+r_{X_kY_k}\cdot\theta_{Y_k}+r_{X_kZ_k}\cdot\theta_{Z_k}+R_{X_k}=0\\ r_{Y_kX_k}\cdot\theta_{X_k}+r_{Y_kY_k}\cdot\theta_{Y_k}+r_{Y_kZ_k}\cdot\theta_{Z_k}+R_{Y_k}=0\\ r_{Z_kX_k}\cdot\theta_{X_k}+r_{Z_kY_k}\cdot\theta_{Y_k}+r_{Z_kZ_k}\cdot\theta_{Z_k}+R_{Z_k}=0\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Făcînd înlocuirile de mai jos (conform notaţiilor din fig. 2):

$$\left.\begin{aligned} r_{X_kX_k}&=\sum_k (K_{kl,1}\cdot\alpha_{kl,1})\,\alpha_{kl,1}+\sum_k (K_{kl,2}\cdot\alpha_{kl,2})\,\alpha_{kl,2}+\\ &+\sum_k (K_{kl,3}\cdot\alpha_{kl,3})\,\alpha_{kl,3}=\sum_k K_{kl,a}\cdot\alpha^2_{kl,a}=\sum_k K\alpha^2 \qquad a=1,2,3;\\ r_{X_kY_k}&=\sum_k (K_{kl,1}\cdot\beta_{kl,1})\,\alpha_{kl,1}+\sum_k (K_{kl,2}\cdot\beta_{kl,2})\,\alpha_{kl,2}+\\ &+\sum_k (K_{kl,3}\cdot\beta_{kl,3})\,\alpha_{kl,3}=\sum_k K_{kl,a}\cdot\beta_{kl,a}\cdot\alpha_{kl,a}=\sum_k K\beta\alpha\\ &\qquad a=1,\ 2,\ 3;\\ r_{X_kZ_k}&=\sum_k (K_{kl,1}\cdot\gamma_{kl,1})\,\alpha_{kl,1}+\sum_k (K_{kl,2}\cdot\gamma_{kl,2})\,\alpha_{kl,2}+\\ &+\sum_k (K_{kl,3}\cdot\gamma_{kl,3})\,\alpha_{kl,3}=\sum_k K_{kl,a}\cdot\gamma_{kl,a}\cdot\alpha_{kl,a}=\sum_k K\gamma\alpha\\ &\qquad a=1,\ 2,\ 3.\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

In care:

$a=(1,\ 2)$ direcţiile principale de încovoiere ale secţiunii transversale şi (3) direcţia normală pe secţiunea transversală, în centrul de greutate a acesteia. Se vor denumi pe scurt direcţii principale.

$K_{kl,a}=$ rigiditatea barei kl în capătul k şi după direcţia axei a.

$\alpha_{kl,a}=$ cosinusul director al direcţiei principale a, din capătul k al barei kl, faţă de axa X.

Sistemul de ecuaţii devine:

$$\left.\begin{aligned}
&\theta_{X_k}\sum_k K\alpha^2+\theta_{Y_k}\sum_k K\beta\alpha+\theta_{Z_k}\sum_k K\gamma\alpha+R_{X_k}=0\\
&\theta_{X_k}\sum_k K\alpha\beta+\theta_{Y_k}\sum_k K\beta^2+\theta_{Z_k}\sum_k K\gamma\beta+R_{Y_k}=0\\
&\theta_{X_k}\sum_k K\alpha\gamma+\theta_{Y_k}\sum_k K\beta\gamma+\theta_{Z_k}\sum_k K\gamma^2+R_{Z_k}=0
\end{aligned}\right\}\qquad(5)$$

Acesta este *„sistemul caracteristic"* al nodului k.

Se trece, în continuare, la rezolvarea sistemului (5), ceea ce echivalează cu echilibrarea nodului k.

2.2. Procedeul I [3]

Din rezolvarea sistemului se obţin primele valori ale rotirilor după direcţiile X, Y, Z: $\theta^{(1)}_{X_k}$, $\theta^{(1)}_{Y_k}$, $\theta^{(1)}_{Z_k}$. In funcţie de acestea se obţin momentele echilibrate din capetele barelor ce concură în nodul k, reprezentînd primele corecţii aduse valorilor iniţiale (mom. de încastrare perfectă):

$$\left.\begin{aligned}
&M^r_{kl,1}=K_{kl,1}\cdot\theta_{kl,1}=K_{kl,1}(\theta^{(1)}_{X_k}\cdot\alpha_{kl,1}+\theta^{(1)}_{Y_k}\cdot\beta_{kl,1}+\theta^{(1)}_{Z_k}\cdot\gamma_{kl,1})\\
&M^r_{kl,2}=K_{kl,2}\cdot\theta_{kl,2}=K_{kl,2}(\theta^{(1)}_{X_k}\cdot\alpha_{kl,2}+\theta^{(1)}_{Y_k}\cdot\beta_{kl,2}+\theta^{(1)}_{Z_k}\cdot\gamma_{kl,2})\\
&M^r_{kl,3}=K_{kl,3}\cdot\theta_{kl,3}=K_{kl,3}(\theta^{(1)}_{X_k}\cdot\alpha_{kl,3}+\theta^{(1)}_{Y_k}\cdot\beta_{kl,3}+\theta^{(1)}_{Z_k}\cdot\gamma_{kl,3})
\end{aligned}\right\}\qquad(6)$$

Se transmit apoi aceste momente la capetele opuse ale barelor, multiplicîndu-le cu coeficienţii de transmitere a momentelor, a căror expresii se vor da în continuare.

Se blochează nodul echilibrat k, în poziţia deformată şi se trece la echilibrarea unui nod alăturat l, deblocîndu-l. Asupra acestuia acţionează momentele de încastrare perfectă, datorită încărcării exterioare şi momentele transmise de la nodul k. Urmează a se calcula, prin proiecţii pe axele X, Y, Z, rezultantele acestor momente, adică: R_{X_l}, R_{Y_l}, R_{Z_l} şi apoi după rezolvarea „sistemului caracteristic" nodului l se obţin rotirile: $\theta^{(1)}_{X_l}$, $\theta^{(1)}_{Y_l}$, $\theta^{(1)}_{Z_l}$.

In continuare, se procedează întocmai ca şi la nodul k.

La sfîrşitul operaţiilor de echilibrare se obţin valorile momentelor de încovoiere echilibrate ale capetelor de bară solidare cu nodul (acţiuni pe nod):

$$\left.\begin{aligned}
&M_{kl,1}=\mathfrak{M}_{kl,1}+\sum M^r_{kl,1}+\sum M^t_{kl,1}\\
&M_{kl,2}=\mathfrak{M}_{kl,2}+\sum M^r_{kl,2}+\sum M^t_{kl,2}\\
&M_{kl,3}=\mathfrak{M}_{kl,3}+\sum M^r_{kl,3}+\sum M^t_{kl,3}
\end{aligned}\right\}\qquad(7)$$

2.3. Procedeul II [6]

Pentru a se evita rezolvarea directă a sistemului de 3 ecuaţii cu 3 necunoscute la fiecare echilibrare a nodurilor, se calculează de la început coefi-

cienţii de repartizare ai momentelor în fiecare nod, pentru fiecare capăt de bară şi după fiecare din direcţiile axelor *1*, *2*, *3*, datorită acţiunii unor momente unitare, separat după fiecare direcţie X_k, Y_k, Z_k.

Astfel, de exemplu, se consideră $R_{X_k}=1$; $R_{Y_k}=R_{Z_k}=0$ şi se rezolvă sistemul caracteristic (5) obţinîndu-se valorile: $\theta_{X_kX_k}$, $\theta_{Y_kX_k}$, $\theta_{Z_kX_k}$. In funcţie de aceste rotiri se obţin valorile momentelor în capetele barelor, conform (6); care devin astfel coeficienţii de repartizare ai momentelor pentru cazul unei acţiuni $R_{X_k}=1.R_{Y_k}=R_{Z_k}=0$.

$$\left.\begin{aligned}
\overline{m}_{kl,1,X_k}&=K_{kl,1}\cdot\theta_{kl,1,X_k}=K_{kl,1}(\theta_{X_kX_k}\cdot\alpha_{kl,1}+\theta_{Y_kX_k}\cdot\beta_{kl,1}+\theta_{Z_kX_k}\cdot\gamma_{kl,1})\\
\overline{m}_{kl,2,X_k}&=K_{kl,2}\cdot\theta_{kl,2,X_k}=K_{kl,2}(\theta_{X_kX_k}\cdot\alpha_{kl,2}+\theta_{Y_kX_k}\cdot\beta_{kl,2}+\theta_{Z_kX_k}\cdot\gamma_{kl,2})\\
\overline{m}_{kl,3,X_k}&=K_{kl,3}\cdot\theta_{kl,3,X_k}=K_{kl,3}(\theta_{X_kX_k}\cdot\alpha_{kl,3}+\theta_{Y_kX_k}\cdot\beta_{kl,3}+\theta_{Z_kX_k}\cdot\gamma_{kl,3})
\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

In mod similar se obţin pentru cazul $R_{Y_k}=1$; $R_{X_k}=R_{Z_k}=0$

$$\overline{m}_{kl,a,Y_k}=K_{kl,a}\cdot\theta_{kl,a,Y_k}=K_{kl,a}(\theta_{X_kY_k}\cdot\alpha_{kl,a}+\theta_{Y_kY_k}\cdot\beta_{kl,a}+\theta_{Z_kY_k}\cdot\gamma_{kl,a})\quad(9)$$

şi pentru cazul $R_{Z_k}=1$; $R_{X_k}=R_{Y_k}=0$

$$\overline{m}_{kl,a,Z_k}=K_{kl,a}\cdot\theta_{kl,a,Z_k}=K_{kl,a}(\theta_{X_kZ_k}\cdot\alpha_{kl,a}+\theta_{Y_kZ_k}\cdot\beta_{kl,a}+\theta_{Z_kZ_k}\cdot\gamma_{kl,a}).\quad(10)$$

Cunoscînd R_{X_k}, R_{Y_k}, R_{Z_k} se repartizează aceste valori succesiv capetelor de bară din nodul respectiv, după fiecare direcţie principală *1*, *2*, *3*, multiplicîndu-le cu coeficienţii de repartiţie respectivi de mai sus.

Momentele repartizate se transmit apoi la capetele opuse ale barelor şi se trece în continuare la echilibrarea nodurilor vecine.

2.4. In general procedeul I este mai avantajos, deoarece la sfîrşitul operaţiilor iterative se pot cunoaşte şi rotirile nodurilor echilibrate

$$\left.\begin{aligned}
\theta^{*}_{X_k}&=\theta^{(1)}_{X_k}+\theta^{(2)}_{X_k}+\ldots+\theta^{(n)}_{X_k}\\
\theta^{*}_{Y_k}&=\theta^{(1)}_{Y_k}+\theta^{(2)}_{Y_k}+\ldots+\theta^{(n)}_{Y_k}\\
\theta^{*}_{Z_k}&=\theta^{(1)}_{Z_k}+\theta^{(2)}_{Z_k}+\ldots+\theta^{(n)}_{Z_k}
\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

Rotirea finală a nodului respectiv, în poziţia de echilibru elastic a structurii, se obţine din relaţia (2).

2.5. Convenţia de semne.

2.5.1. In privinţa convenţiei de semne, după alegerea unui sistem de axe trirectangular *XYZ*, orientat într-un mod oarecare, se consideră pozitive acele momente care rotesc în sensul orar în jurul axei respective, observatorul culcat pe axă avînd privirea către originea axelor (fig. 3).

2.5.2. Aceeaşi convenţie se păstrează şi pentru direcţiile principale $a=1,2,3$ ale fiecărei secţiuni de bară în nodul respectiv. Semnele cosinilor directori $\alpha_{kl,a}$, $\beta_{kl,a}$, $\gamma_{kl,a}$ rezultă în funcţie de orientarea direcţiilor principale ale secţiunii *k*, a barei *kl*, în raport cu sistemul de axe *XYZ*.

3. RIGIDITAŢILE ABSOLUTE ŞI COEFICIENŢII DE TRANSMITERE

3.1. Se numeşte rigiditate absolută a barei kl pentru capătul k şi după direcţia principală a, momentul încovoietor care trebuie aplicat în acest capăt şi după aceeaşi direcţie principală, pentru a produce în k o rotire $\theta_{kl,a}=1$.

3.1.1. $a=1,2$.

3.1.1.1. Capătul opus l al barei kl este perfect încastrat. (fig. 4).

Aplicînd metoda eforturilor se poate scrie:

$$\left.\begin{aligned} K_{kl,a}\cdot\delta_{kk,a}+M^t_{lk,a}\cdot\delta_{kl,a}&=1\\ K_{kl,a}\cdot\delta_{lk,a}+M^t_{lk,a}\cdot\delta_{ll,a}&=0\end{aligned}\right\}$$

de unde rezultă:

$$K_{kl,a}=\frac{\delta_{ll,a}}{\delta_{kk,a}\cdot\delta_{ll,a}-\delta_{kl,a}\cdot\delta_{lk,a}};\quad M^t_{lk,a}=\frac{\delta_{lk,a}}{\delta_{kk,a}\cdot\delta_{ll,a}-\delta_{kl,a}\cdot\delta_{lk,a}};\tag{12}$$

3.1.1.2. Capătul opus l al barei kl este articulat ($M_{lk}=0$). (fig. 5).

Rezolvînd ecuaţia de echilibru a deplasărilor în capătul k după direcţia a:

$$K_{kl,a}\cdot\delta_{kk,a}=1$$

se obţine:

$$K_{kl,a}=\frac{1}{\delta_{kk,a}}\tag{13}$$

3.1.2. $a=3$; (fig. 6).

Se poate scrie:

$$K_{kl,a}\cdot\delta_{kk,a}=1$$

$$K_{kl,a}=\frac{1}{\delta_{kk,a}}=\frac{G}{\int_0^l\frac{dx}{\mathfrak{J}_{x,a}}}\tag{14}$$

Dacă se multiplică cu $\frac{1}{4E}$ valorile $K_{kl,a}$ de mai sus, se obţin rigiditătile practice de calcul $\rho_{kl,a}$.

3.2. Se numeşte coeficient de transmitere $t^{(M_a)}_{k\to l}$ de la capătul k spre capătul l, după direcţia principală a, raportul momentelor $M^t_{lk,a}$ şi $K_{kl,a}$.

3.2.1. $a=1,2$.

3.2.1.1. Capătul opus l al barei kl este perfect încastrat.

$$t^{(M_a)}_{k\to l}=\frac{\delta_{lk,a}}{\delta_{ll\ a}}\tag{15}$$

dacă se ţine seama de regula de semne din metoda deplasărilor.

3.2.1.2. Capătul opus l al barei kl este articulat

$$t^{(M_a)}_{k\to l}=0\tag{16}$$

3.2.2. $a=3$.

$$t_{k\to l}^{(M_a)} = \frac{-M_{lk,\,a}^{t}}{K_{kl,\,a}} = -1 \tag{17}$$

3.3. In cazul barelor cu vute, sînt date, în literatura tehnică, expresiile valorilor $K_{kl,a}$, $t_{k\to l}^{(M_a)}$, $\mathfrak{M}_{kl,a}$ şi tabele de calcul [1], [2].

3.4. Rapiditatea convergenţei sistemului de ecuaţii (1) rezolvat în două trepte de calcul, fiind funcţie de variaţia secţiunii barelor şi de coeficienţii de transmitere ai barelor torsionate $[t_{k\to l}^{(M_a)} = -1]$ numărul operaţiilor iterative va fi minim la barele cu secţiune constantă şi cu rigiditatea la torsiune minimă [1].

4. DETERMINAREA MOMENTELOR DE INCASTRARE PERFECTĂ

4.1. $a=1,2$.

4.1.1. Bara kl încastrată perfect la cele două capete (fig. 7).

Scriind condiţiile de echilibru ale deplasărilor după direcţia a a secţiunii transversale în capetele k şi l se obţine sistemul de ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{kk,\,a}\cdot\mathfrak{M}_{kl,\,a}+\delta_{kl,\,a}\cdot\mathfrak{M}_{lk,\,a}+\Delta_{kp,\,a}=0 \\ \delta_{lk,\,a}\cdot\mathfrak{M}_{kl,\,a}+\delta_{ll,\,a}\cdot\mathfrak{M}_{lk,\,a}+\Delta_{lp,\,a}=0 \end{aligned}\right\}$$

de unde rezultă:

$$\mathfrak{M}_{kl,a}=\frac{\Delta_{kp,a}\cdot\delta_{ll,\,a}-\Delta_{lp,a}\cdot\delta_{kl,a}}{\delta_{kk,\,a}\cdot\delta_{ll,\,a}-\delta_{lk,a}\cdot\delta_{kl,a}}\,; \quad \mathfrak{M}_{lk,\,a}=\frac{\Delta_{lp,a}\cdot\delta_{kk}-\Delta_{kp,a}\cdot\delta_{lk,a}}{\delta_{kk,\,a}\cdot\delta_{ll,\,a}-\delta_{lk,a}\cdot\delta_{kl,a}}\,. \tag{18}$$

4.1.2. Bara kl încastrată perfect în k şi articulată în l fig. 8). Se poate scrie:

$$\delta_{kk,\,a}\cdot\mathfrak{M}_{kl,\,a}+\Delta_{kp,\,a}=0.$$

Rezultă:

$$\mathfrak{M}_{kl,\,a}=-\frac{\Delta_{kp,a}}{\delta_{kk,\,a}} \tag{19}$$

4.2. $a=3$ (fig. 9).

Scriind ecuaţia de continuitate a fibrei medii după direcţia a în capătul k, se obţine:

$$\delta_{kk,\,a}\cdot\mathfrak{M}_{kl,\,a}+\Delta_{kp,\,a}=0$$

de unde rezultă:

$$\mathfrak{M}_{kl,a}=-\frac{\Delta_{kp,\,a}}{\delta_{kk,\,a}} \tag{20}$$

unde

$$\Delta_{kp,\,a}=\int_0^l \frac{M_{xp,\,a}\cdot\overline{M}_{xk,\,a}}{G\mathfrak{J}_{x,\,a}}\,dx=\frac{1}{G}\int_0^l M_{xp,\,a}\,\frac{dx}{\mathfrak{J}_{x,\,a}}\,;$$

$$\delta_{kk,\,a}=\int_0^l \frac{\overline{M}_{xk,\,a}}{G\mathfrak{J}_{x,\,a}}\,dx=\frac{1}{G}\int_0^l \frac{dx}{\mathfrak{J}_{x,\,a}}\,;$$

In mod similar se obţine pentru capătul l:

$$\mathfrak{M}_{lk,a} = -\frac{\Delta_{lp,a}}{\delta_{ll,a}} \tag{21}$$

5. TREAPTA II-a

5.1. Sistemului cu nodurile blocate şi descărcat de sarcinile direct aplicate ($R_{X_k} = R_{Y_k} = R_{Z_k} = 0$) i se dau pe rînd deformaţii liniare arbitrare Δ_L (de obicei $\Delta_L = 1$) după fiecare din legăturile suplimentare de fixare.

Datorită deplasărilor relative ale capetelor de bară apar momente de încastrare perfectă în capetele acestora, a căror expresie se va da în continuare.

Se echilibrează aceste momente printr-unul din procedeele amintite şi se obţin astfel momentele echilibrate $M^L_{kl,a}$ unde $L = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \mathrm{III} \ldots N$.

Expresia finală a momentelor echilibrate din capetele barelor, se obţine prin însumarea valorilor din treapta I-a şi a II-a:

$$M_{kl,a} = M^*_{kl,a} + \sum_{L=\mathrm{I}}^{L=N} C_L \cdot M^L_{kl,a} \tag{22}$$

Determinarea coeficienţilor C_L de corecţie ai deformaţiilor liniare arbitrare se poate face prin:

— Metoda lucrului mecanic virtual

— Metoda forţelor de deviaţie.

5.2. *Metoda lucrului mecanic virtual.*

In poziţia de echilibru a cadrului, se transformă nodurile acestuia în articulaţii şi pentru restabilirea echilibrului static se introduc în capetele barelor momentele echilibrate (22).

Se dau pe rînd sistemului cinematic, obţinut prin introducerea articulaţiilor, deplasări infinitesimale compatibile cu legăturile sale şi se scrie pentru fiecare deplasare de acest gen lucrul mecanic total, care trebuie să fie nul.

Se obţine astfel un sistem de N ecuaţii cu N necunoscute, din rezolvarea căruia se obţin valorile coeficienţilor de corecţie C_L.

Este indicat să se aleagă ca deplasări virtuale chiar deformaţiile date anterior cadrului, cu nodurile blocate, după direcţiile legăturilor liniare suplimentare, deoarece elementele geometrice sînt gata calculate.

Sistemul general de ecuaţii va avea forma:

$$\left.\begin{array}{l} C_{\mathrm{I}} L^{\mathrm{I}}_{\mathrm{I}} + C_{\mathrm{II}} L^{\mathrm{II}}_{\mathrm{I}} + \ldots + C_N L^N_{\mathrm{I}} + L^*_{\mathrm{I}} = 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ C_{\mathrm{I}} L^{\mathrm{I}}_N + C_{\mathrm{II}} L^{\mathrm{II}}_N + \ldots + C_N L^N_N + L^*_N = 0 \end{array}\right\} \tag{23}$$

unde

$$L^{\mathrm{I}}_N = \sum_S M^{\mathrm{I}}_{kl,a} \cdot \theta^N_{kl,a} \tag{24}$$

$$; \ a = 1,2$$

$$L^*_N = \sum_S F_k \cdot \delta^N_k + \sum_S M^*_{kl,a} \cdot \theta^N_{kl,a} \tag{25}$$

5.3. *Metoda forţelor de deviaţie.*

In aceeaşi poziţie de echilibru a structurii se scrie că forţele de deviaţie după fiecare din legăturile simple suplimentare sînt nule. Se obţine astfel un sistem de N ecuaţii cu N necunoscute, coeficienţii de corecţie C_L.

Sistemul general de ecuaţii va avea forma:

$$\left.\begin{array}{l} C_{\mathrm{I}} D_{\mathrm{I}}^{\mathrm{I}} + C_{\mathrm{II}} D_{\mathrm{I}}^{\mathrm{II}} + \ldots + C_N D_{\mathrm{I}}^{N} + D_{\mathrm{I}}^{*} = 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ C_{\mathrm{I}} D_{N}^{\mathrm{I}} + C_{\mathrm{II}} D_{N}^{\mathrm{II}} + \ldots + C_N D_{N}^{N} + D_{N}^{*} = 0 \end{array}\right\} \tag{26}$$

unde

$$D_N^{*} = D_N^{F} + D_N^{M*} \tag{27}$$

Forţele de deviaţie D_N^L se calculează întocmai ca şi la o structură spaţială avînd toate barele articulate în noduri şi încărcată numai la noduri cu forţele tăietoare (acţiuni pe nod) datorită momentelor încovoietoare din capetele barelor. Se poate utiliza metoda secţiunilor, a izolării nodurilor, sau a înlocuirii barelor, aplicate grinzilor cu zăbrele spaţiale.

La calculul forţelor de deviaţie D_N^* intervine în noduri şi acţiunea sarcinilor direct aplicate pe structură.

6. RECIPROCITATEA COEFICIENŢILOR IN ECUAŢIILE (23) ŞI (26)

6.1. Se consideră deformaţia Δ_H după direcţia legăturii suplimentare H. In urma deplasării nodurilor blocate apar momente de încastrare perfectă, care prin deblocarea succesivă a nodurilor, se echilibrează, obţinîndu-se momentele în capetele barelor $M_{kl,a}^H$.

După direcţiile legăturilor simple de fixare L apar, datorită momentelor $M_{kl,a}^H$ forţele de deviaţie D_L^H.

Dacă se introduc articulaţii în toate nodurile structurii şi se dă acesteia o deplasare virtuală $\bar{\Delta}_G$, după direcţia legăturii simple de fixare G, fig. 10, se obţine lucrul mecanic:

$$D_G^H \cdot \bar{\Delta}_G = \int_S M_{kl,a}^H \cdot d\bar{\theta}_{kl,a}^G = \int_S M_{kl,a}^H \cdot \bar{M}_{kl,a}^G \frac{dx}{E\mathfrak{J}_{x,a}} = \sum_S M_{kl,a}^H \cdot \bar{\theta}_{kl,a}^G = L_G^H. \tag{28}$$
$$a = 1, 2$$

6.2. Dacă se consideră acum deformaţia Δ_G după direcţia legăturii suplimentare G, în urma echilibrării momentelor de încastrare perfectă din capetele barelor, se obţin momentele echilibrate $M_{kl,a}^G$ şi după direcţiile legăturilor suplimentare, forţele de deviaţie D_L^G.

Dînd structurii, cu nodurile articulate, deplasarea virtuală $\bar{\Delta}_H$, după direcţia legăturii simple H (fig. 11), se obţine lucrul mecanic:

$$D_H^G \cdot \bar{\Delta}_H = \int_S M_{kl,a}^G \cdot d\bar{\theta}_{kl,a}^H = \int_S M_{kl,a}^G \cdot \bar{M}_{kl,a}^H \frac{dx}{E\mathfrak{J}_{x,a}} = \sum_S M_{kl,a}^G \cdot \bar{\theta}_{kl,a}^H = L_H^G. \tag{29}$$
$$a = 1, 2.$$

6.3. Dacă se alege $\Delta_H = \bar{\Delta}_H$ şi $\Delta_G = \bar{\Delta}_G$ se obţine $D_G^H \cdot \bar{\Delta}_G = D_H^G \cdot \bar{\Delta}_H$ sau

$$L_G^H = L_H^G. \tag{30}$$

6.4. Dacă se consideră în plus:

$$\Delta_H = \bar{\Delta}_H = \Delta_G = \bar{\Delta}_G = \Delta$$

se obţine

$$D_G^H = D_H^G \tag{31}$$

In general se ia $\Delta = 1$.

7. MOMENTE DE INCASTRARE PERFECTĂ DATORITĂ DEPLASĂRII NODURILOR ($a = 1, 2$)

7.1. Capătul opus l al barei kl este perfect încastrat (fig. 12).

Aplicînd metoda eforturilor, se poate scrie:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{kk,a} \cdot \mathfrak{M}_{kl,a}^L + \delta_{kl,a} \cdot \mathfrak{M}_{lk,a}^L &= \frac{\Delta_{kl,a}}{l_{kl}} \\ \delta_{lk,a} \cdot \mathfrak{M}_{kl,a}^L + \delta_{ll,a} \cdot \mathfrak{M}_{kl,a}^L &= -\frac{\Delta_{kl,a}}{l_{kl}} \end{aligned}\right\}$$

de unde rezultă:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{kl,a}^L &= \frac{\delta_{ll,a} + \delta_{kl,a}}{\delta_{kk,a} \cdot \delta_{ll,a} - \delta_{lk,a} \cdot \delta_{kl,a}} \cdot \frac{\Delta_{kl,a}}{l_{kl}} \\ \mathfrak{M}_{lk,a}^L &= -\frac{\delta_{kk,a} + \delta_{lk,a}}{\delta_{kk,a} \cdot \delta_{ll,a} - \delta_{lk,a} \cdot \delta_{kl,a}} \cdot \frac{\Delta_{kl,a}}{l_{kl}}. \end{aligned} \tag{33}$$

7.2. Capătul opus al barei k este articulat ($\mathfrak{M}_{kl,a} = 0$)

Se poate scrie (fig. 13):

$$\delta_{kk,a} \cdot \mathfrak{M}_{kl,a}^L = \frac{\Delta_{kl,a}}{l_{kl}} \tag{34}$$

de unde rezultă

$$\mathfrak{M}_{kl,a}^L = \frac{1}{\delta_{kk,a}} \cdot \frac{\Delta_{kl,a}}{l_{kl}}. \tag{35}$$

8. SIMPLIFICĂRI

8.1. *Simplificări prin alegerea sistemului de axe.*

In scopul de a uşura rezolvarea sistemului caracteristic al nodului, (5) se prezintă, pentru diferite tipuri de cadre, orientarea axelor XYZ.

8.1.1. Cadre de tipul I.

Se numesc cadre de tipul I acelea ale căror bare formează între ele unghiuri de 90° (structuri tip edificiu).

Pentru aceste tipuri de cadre se recomandă sistemul de axe din (fig. 14) deoarece în acest caz:

$$\sum K\alpha\beta = \sum K\alpha\gamma = \sum K\beta\gamma = 0 \tag{37}$$

şi sistemul (5) devine:

$$\begin{aligned} \theta_{X_k} \sum_k K\alpha^2 + R_{X_k} = 0 \\ \theta_{Y_k} \sum_k K\beta^2 + R_{Y_k} = 0 \\ \theta_{Z_k} \sum_k K\gamma^2 + R_{Z_k} = 0 \end{aligned} \tag{37}$$

de unde rezultă $\theta_{X_k} = -\frac{R_{X_k}}{\sum_k K\alpha^2}$ etc.

Dacă axele *1, 2* ale barei orientată după axa *Z* sînt rotite cu 45° faţă de sistemul *XY* se obţin aceleaşi rezultate.

8.1.2. Cadre de tipul II.

Se numesc cadre de tipul II acelea, care sînt alcătuite dintr-un număr oarecare de bare, din care unele sînt situate într-un plan *XY*, cuprind între ele, unghiuri diferite de 90° şi formează figuri geometrice poligonale regulate, iar celelalte bare sînt perpendiculare pe acest plan şi dirijate după axa *Z* (structuri tip turn).

Pentru aceste tipuri de cadre se recomandă sistemul de axe din (fig. 15) deoarece în acest caz se obţin aceleaşi rezultate (36) (37) ca şi în cazul cadrelor de tip I.

8.1.3. Cadre de tip III

Se numesc cadre de tipul III acelea care sînt alcătuite dintr-un număr oarecare de bare, din care unele sînt situate într-un plan, cuprind, în general, între ele unghiuri diferite de 90° şi formează figuri geometrice poligonale regulate, iar celelalte bare formează unghiuri diferite de 90° cu acest plan şi sînt orientate simetric radial, după axa *Z* (structuri tip turn).

Dacă se alege sistemul de axe din (fig. 16) se obţine:

$$\sum K\alpha\beta = \sum K\beta\gamma = 0$$

şi sistemul caracteristic (5) devine:

$$\left.\begin{aligned} \theta_{X_k} \sum_k K\alpha^2 + \theta_{Z_k} \sum_k K\gamma\alpha + R_{X_k} = 0 \\ \theta_{X_k} \sum_k K\alpha\gamma + \theta_{Z_k} \sum_k K\gamma^2 + R_{Z_k} = 0 \\ \theta_{Y_k} \sum_k K\beta^2 + R_{Y_k} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Dacă, în plus, se alege pentru rigle (cele *n* bare din planul figurii poligonale regulate) raportul laturilor secţiunii transversale $\left(\frac{h}{b}\right)$ trecut în tabela anexată, sistemul caracteristic (5) devine (37)

Tabela 1

n	φ°	$\frac{h}{b}$
3	30	1,742
4	45	1,317
6	60	1,122
8	67,5	1,066
10	72	1,041

8.2. *Simplificări pe bază de simetrie a structurii.*

Deoarece orice solicitare se poate descompune într-una simetrică și alta antisimetrică, la structurile avînd plane de simetrie se pot obține importante simplificări.

8.2.1. Planul de simetrie nu conține noduri.

Se consideră structura limitată între planele de simetrie, iar barele secționate de aceste plane au în calcul următoarele valori pentru rigidități:

Tabela 2

Solicitarea	Rigiditatea după axa		
	1	2	3
Simetrică	$\left[1-t_{k\to l}^{(M_1)}\right]K_{kl,1}$	$\left[1-t_{k\to l}^{(M_2)}\right]K_{kl,2}$	0
Antisimetrică	$\left[1+t_{k\to l}^{(M_1)}\right]K_{kl,1}$	$\left[1+t_{k\to l}^{(M_2)}\right]K_{kl,2}$	$2\,K_{kl,3}$

8.2.2. Planul de simetrie conține noduri.

Se consideră structura cuprinsă între planele de simetrie iar barele conținute în aceste plane au în calcul rigiditățile și solicitările ce le revin, înjumătățite.

Este evident că pentru a ajunge la rezultatul final, trebuie să dublăm rezultatele obținute pentru barele cuprinse în planele de simetrie.

9. EXEMPLU DE CALCUL

Se consideră cadrul spațial din (fig. 17) sub acțiunea forței orizontale $H=1{,}0$ t, direct aplicată în nodul 0.

Se cere diagrama M_t.

Se alege sistemul de axe X, Y, Z, respectiv *1, 2, 3* pentru fiecare bară conform (fig. 17).

Tabela 3

Bara	L	Secțiunea $b\times h$	$\mathcal{J}_1$	$\mathcal{J}_2$	h/b	$\frac{\rho_{kl,2}}{\rho_{kl,3}}$	$\rho_{kl,1}$	$\rho_{kl,2}$	$\rho_{kl,3}$
0–1	500	50×50	521 000	521 000	1	4,75	1 042	1 042	219
0–2	500	30×60	540 000	135 000	2	2,90	1 080	270	93
0–0	500	30×60	540 000	135 000	2	2,90	1 080	270	93

Se trece direct la treapta II-a de calcul şi se dă o deformaţie arbitrară $\Delta = 1$ după direcţia legăturii simple de fixare (fig. 18).

$$6E = A = 10$$

$$\mathfrak{M}_{01,1} = \mathfrak{M}_{0'1,1} = 10 \times 1\,042 \times \frac{0{,}578}{5} = 1\,205 \text{ kgm}$$

$$-\mathfrak{M}_{01,2} = \mathfrak{M}_{0'1,2} = 10 \times 1\,042 \times \frac{1{,}000}{5} = 2\,084 \text{ kgm.}$$

Deformaţia fiind antisimetrică, echilibrarea momentelor se face numai pe jumătate din schemă, luîndu-se pentru bara fictivă OS rigidităţile conform tabelei 2. Rezultă că la echilibrarea nodului O se rezolvă 2 ecuaţii cu necunoscutele θ_X, θ_Y.

Tabela 4

Echilibrarea nodului

Bara	0–1			0–2			0–0'		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
ρ	1042	1042	219	1080	270	93	1620	405	186
α	1	0	0	−0,866	0	−0,500	−0,866	0	−0,500
β	0	1	0	−0,500	0	0,866	0,500	0	−0,866
γ	0	0	−1	0	1	0	0	−1	0
$\rho\alpha$	1042	0	0	−935	0	−47	−1403	0	−93
$\rho\beta$	0	1042	0	−540	0	81	810	0	−161
$\rho\gamma$	0	0	−219	0	270	0	0	−405	0
$\rho\alpha\beta$	0	0	0	468	0	−41	−702	0	81
$\rho\alpha^2$	1042	0	0	810	0	23	1215	0	46
$\rho\beta^2$	0	1042	0	270	0	70	405	0	140
$\rho\gamma^2$	0	0	219	0	270	0	0	405	0
Σ	$\Sigma\,\rho\alpha^2 = 3136$			$\Sigma\,\rho\beta^2 = 1927$			$\Sigma\,\rho\alpha\beta = 194$		
R	$R_X = 1205$			$R_Y = -2084$			$R_Z = 0$		
θ	$\theta_X = 1{,}050$			$\theta_Y = -0{,}319$			$\theta_Z = 0$		
M^r	−332	1095	0	−269	0	100	1295	0	−140
M	873	989	0	−269	0	100	1295	0	−140

Echilibrarea în planul riglelor nu mai este necesară, momentele $\mathfrak{M}_{kl}$, din capetele acestora:

$$\mathfrak{M}_{02,2} = \mathfrak{M}_{00',2} = 10 \times 270 \times \frac{1{,}155}{5} = 624 \text{ kgm}$$

echilibrîndu-se reciproc.

In continuare se dă structurii cu nodurile articulate o deplasare virtuală $\Delta = 1$, după direcţia legăturii simple de fixare şi se obţine:

$$L_p = -1000 \times 1 = -1000 \text{ kgm}$$

$$L_{11} = -(873+1039)\cdot\frac{0,578}{5}\cdot 2-(989+1537)\times$$

$$\times\left(-\frac{1,00}{5}\right)2-624\cdot\frac{1,155}{5}\cdot 6=-2315 \text{ kgm}$$

$$C_1 = -\frac{L_p}{L_{11}} = -\frac{1000}{2315} = -0,432$$

Multiplicîndu-se valorile momentelor echilibrate din deformația $\Delta=1$ cu $C_1=-0,432$ se obțin rezultatele finale ce pot fi citite în diagrama finală de mai jos (fig. 19).

Verificări:

$$\sum M_{X_0} = -376+(560-116)\,0,866+(43-60)\,0,50=0$$

$$\sum M_{Y_0} = 427-(116+560)\,0,50-(43+60)\,0866=0$$

$$\sum D_{aa'} = 500\cdot 0866-\frac{2\cdot 269}{5}-\frac{2\cdot 269}{5}\,0,50+1000\cdot 0,866-\frac{427+663}{5}\times$$

$$\times 0866-\frac{(448+376)}{5}\,0,500=0$$

unde 500 este forța axială din bara OO', obținută din echilibrarea nodului O'; ($aa' \perp O1$, în nodul O).

BIBLIOGRAFIE

1. Radu Agent, *Metoda aproximațiilor succesive.* București, Ed. Tehnică, 1955.
2. Const. Avram, *La généralisation de la méthode Cross.* Timișoara, tipografia Hălmăgeanu, 1949.
3. C. Cassado și J. Fernandez, *Calcul des grandes ossatures réticulaires.* Ed. Dunod, 1954, Paris.
4. V. G. Ciudnovski, *Svobodnae colevania i ustoicivosti.* Moscova, 1951.
5. V. Kupferschmidt, *Ebene und räumliche Rahmentragwerke.* Wien, 1952.
6. László Palotás, *Keretek elmélete és számitása.* Budapest, 1951.
7. C. C. Popovici, O teorie generală a metodei distribuirii eforturilor. București, Studii și cercetări, rev. de Mecanica aplicată, nr. 3!4, 1956.
8. L. N. Stavrachi, *Rasciot procinosti prostransvennih carcasov,* Moscova, 1951.

LA GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODE DE DISTRIBUTION DES MOMENTS AU CALCUL DES CADRES SPATIAUX

(RESUMÉ)

Cette étude présente sous une forme unitaire et généralisée la manière dont on peut résoudre les cadres dans l'espace, en deux étapes, en utilisant la méthode de la distribution des moments.

Les auteurs indiquent pour diverses structures la possibilité de réduire au maximum les calculs, dans les cas usuels et particuliers, et surtout en raison de la symetrie, antisymetrie etc.

À la fin, un exemple concret soutient les théories exposées la dessus.

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФЕРМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе представляется в единичной и обобщенной форме настоящая стадия решения пространственных ферм двухступенчатым расчетом по методу распределения моментов.

Указываются также возможности упрощения расчетов для различных типов структур.

Теоретическое изложение пополнено числовым примером.

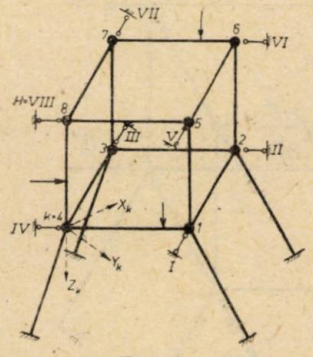


Fig. 1.

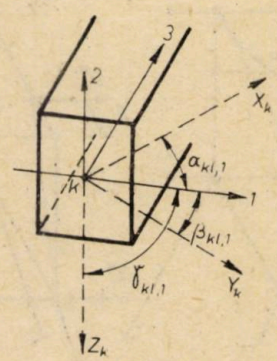


Fig. 2.

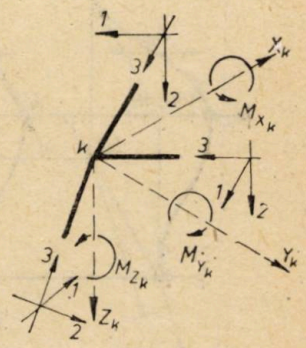


Fig. 3.

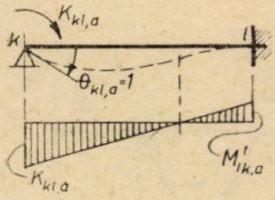


Fig. 4.

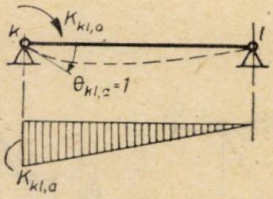


Fig. 5.

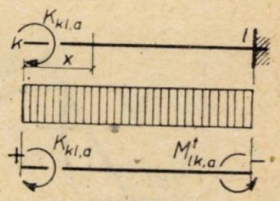


Fig. 6.

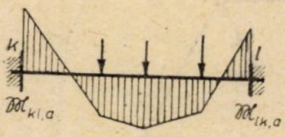


Fig. 7.

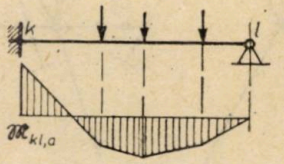


Fig. 8.

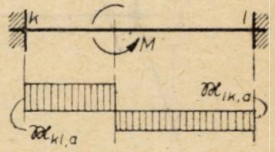


Fig. 9.

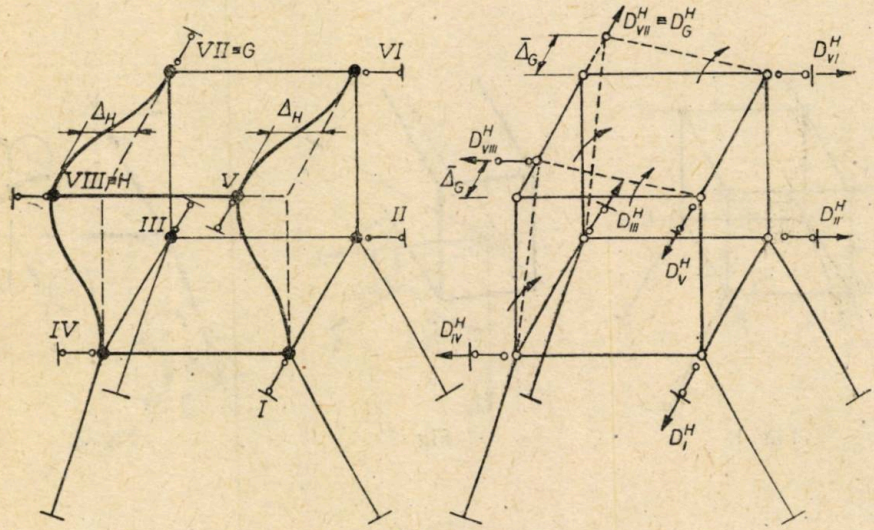

VII≡G
VI
Δ_H
Δ_H
VIII≡H
V
III
II
IV
I
$D^H_{VII} \equiv D^H_G$
$\bar{\Delta}_G$
D^H_{VI}
D^H_{VIII}
$\bar{\Delta}_G$
D^H_{III}
D^H_{II}
D^H_V
D^H_{IV}
D^H_I

Fig. 10.

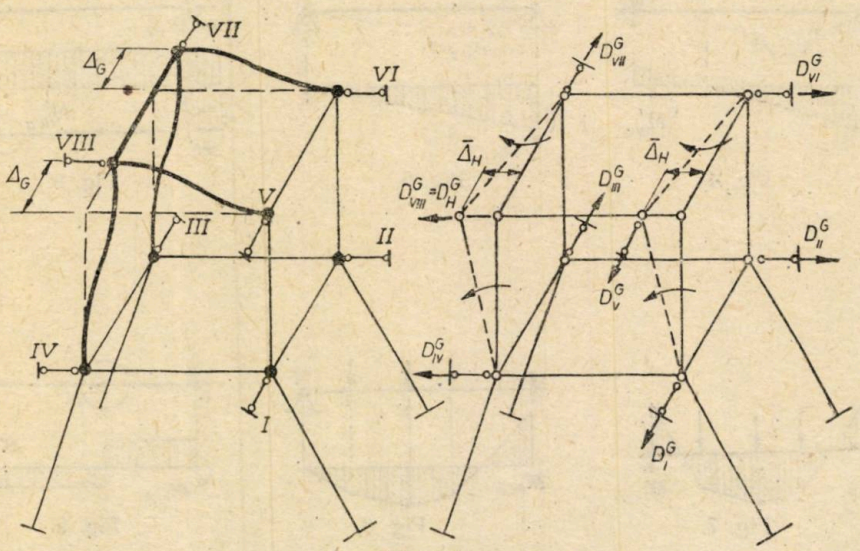

VII
Δ_G
VI
VIII
Δ_G
V
III
II
IV
I
D^G_{VII}
D^G_{VI}
$\bar{\Delta}_H$
$\bar{\Delta}_H$
$D^G_{VIII} \equiv D^G_H$
D^G_{III}
D^G_{II}
D^G_V
D^G_{IV}
D^G_I

Fig. 11.

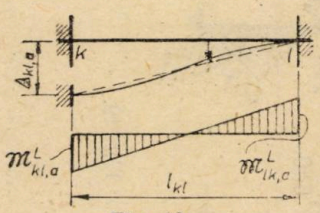


Fig. 12.

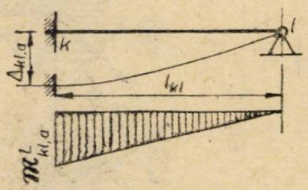


Fig. 13.

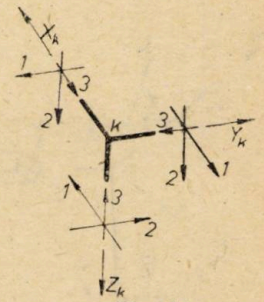


Fig. 14.

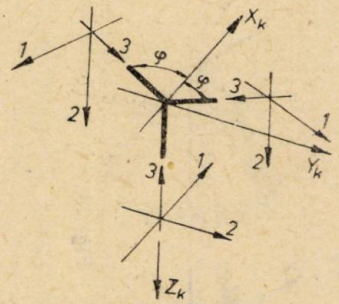


Fig. 15.

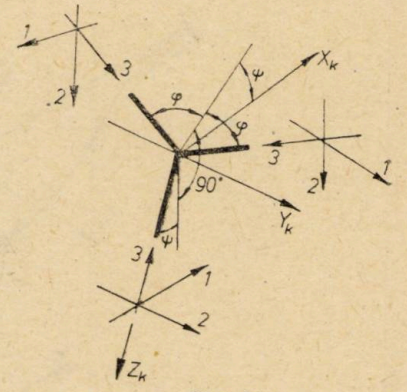


Fig. 16.

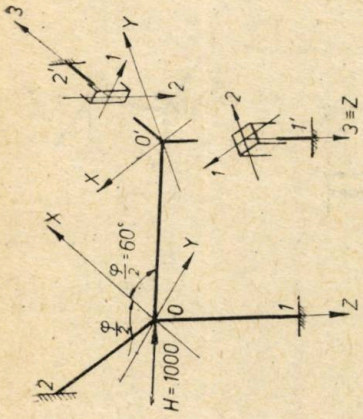


Fig. 17.

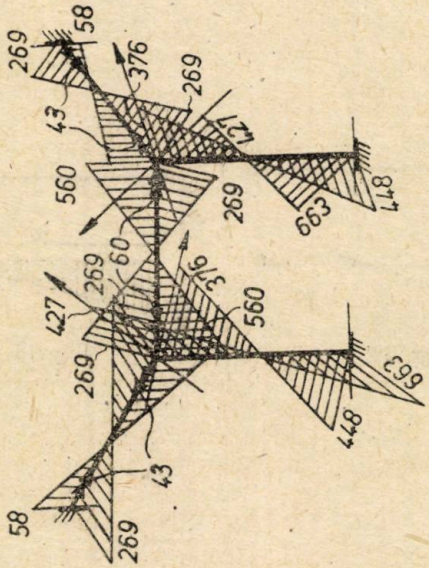


Fig. 19.

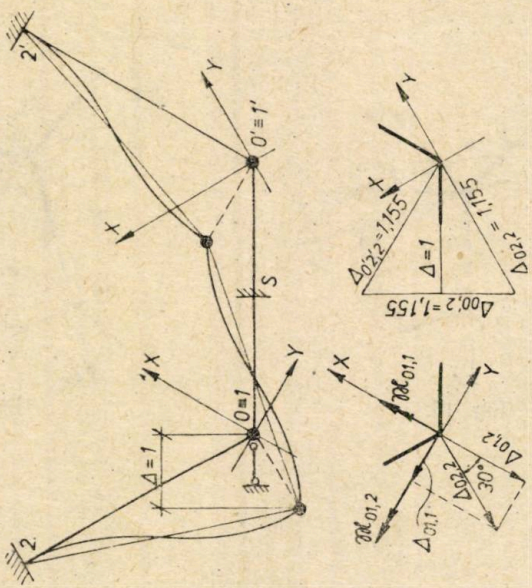


Fig. 18.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ASUPRA UNUI SISTEM NEOLONOM

DE

GH. SILAŞ, I. GROŞANU şi N. L. BRINDEU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Să considerăm un sistem de puncte materiale în mişcare sub acţiunea unor forţe date. Fie $q^i (i=1, 2, \ldots, n)$ coordonatele generalizate ale lui Lagrange ce determină poziţia sistemului în orice moment.

In spaţiul cu n dimensiuni raportat la coordonatele q, legăturile la care e supus sistemul se exprimă prin ecuaţii diferenţiale de tip Pfaff de forma:

$$D(\bar{a}^K, dP) = a_i^K dq^i + a_0^K dt = 0, \quad (K=1, 2, \ldots, m) \tag{1}$$

m fiind numărul legăturilor, iar i indicele mut în scrierea tensorială.

Legătura pentru care ecuaţia (1) este integrabilă, adică poate fi transformată într-o relaţie finită de forma:

$$f^K(q_1, q_2, \ldots, q_n, t) = 0$$

se ştie că se numeşte olonomă. In caz contrar se zice neolonomă.

Pentru legăturile olonome putem lua

$$a_i^K = \frac{\partial f^K}{\partial q^i}; \quad a_0^K = \frac{\partial f^K}{\partial t}; \quad (K=1, 2, \ldots, p).$$

p fiind numărul legăturilor olonome.

Deplasările virtuale δq^i verifică următorul sistem:

$$a_i^K \delta q^i = 0.$$

Principiul deplasărilor virtuale în coordonate generalizate se scrie:

$$\left(Q_i - \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}^i} + \frac{\partial E}{\partial q^i} \right) \delta q^i = 0; \quad (i=1, 2, \ldots, n)$$

Aplicînd metoda multiplicatorilor avem:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial E}{\partial \dot{q}^i} - \frac{\partial E}{\partial q^i} = Q_i + \lambda_K \frac{\partial f^K}{\partial q^i} + \lambda_h a_i^h \tag{2}$$

unde

$$i = 1, 2, \ldots, n; \quad K = 1, 2, \ldots, p; \quad h = p+1, p+2, \ldots, m.$$

In cazul forţelor conservative aceste ecuaţii devin

$$\frac{d}{ut}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} - \frac{\partial L}{\partial q^i} = \lambda_K \frac{\partial f^K}{\partial q^i} + \lambda_h a_i^h. \tag{2'}$$

Vom folosi metoda de mai sus deoarece uneori este mai comod a considera şi pentru unele legături olonome coordonate supranumerare ca şi pentru legăturile neolonome.

Ecuaţiile (1) şi (2) respectiv (2′), determină necunoscutele problemei şi anume: coordonatele generalizate şi multiplicatorii.

1. Să considerăm un solid S cu o axă fixă Oz şi un punct material P, de masă m, ce se mişcă pe suprafaţa acestui corp, fără frecare. Coordonatele generalizate ce intervin în studiul mişcării acestui sistem sînt:

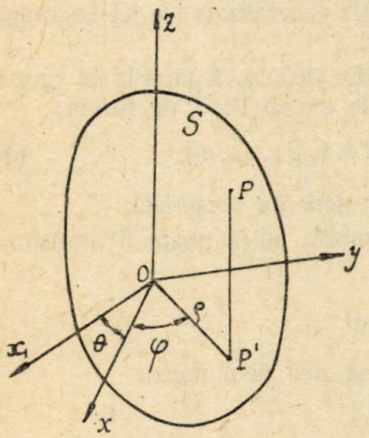


Fig. 1.

a) unghiul θ ce determină poziţia solidului S, format de axele Ox_1 şi Ox perpendiculare pe Oz (Ox_1 fixă în spaţiu, Ox legată de solid);

b) coordonatele cilindrice φ, ρ, z ale punctului P în raport cu solidul ($Oxyz$).

Punctul P mişcîndu-se pe suprafaţa solidului, coordonatele sale verifică ecuaţia suprafeţei:

$$f(\varphi, \rho, z) = 0. \tag{3}$$

Aceasta este o legătură olonomă dată sub forma integrală. Forma diferenţială a legăturii este

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial f}{\partial z} dz = 0. \tag{3'}$$

Să presupunem că asupra sistemului material considerat mai sus nu acţionează forţe exterioare. In acest caz, aplicînd teorema momentului cinetic în raport cu axa fixă Oz avem:

$$\frac{dK_z}{dt} = 0; \quad K_z = C.$$

Mai impunem acum sistemului material o nouă legătură şi anume că în tot decursul mişcării constanta C să aibe o valoare K_{z0} aleasă de noi arbitrar (în particular ar putea fi 0). Notînd cu I momentul de inerţie al solidului faţă

de axa fixă şi calculînd pe K_z, obţinem următoarea ecuaţie diferenţială a noii legături :

$$(m\rho^2+I)\,d\theta+m\rho^2\,d\varphi=K_{z0}\,dt \tag{4}$$

care se vede că în general nu este integrabilă, deci noua legătură introdusă este neolonomă.

In această problemă avem $n=4$, $m=2$, $p=1$, deci sistemul are două grade de libertate $(n-m)$.

Vom admite în plus că forţele generalizate Q_i, respectiv forţele interioare de acţiune dinte corp şi punctul P, sînt funcţiuni numai de φ, ρ şi z şi se conservă cu potenţialul ce-l notăm cu $mV(\varphi, \rho, z)$.

Ne propunem să studiem unele proprietăţi ale mişcării sistemului format din corp şi punctul P, în condiţiile de mai sus. Pentru aceasta vom folosi ecuaţiile (2′) (3′) şi (4). Vom avea:

$$L=E-mV=\frac{1}{2}(m\rho^2+I)\dot\theta^2+m\rho^2\dot\theta\dot\varphi+\frac{1}{2}m\rho^2\dot\varphi^2+\frac{1}{2}m\dot\rho^2+$$

$$+\frac{1}{2}m\dot z^2-mV(\varphi,\rho,z). \tag{5}$$

Ecuaţiile (2′) se scriu astfel:

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}[(m\rho^2+I)\dot\theta+m\rho^2\dot\varphi]=\lambda_2(m\rho^2+I)\\
&\frac{d}{dt}(m\rho^2\dot\varphi+m\rho^2\dot\theta)+m\frac{\partial V}{\partial\varphi}=m\lambda_1\frac{\partial f}{\partial\varphi}+\lambda_2 m\rho^2\\
&m\ddot\rho-m\rho\dot\theta^2-2m\rho\dot\theta\dot\varphi-m\rho\dot\varphi^2+m\frac{\partial V}{\partial\rho}=m\lambda_1\frac{\partial f}{\partial\rho}\\
&m\ddot z+m\frac{\partial V}{\partial z}=m\lambda_1\frac{\partial f}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{6}$$

(Primul multiplicator l-am notat cu $m\lambda_1$). Din (4) şi (6) rezultă $\lambda_2=0$, astfel că ecuaţiile (6) devin:

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(\rho^2\dot\varphi+\rho^2\dot\theta)+\frac{\partial V}{\partial\varphi}=\lambda_1\frac{\partial f}{\partial\varphi}\\
&\ddot\rho-\rho\dot\theta^2-2\rho\dot\theta\dot\varphi-\rho\dot\varphi^2+\frac{\partial V}{\partial\rho}=\lambda_1\frac{\partial f}{\partial\rho}\\
&\ddot z+\frac{\partial V}{\partial z}=\lambda_1\frac{\partial f}{\partial z}
\end{aligned} \tag{6′}$$

Una din aceste ecuaţii poate fi înlocuită cu integrala energiei

$$E+mV=H$$

care în acest caz se scrie

$$\frac{K_{z_0}}{m}\dot\theta+\rho^2\dot\theta\dot\varphi+\rho^2\dot\varphi^2+\dot\rho^2+\dot z^2+2V=2h;\quad\left(h=\frac{H}{m}\right) \tag{7}$$

2. Să presupunem

$$\frac{\partial f}{\partial z} \neq 0.$$

Ecuaţia suprafeţei solidului se va scrie

$$z = z(\varphi, \rho). \tag{3'}$$

In acest caz putem lua:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \frac{\partial z}{\partial \varphi}; \quad \frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{\partial z}{\partial \rho}; \quad \frac{\partial f}{\partial z} = -1.$$

Eliminînd acum pe λ_1 din (6') obţinem ecuaţiile

$$\begin{aligned} &I\ddot{\theta} - m\left[\left(\ddot{z} + \frac{\partial V}{\partial z}\right)\frac{\partial z}{\partial \varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi}\right] = 0 \\ &\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 - 2\rho\dot{\theta}\dot{\varphi} - \rho\dot{\varphi}^2 + \ddot{z}\frac{\partial z}{\partial \rho} + \frac{\partial V}{\partial \rho} + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \rho} = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Ultima din aceste ecuaţii o vom înlocui cu (7).

Să presupunem acum că avem:

$$z = z(\rho) \quad \text{şi} \quad \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0 \tag{3''}$$

ceea ce înseamnă că suprafaţa solidului este de rotaţie şi că potenţialul nu depinde de φ. In aceste condiţii, din (8) rezultă că avem

$$\dot{\theta} = \omega_0 = \text{const.}$$

adică corpul se roteşte uniform în jurul axei Oz. Să studiem acum celelalte elemente ale mişcării.

Notînd:

$$I_1 = I - \frac{K_{z_0}}{\omega_0}$$

din (4) deducem

$$\dot{\varphi} = -\omega_0\left(1 + \frac{I_1}{m\rho^2}\right) \tag{4'}$$

sau înlocuind în (7) avem:

$$\dot{\rho}^2 + \frac{\omega_0^2 I_1^2}{m^2\rho^2} + \dot{z}^2 + 2V(\rho, z) = 2h - \frac{\omega_0^2 I_1}{m} - \frac{K_{z_0}}{m}\omega_0 \tag{9}$$

Dacă ţinem seama de (3'') ecuaţia (9) devine:

$$\left[1 + \left(\frac{dz}{d\rho}\right)^2\right]\dot{\rho}^2 + \frac{\omega_0^2 I_1^2}{m^2\rho^2} + 2V = 2h - \frac{\omega_0^2 I_1}{m} - \frac{K_{z_0}}{m}\omega_0 \tag{9'}$$

şi integrînd (9′) găsim

$$t=\int_{\varrho_0}^{\varrho}\frac{m\rho\sqrt{1+\left(\frac{dz}{d\rho}\right)^2}\,d\rho}{\sqrt{m\,(2mh-\omega_0^2 I_1-\omega_0 K_{z_0})\,\rho^2-2m^2\rho^2 V-\omega_0^2 I_1^2}} \tag{10}$$

Din (10), (4′) şi (3″) putem să aflăm pe ρ, φ şi z care, în condiţiile iniţiale date, ne determină complet mişcarea sistemului.

3. Pentru a concretiza rezultatele obţinute anterior, să luăm cazul unei sfere, iar potenţialul să fie de forma:

$$V=g\,(z-z_1). \tag{11}$$

In cazul acesta (3″) devine

$$z=\pm\sqrt{R^2-\rho^2} \tag{3‴}$$

iar integrala (10) va fi:

$$t=-\int_{z_0}^{z}\frac{mR\,dz}{\sqrt{Q\,(z)}} \tag{12}$$

unde

$$Q\,(z)=m\,[2mh-\omega_0^2 I_1-\omega_0 K_{z_0}-2mg\,(z-z_1)]\,(R^2-z^2)-\omega_0^2 I_1^2. \tag{13}$$

Acest polinom are trei rădăcini reale. Pentru a vedea este suficient să înlocuim pe z cu $+\infty$, $+R$, z_0 şi $-R$, corespunzător cărora avem:

$$Q\,(+\infty)>0$$

$$Q\,(+R)=-\omega_0^2 I_1^2<0$$

$$Q\,(z_0)=m^2R^2\dot{z}_0^2>0$$

$$Q\,(-R)=-\omega_0^2 I_1^2<0$$

Deducem de aici că cele trei rădăcini α, β, γ ale lui $Q\,(z)=0$ satisfac condiţiile

$$-R<\beta\leqq z_0\leqq\alpha<+R<\gamma \tag{14}$$

Polinomul $Q(z)$ se va putea deci descompune în factori astfel:

$$Q\,(z)=2m^2g\,(z-\alpha)\,(z-\beta)\,(z-\gamma). \tag{13′}$$

Dacă ţinem seama că z nu poate varia decît între $-R$ şi $+R$, atunci pentru ca $Q(z)>0$ trebuie ca $\beta\leqq z\leqq\alpha$.

Rezultă deci că traiectoria punctului este cuprinsă între cercurile paralele $z=\beta$ şi $z=\alpha$, şi va fi succesiv tangentă la fiecare din ele, deoarece pentru $z=\alpha$ şi $z=\beta$ derivata

$$\dot{z}=-\frac{\sqrt{Q\,(z)}}{mR}$$

se anulează.

Presupunînd $z_0=\alpha$ şi făcînd substituţia:

$$\alpha-z=(\alpha-\beta)\,u^2$$

ajungem la integrala eliptică

$$ht=\int_0^u \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-K^2u^2)}}$$

adică

$$u=sn\,(ht)$$

sau

$$z=\alpha-(\alpha-\beta)\,sn^2\,(ht) \tag{15}$$

unde

$$h=\frac{\sqrt{2g\,(\alpha-\gamma)}}{2R}\,;\quad K^2=\frac{\alpha-\beta}{\alpha-\gamma}$$

Folosind (3‴) şi (4′) vom putea determina apoi pe ρ şi φ.

Să considerăm $z_0=\alpha=\beta$, ceea ce ne spune că punctul P se mişcă pe cercul $z=z_0$, deci $\dot{z}=0$.

Corespunzător lui $z=z_0$ vom primi şi $\rho=\rho_0=\pm\sqrt{R^2-z_0^2}$ care întrodusă în (4′) ne conduce la:

$$\varphi=\varphi_0-\omega_0\left(1+\frac{I_1}{m\rho_0^2}\right)t. \tag{16}$$

Se poate trage concluzia că în acest caz atît corpul S cît şi punctul P se rotesc uniform însă în sens opus, punctul P avînd viteza unghiulară mai mare.

Pentru ca punctul P să se mişte pe cercul $z=z_0$, trebuie ca $z=z_0$ să fie rădăcină dublă a lui $Q(z)$, adică trebuie să-i anuleze şi derivata, ceea ce ne dă:

$$3\,mg\,z_0^2-(2\,mh-\omega_0^2 I_1-\omega_0 K_{z_0}+2\,mgz_1)\,z_0-mg\,R^2=0. \tag{17}$$

Alegînd deci convenabil datele iniţiale putem realiza mişcarea particulară văzută aici.

4. Am studiat pînă acum cazul cînd asupra sistemului material nu acţionează forţe exterioare.

Să analizăm acum cazul cînd sistemul este supus greutăţii, axa de rotaţie a corpului fiind verticală. In acest caz avem $K_z=C$.

Impunînd sistemului o condiţie suplimentară astfel încît constanta C să aibe o valoare dată de noi arbitrar K_{z_0}, obţinem de asemenea legătura neolonomă (4).

Urmează de aici că vom avea $K_z=K_{z_0}$.

Fie potenţialul forţelor interioare mV' iar al celor exterioare $mV''=$ $=mg(z-z_1)$ şi punînd:

$$mV=mV'+mg(z-z_1) \tag{18}$$

atunci acest caz se reduce la cele studiate anterior unde potenţialul mV este dat de (18).

5. Dacă în cazul studiat la § 4 considerăm sfera pe care se mişcă punctul P fixă, adică: $\omega_0=0$, şi potenţialul forţelor interioare $mV'=0$ atunci sîntem în cazul pendulului sferic.

Intr-adevăr în acest caz avem:

$$Q(z)=2m^2(h+gz_1-gz)(R^2-z^2)-m^2\rho_0^4\dot{\varphi}_0^2 \tag{13''}$$

şi

$$Q(-R)=Q(+R)=-m^2\rho_0^4\dot{\varphi}_0^2$$

care coincid cu cele date în [4]

Dacă $Q(z)$ are o rădăcină dublă adică:

$$3gz_0^2-2(h+gz_1)z_0-gR^2=0 \tag{17}$$

ajungem la pendulul conic circular, a cărui mişcare este definită de:

$$\varphi=\varphi_0+\dot{\varphi}_0 t. \tag{16'}$$

6. Să ne întoarcem la integrala (10) şi să o aplicăm în cazul unui disc ce se roteşte în jurul axei Oz perpendiculară pe disc, forţa de legătură fiind îndreptată înspre centrul O şi proporţională cu distanţa la acest centru, adică:

$$\overline{F}=-K^2\overline{OP}. \tag{19}$$

Punctul P se va mişca deci pe discul $z=z_0$, avînd potenţialul forţelor de legătură de forma:

$$V=\frac{K^2}{2}(\rho^2+z_0^2)+V_1.$$

Dacă notăm

$$2mh-\omega_0^2I_1-\omega_0K_{z_0}-2mV_1-K^2mz_0^2=C \tag{20}$$

atunci (10) devine

$$t=\int_{\rho_0}^{\rho}\frac{m\rho d\rho}{\sqrt{-m^2K^2\rho^4+mC\rho^2-\omega_0^2I_1}}$$

care se integrează făcînd substituţia: $\rho^2=u$.

Rezolvînd în raport cu $u=\rho^2$ obţinem printr-o alegere convenabilă a constantelor

$$\rho^2=C_1\sin 2Kt+C_2\cos 2Kt+C_3 \tag{21}$$

soluţie care coincide (pentru $a=0$) cu cea dată în [1].

BIBLIOGRAFIE

1. O. Bottema, Note on a non-holonomic system, Quarterly of Applied Mathematics, XIII, No. 2, 191—192 (1955).
2. Carathéodory, Der Schlitten, Zamm, 13, 71—76 (1933).
3. Paul Appel, *Traité de Mécanique Rattionnelle,* t. II, Paris, Gauthier-Villars (1923).
4. G. K. Suslov, *Mecanica Rațională,* vol. I, Ed. Tehnică (1950).
5. A. Stoenescu şi Gh. Silaş, *Curs de Mecanică Teoretică,* Ed. Tehnică (1957).

SUR UN SYSTÈME NONHOLONOME

(RESUMÉ)

Dans cet ouvrage on considère un systhème formé d'un corps solide S, assujetti à tourner autour d'un axe fixe Oz et le point matériel P, qui se déplace sans frottement sur la surface (3) du solide. Supposons que les forces d'action d'entre le solide et le point se conservent ayant le potentiel $mV(\varphi, \varrho, z)$.

On considère aussi le système assujetti à la liaison nonholonome (4).

Si aucune force extérieure n'agit sur le système, la surface du solide est une surface de rotation (3″), et le potentiel mV dépend uniquement de ρ et z, le problème se résoud à l'aide des quadratures.

Lorsque la surface de rotation est la sphère (3″) et le potentiel est donné par la formule (11), on démontre que le solide tourne d'une manière uniforme et le point décrit une trajectoire entre les plans $z=\alpha$ et $z=\beta$, α et β étant des racines de la suite (14) du polynôme (13).

Si les forces de liaison d'entre le solide et le point P sont données par (19), on trouve le cas particulier (21) de l'ouvrage [1].

О НЕОЛОНОМНОЙ СИСТЕМЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В этой работе принимается система состоящая из твердого тела которое вращается вокруг неподвижной оси Oz и материальной точки P, которая движется без трения по поверхности (3) твердого тела. Предположим, что силы действующие между твердым телом и точкой сохраняются с потенциалом $mV(\varphi, \varrho, z)$ Кроме того считается, что система подчинена неолономной связи (4).

В случае когда на систему не действуют внешних сил, поверхность твердого тела находится во вращении (3) и потенциал mV зависит лишь от p и z, задача полностью разрешается при помощи квадратуры.

В частном случае, когда поверхностью вращения является сфера (3) и потенциал дается формулой (11), тогда видно, что твердое тело вращается равномерно, а точка списывает траекторию между плоскостями $z=\alpha$ и $z=\beta$, где α и β являются корнями ряда (14) полинома (13).

В частном случае, когда силы связи между твердым телом и точкой P даются (19), тогда находится частный случай (21) из работы [1].

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ASUPRA TORSORULUI IMPULSURILOR ŞI AL FORŢELOR DE INERŢIE ÎN MIŞCĂRILE FUNDAMENTALE

DE

GHEORGHE SILAŞ şi MARIN RĂDOI

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1°. Considerăm un sistem rigid de puncte materiale P în mişcare. Fie m, $\bar{v}$ şi $\bar{a}$, masa, viteza şi acceleraţia punctului P la momentul t. Sistemele de vectori $m\bar{v}$ şi $-m\bar{a}$, adică sistemul impulsurilor (cantităţilor de mişcare) şi al forţelor de inerţie se reduc în raport cu punctul O din spaţiu la torsorii $T(m\bar{v})$ şi $T(-m\bar{a})$, primul al impulsurilor, celălalt al forţelor de inerţie.

$T(m\bar{v})$ este compus din :

a) Impulsul (cantitatea de mişcare) sistemului

$$\bar{H} = \sum m\bar{v} = M\bar{v}_G$$

invariat faţă de punctul de reducere.

b) Momentul cinetic în raport cu punctul O :

$$\bar{K} = \sum \bar{r} \times m\bar{v}$$

$T(-m\bar{a})$ este compus din :

α) Rezultanta forţelor de inerţie

$$\bar{F}_I = -\sum m\bar{a} = -M\bar{a}_G$$

invariat faţă de punctul de reducere.

β) Cuplul (momentul rezultant) forţelor de inerţie în raport cu punctul O :

$$\bar{C}_I = -\sum \bar{r} \times m\bar{a}$$

Între elementele acestor torsori se ştie că avem relaţiile :

$$\overline{F}_I = -\dot{\overline{H}}; \quad \overline{C}_1 = -\dot{\overline{K}}. \tag{1}$$

ceea ce înseamnă că între cei doi torsori avem relaţia :

$$T(-m\overline{a}) = -\dot{T}(m\overline{v}). \tag{1'}$$

La momentul t vectorii $\overline{K}$ şi $\overline{C}_I$ sînt variabili în raport cu punctele de reducere diferite. Însă produsele scalare $\overline{H} \cdot \overline{K}$ şi $\overline{F}_I\overline{C}_I$ sînt invarianţi, adică avem :

$$\overline{HK} = I(t); \quad \overline{F}_I\overline{C}_I = I_1(t) \tag{2}$$

Valorile acestor invarianţi la momentul t ne vor da indicaţii în studiul celor doi torsori.

2°. Fie A un punct material din solidul dat şi $\overline{\varrho}$ vectorul de poziţie al punctului P în raport cu punctul A. Calculăm energia cinetică E a solidului şi determinăm torsorul impulsurilor în raport cu punctul A, ţinînd seama în calcule că avem :

$$\overline{v} = \overline{v}_A + \overline{\omega} \times \overline{\rho}$$

vom obţine :

$$\overline{H}_A = \text{grad}_{\overline{v}_A} E = \nabla_{\overline{v}_A} E$$

$$\overline{K}_A = \text{grad}_{\overline{\omega}} E = \nabla_{\overline{\omega}} E$$

astfel că intervalul $I(t)$ se poate scrie, cu ajutorul energiei cinetice E, astfel :

$$I(t) = \overline{HK} = \overline{H}_A\overline{K}_A = \nabla_{\overline{v}_A} E \, \nabla_{\overline{\omega}} E \tag{3}$$

(În $\nabla_{\overline{v}_A} E$ vectorul $\overline{v}_A$ este considerat variabilă independentă, iar vectorul $\overline{\omega}$ parametru, iar în $\nabla_{\overline{\omega}} E$ vectorul $\overline{\omega}$ este variabila independentă şi $\overline{v}_A$ · parametru).

Derivînd prima relaţie (2) în raport cu timpul şi ţinînd seama de (1) obţinem :

$$\overline{F}_I\overline{K} + \overline{HC}_I = -\dot{I}(t) = i(t) \tag{4}$$

adică relaţia din primul membru dintre elementele celor doi torsori este un invariant.

3°. Dacă sistemul de puncte materiale se află într-o mişcare de translaţie cu viteza $\overline{v}$ şi acceleraţia $\overline{a}$, vom avea :

$$\begin{gathered} \overline{H} = M\overline{v}_G = M\overline{v}; \quad \overline{K} = \sum \overline{r} \times m\overline{v} = (\sum m\overline{r}) \times \overline{v} = \overline{r}_G \times \overline{H} \\ \overline{F}_I = -M\overline{a}_G = -M\overline{a}; \quad \overline{C}_I = -\sum \overline{r} \times m\overline{a} = \overline{r}_G \times \overline{F}_I \end{gathered} \tag{5}$$

Cei doi invarianţi I şi I_1 (2) sînt nuli.

Rezultă că torsorii minimali (dinamele) ai torsorilor $T(m\bar{v}$ și $T(-m\bar{a})$ sînt vectorii invarianți $\bar{H}$ și $\bar{F}_I$ situați pe axele centrale respective. Formulele (5) ne arată că cele două axe centrale trec prin centrul maselor G.

Axa centrală a sistemului de vectori $m\bar{v}$ este tangenta în G la traiectoria centrului maselor. In decursul mișcării ea generează o suprafață riglată desfășurabilă avînd muchia de întoarcere traiectoria lui G.

Axa centrală a forțelor de inerție trece prin G și are direcția accelerației $\bar{a}$, deci este situată în planul osculator al traiectoriei lui G. In decursul mișcării ea generează o suprafață riglată.

Fie :

$$x=x(u); \quad y=y(u); \quad z=z(u) \tag{6}$$

traiectoria descrisă de centrul de greutate în mișcarea de translație. Ne propunem să determinăm legea acestei mișcări pentru ca unghiul celor două axe centrale să rămînă constant. Pentru aceasta, ϱ fiind raza de curbură, va trebui să avem :

$$\frac{v^2}{\varrho \dot{v}} = C_1 = \text{const.} \tag{7}$$

dar avem :

$$v = u\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}$$

$$\dot{v} = \ddot{u}\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2} + u^2\frac{x'x''+y'y''+z'z''}{\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$$

$$\frac{1}{\varrho^2} = \frac{\left(\frac{d\bar{r}}{du}\times\frac{d^2\bar{r}}{du^2}\right)^2}{\left[\left(\frac{dr}{du}\right)^2\right]^3} = \frac{A^2+B^2+C^2}{(x'^2+y'^2+z'^2)^3}.$$

Inlocuind în (6) se ajunge la ecuația :

$$\frac{d\dot{u}}{\dot{u}^2} = \frac{2}{C_1}\cdot\frac{\sqrt{A^2+B^2+C^2}-C_1(x'x''+y'y''+z'z'')}{x'^2+y'^2+z'^2}\,du$$

care integrată ne dă :

$$u = \frac{1}{C_1}\int\frac{\sqrt{A^2+B^2+C^2}-C_1(x'x''+y'y''+z'z'')}{x'^2+y'^2+z'^2}\,du + C_2. \tag{7'}$$

Printr-o nouă integrare se poate obține legea mișcării.

In cazul elicei :

$$x=r\cos\theta; \quad y=r\sin\theta; \quad z=r\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

se obține următoarea lege a mișcării :

$$\theta = -\frac{C_1}{\cos\alpha}\cdot L\left(\frac{\omega\cdot\cos\alpha}{C_1}t+1\right).$$

4°. Să presupunem că sistemul de puncte materiale se află într-o mişcare de rotaţie în jurul unei axe fixe Oz. Elementele torsorului $T(m\bar{v})$ în raport cu punctul O sînt :

$$\bar{H}=M\bar{v}_G=M(\bar{\omega}\times\bar{r}_G)$$

$$\bar{K}=\sum\bar{r}\times m\bar{v}=\sum\bar{r}\times m(\bar{\omega}\times\bar{r})=\sum mr^2\bar{\omega}-\sum m(\bar{r}\bar{\omega})\bar{r}.$$

Alegem un sistem de axe legat de rigid astfel : axa de rotaţie ca axă Oz, perpendiculara din centrul maselor pe axa de rotaţie ca axă Ox. Sistemul de axe $Oxyz$ fiind drept, axa Oy rezultă. Coordonatele lui G fiind x_G, 0,0 vom obţine :

$$\bar{H}=M\omega x_G\bar{j}$$

$$\bar{K}=-\omega I_{xz}\bar{i}-\omega I_{yz}\bar{j}+\omega I_z\bar{k}. \tag{8}$$

Valoarea primului invariant din formula (2) este :

$$I(t)=\overline{HK}=H_xK_x+H_yK_y+H_zK_z=-M\omega^2x_GI_{yz}. \tag{9}$$

Acest invariant este nul în următoarele cazuri :

a) $x_G=0$, adică centrul maselor G pe axa de rotaţie. În acest caz $\bar{H}=0$, ceea ce înseamnă că torsorul $T(m\bar{v})$ se reduce la acelaşi moment cinetic $\bar{K}$ în raport cu orice punct din spaţiu.

b) $I_{yz}=0$. Această condiţie este îndeplinită de toate sistemele materiale în rotaţie care au un centru de percuţie. În particular ea este verificată în cazul plăcilor plane ce se rotesc în jurul unei axe din planul lor sau perpendiculare pe planul lor ; în cazul sistemelor materiale pentru care planul zOx format de axa de rotaţie şi de centrul maselor sau planul xoy dus prin G perpendicular pe axa de rotaţie este plan de simetrie, etc.

În acest caz, dacă centrul maselor nu este pe axa de rotaţie, torsorul minimal (dinama) al torsorului $T(m\bar{v})$ este compus numai din vectorul invariant $\bar{H}$ situat pe axa centrală a sistemului de vectori $m\bar{v}$.

În toate celelalte cazuri, torsorul minimal al torsorului $T(m\bar{v})$ este compus din vectorul invariant $\bar{H}$ şi momentul cinetic minim $\bar{K}_{min}$ situaţi pe axa centrală.

Ţinînd seama că avem :

$$\bar{K}_{min}=\lambda\bar{H}$$

şi

$$I(t)=-M\omega^2x_GI_{yz}=\overline{HK}=\overline{HK}_{min}=\lambda H^2$$

Deducem :

$$\bar{K}_{min}=-\omega I_{yz}\bar{j} \tag{10}$$

5°. Scriind ecuaţiile axei centrale a torsorului $T(m\bar{v})$ la momentul t în raport cu sistemul de axe ales, obţinem:

$$x=\frac{I_z}{Mx_G}; \quad z=\frac{I_{xz}}{Mx_G}. \tag{11}$$

Cum se vede, axa centrală este o dreaptă perpendiculară pe planul format de axa de rotaţie şi centrul maselor şi se bucură de următoarele proprietăţi:

a) În tot decursul mişcării poziţia ei în corp rămîne aceeaşi şi nu depinde de legea mişcării de rotaţie.

b) Este situată într-un plan perpendicular pe axa de rotaţie diferit de acela în care se află centrul maselor, cu excepţia corpurilor pentru care avem $I_{xz}=0$.

c) *Distanţa dintre axa centrală şi axa de rotaţie, dată de prima formulă* (11), *este egală cu lungimea pendulului matematic sincron cu pendulul fizic ce s-ar obţine din corpul dat dacă i-am aduce axa de rotaţie orizontală.*

d) În decursul mişcării axa centrală înfăşoară un cerc cu centrul pe axa de rotaţie şi cu raza egală cu lungimea pendulului matematic sincron.

6°. Fie A punctul de intersecţie dintre axa centrală şi planul zOx. Coordonatele lui A în acest plan sînt date de formulele (11). Luăm un nou sistem de axe de coordonate $O'x'y'z'$ paralele cu primul în aşa fel ca $O'z'$ să coincidă cu Oz, iar $O'x'$ să treacă prin A. Calculînd momentele de inerţie centrifugale $I_{x'z'}$ şi $I_{y'z'}$ şi ţinînd seama de (11) obţinem:

$$I_{x'z'}=\sum mx'z'=\sum mx(z-z_A)=I_{xz}-Mx_Cz_A=0$$

$$I_{y'z'}=\sum my'z'=I_{yz}-My_Gz_A=I_{yz}.$$

Se vede că în cazul cînd $I_{yz}=0$, adică solidul în rotaţie are un centru de percuţie, avem simultan $I_{x'z'}=I_{y'z'}=0$, adică axa de rotaţie este axa principală de inerţie relativ la punctul O'. Ţinînd seama şi de proprietăţile precedente ale axei centrale se deduce că, în acest caz, punctul A este chiar *centrul de percuţie al solidului*. Deci:

Pentru solidele în rotaţie care au un centru de percuţie, axa centrală a sistemului de vectori mv trece prin centrul de percuţie.

7°. Torsorul forţelor de inerţie $T(-m\bar{a})$ în mişcarea de rotaţie îl vom calcula cu formulele (1). Ţinînd seama de (8), vom avea:

$$\bar{F}_I=-\dot{\bar{H}}=-\frac{\partial\bar{H}}{\partial t}-\bar{\omega}\times\bar{H}=M\omega^2x_G\bar{i}-M\varepsilon x_G\bar{j}$$

$$\bar{C}_I=-\dot{\bar{K}}=-\frac{\partial\bar{K}}{\partial t}-\bar{\omega}\times\bar{K}=(\varepsilon I_{xz}-\omega^2I_{yz})\bar{i}+(\varepsilon I_{yz}+\omega^2I_{xz})\bar{j}-\varepsilon I_z\bar{k} \tag{12}$$

Valoarea invariantului al doilea din formula (2), este:

$$I_1(t)=\overline{F}_I\overline{C}_I=F_{Ix}C_{Ix}+F_{Iy}C_{Iy}+F_{Iz}C_{Iz}=-Mx_G I_{yz}(\omega^4+\varepsilon^2). \tag{13}$$

De aici se vede că I_1 este nul în aceleaşi cazuri în care e nul şi primul invariant I. Prin urmare, dacă centrul maselor e pe axa de rotaţie, forţele de inerţie se reduc la un cuplu al forţelor de inerţie C_I, iar dacă solidul are un centru de percuţie ($I_{yz}=0$), fără ca centrul maselor să se afle pe axa de rotaţie, forţele de inerţie se reduc la o rezultantă unică situată pe axa centrală a acestui sistem de forţe.

În celelalte cazuri, torsorul minimal al torsorului $T(-m\overline{a})$ este compus din forţa rezultantă $\overline{F}_I$ şi momentul rezultant minim $\overline{C}_{I\,min}$ situate pe axa centrală.

Ţinînd seama de valoarea (13) a invariantului $I_1(t)$ şi că avem:

$$\overline{C}_{I\,min}=\mu\overline{F}_I$$

găsim:

$$\overline{C}_{I\,min}=-\omega^2 I_{yz}\overline{i}+\varepsilon I_{yz}\overline{j} \tag{14}$$

8°. Axa centrală a torsorului $T(-m\overline{a})$, în raport cu acelaşi sistem de axe, are următoarele ecuaţii:

$$\varepsilon x+\omega^2 y-\varepsilon\frac{I_z}{Mx_G}=0;\quad z=\frac{I_{xz}}{Mx_G}. \tag{15}$$

Această dreaptă se bucură de următoarele proprietăţi:

a) Se găseşte în acelaşi plan perpendicular pe axa de rotaţie $\left(z=\frac{I_{xz}}{Mx_G}\right)$ în care se află şi axa centrală a torsorului $T(m\overline{v})$, a cărei poziţie nu depinde de legea mişcării de rotaţie.

b) Distanţa dintre axa de rotaţie şi această dreaptă este variabilă fiind dată de formula:

$$\delta=\frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}}\,\frac{I_z}{Mx_G} \tag{16}$$

adică este o fracţiune egală cu $\frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}}$ din lungimea pendulului matematic sincron.

c) Axa centrală a forţelor de inerţie se intersectează cu axa centrală a torsorului $T(m\overline{v})$ în punctul A din planul determinat de axa de rotaţie şi centrul maselor, deoarece coordonatele (11) ale lui A, verifică ecuaţiile (15). De aici rezultă că *pentru solidele în rotaţie care au un centru de percuţie şi axa centrală a forţelor de inerţie trece prin centrul de percuţie.*

d) Unghiul α dintre axele centrale ale torsorilor $T(m\overline{v})$ şi $T(-m\overline{a})$ la momentul t este dat de relaţia:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\omega^2}{\varepsilon}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. V. Vîlcovici, *Curs de mecanică*, vol. I, 1953.
2. G. K. Suslov, *Mecanica Raţională*, vol. I, Ed. Tehnică, 1950.
3. A. Stoenescu şi Gh. Silaş, *Curs de mecanică teoretică*. Editura Tehnică, 1957.

SUR LE TORSEUR DES IMPULSES ET DES FORCES D'INERTIE EN CAS DE MOUVEMENTS FONDAMENTAUX

(RESUMÉ)

A l'étude des torseurs $T(m\bar{v})$ et $T(-m\bar{a})$, on utilise les invariants (2).

Si le solide est assujette à un nouvement de translation, les deux invariants sont nuls. Les torseurs mininaux sont les invariants $\bar{H}$ et $\bar{F}_1$ situés sur les axes centrals respectifs qui passent par le centre des masses. Afin que l'angle d'entre les deux axes centrals soint constant, il faut que la loi du mouvement de translation sur la trajectoire (6) soit donnée par (7'). Etant donné un mouvement de rotation autour de l'axe Oz, l'axe Ox passant par G, les deux invariants ont les valeurs (9) et (13). Ils sont nuls, lorsque G este sur Oz ou $Iyz=0$. (Le solide a un centre de percurssion).

Dans le premier cas, les deux torseurs sont réduits à $\bar{K}$ (8) et C_I (12). Dans de deuxième cas, les torseurs minimaux sont les invariants $\bar{H}$ et F_I situés sur les axes centrals. Dans les autres cas, les torseurs minimaux se composent des invariants $\bar{H}$ et $\bar{F}_I$ et $\bar{K}_{min}$ (10) $\bar{C}_{I\,min}$ (14) situés sur les axes centrals respectifs. Les équations des deux axes centrals sont (11) et (15). L'axe central du torseur $T(m\bar{v})$, passe par le corps sans dépendre de la loi du mouvement de rotation. La distance de l'axe central à l'axe de rotation est égale à la longeurse du pendule mathématique synchrone. Les deux axes centrals se rencontrent dans un point A du corps, dont les coordonées sont données par (11) du plan zOx. Si le solide a un centre de percussion les deux axes se recontrent dans se centre de percussion.

О ТОРСОРЕ ИМПУЛЬСОВ И ИНЕРЦИОННЫХ СИЛ В ОСНОВНЫХ ДВИЖЕНИЯХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Для рассмотрения торсоров $T(m\bar{v})$ и $T(-m\bar{a})$, в настоящей работе используются инварианты (2).

В поступательном движении твердого тела оба инварианта равны нулю. Минимальные торсоры являются инвариантами $\bar{H}$ и $\bar{F}_1$ находящимися на соответствующих центральных осях проходящих через центр масс. Для того чтобы угол между двумя центральными осями был постоянным, требуется чтобы закон поступательного движения по траектории (6) был дан соотношением (7).

В круговом движении вокруг оси Oz при оси Ox проходящей через G, оба инварианта имеют значения (9) и (13). Они равны нулю, когда G находится на Oz или $I_{yz}=0$ (твердое тело имеет один ударный центр).

В первом случае оба торсора сводятся к $\overline{K}$ (8) и $\overline{C}_1$ (12). Во втором — минимальные торсоры являются инвариантами и находящимися на центральных осях. В других случаях минимальные торсоры состоят из инвариантов $\overline{H}$ и $\overline{F}_1$ и $\overline{K}_{1\,min}$ (10), $\overline{C}_{1\,min}$ (14) находящихся на соответствующих центральных осях.

Уравнения двух центральных осей — (11) и (15). Центральная ось торсора $T(m\overline{v})$ имеет положение не зависящее от закона кругового движения. Расстояние между ней и осью вращения равно длине синхронного математического маятника.

Обе центральные оси встречаются в теле в точке A имеющей координаты (11) в плоскости zOx. В случае если тело имеет ударный центр, обе оси пересекаются в этом центре.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ASUPRA CIOCNIRII CENTRICE A MAI MULTOR SFERE

DE

GHEORGHE SILAŞ şi IOSIF GROŞANU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Problema ciocnirii corpurilor solide a fost studiată pînă în prezent din multe puncte de vedere. În această lucrare vom pune în evidenţă cîteva proprietăţi ale ciocnirii centrice a mai multor sfere, păstrînd ipotezele mecanicii clasice asupra ciocnirii.

1°. Să considerăm n sfere, iniţial în repaus, cu centrele colineare, de mase $m_1, m_2, \ldots, m_n$, şi să dăm primei sfere o viteză v_1, orientată după linia centrelor. În acest caz, folosind formulele cunoscute, putem exprima vitezele ce le vor obţine corpurile de mase $m_2, m_3, \ldots, m_n$, după ciocnire.

Viteza pe care o va primi corpul de masă m_n după ciocnire va fi:

$$v_n^1 = (1+k_1)(1+k_2)\ldots(1+k_{n-1}) \cdot \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot \frac{m_2}{m_2+m_3} \cdots \frac{m_{n-1}}{m_{n-1}+m_n} v_1 \qquad (1)$$

În această relaţie am notat cu k_i coeficientul de restituire dintre sferele vecine m_i şi m_{i+1}.

Convenim să notăm în tot restul lucrării cu v_i^j, viteza corpului de masă m_i după ce a fost ciocnit de j ori.

Cum se vede din (1) valoarea vitezei ultimului corp depinde şi de coeficienţii de restituire, fiind cea mai mare în cazul ciocnirilor elastice.

Pentru ca prin introducerea maselor intermediare $m_2, m_3, \ldots, m_{n-1}$, să obţinem viteza v_n^1 maximă, aceste mase trebuie să verifice ecuaţiile:

$$\frac{\partial v_n^1}{\partial m_i} = 0; \qquad (i=2, 3, \ldots, n-1) \qquad (2)$$

Din aceste ecuaţii găsim:

$$m_i = \sqrt{m_{i-1} \cdot m_{i+1}}; \qquad (i=2, 3, \ldots, n-1) \qquad (3)$$

Relaţiile (3) ne arată că şirul maselor $m_1, m_2, \ldots, m_n$, trebuie să fie o progresie geometrică.

Ne situăm în acest caz şi notînd cu q raţia progresiei geometrice, atunci (1) devine:

$$v_n^1 = (1+k_1)\cdot(1+k_2)\ldots(1+k_{n-1})\cdot\left(\frac{1}{1+q}\right)^{n-1} v_1. \tag{4}$$

Analizînd şi derivatele de ordinul 2 ale relaţiei (1) ajungem la concluzia că (4) ne dă viteza maximă a corpului de masă m_n după ciocnire.

În cazul cînd bilele sînt din acelaşi material şi notăm:

$$k_1 = k_2 = \ldots = k_{n-1} = k$$

atunci vom avea:

$$v_n^1 = \left(\frac{1+k}{1+q}\right)^{n-1} v_1. \tag{5}$$

Sfera cu masa m_{n-1} este ciocnită de sfera cu masa m_{n-2} şi ea ciocneşte sfera cu masa m_n. După aceste ciocniri, cu notaţiile precedente, viteza ei este:

$$v_{n-1}^2 = \left(\frac{1+k}{1+q}\right)^{n-2} \cdot \frac{k-q}{1+k} v_1. \tag{6}$$

Analizînd relaţiile (5) şi (6) atunci,

$$\begin{aligned} &\text{cînd } k>q \text{ avem: } v_n^1 > v_1;\ v_{n-1}^2 < 0 \\ &\text{cînd } k=q \text{ avem: } v_n^1 = v_1;\ v_{n-1}^2 < 0 \\ &\text{cînd } k<q \text{ avem: } v_n^1 < v_1;\ v_{n-1}^2 > 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Adică, rezultă următoarele concluzii:

a) Cînd coeficientul de restituire este mai mare decît raţia progresiei geometrice, viteza ultimului corp după ciocnire este mai mică decît viteza primului corp înainte de ciocnire, iar restul bilelor după ciocnire se vor mişca în sens contrar bilei de masă m_n.

b) Cînd coeficientul de restituire este egal cu raţia progresiei geometrice, viteza ultimului corp după ciocnire este egală cu viteza primului corp înainte de ciocnire, iar restul bilelor după ciocnire vor rămîne în repaus.

c) Cînd coeficientul de restituire este mai mic decît raţia progresiei getometrice, viteza ultimului corp după ciocnire este mai mică decît viteza primului corp înainte de ciocnire, iar restul bilelor după ciocnire se vor mişca în acelaşi sens cu bila de masă m_n.

2°. Din relaţia (5) se vede că viteza ultimului corp este funcţie de numărul corpurilor.

$$v_n^1 = v_n^1(n) \tag{8}$$

Vom presupune acum cunoscute masele m şi M şi ne punem problema să determinăm ce număr de corpuri cu masele în progresie geometrică va trebui să interpunem între cele două corpuri date pentru ca viteza ultimului corp să fie cea mai mare posibilă.

În acest caz, notînd cu n numărul de corpuri intermediare, raţia progresiei geometrice va fi:

$$q=\sqrt[n+1]{\frac{M}{m}}. \tag{9}$$

Condiţia de extrem a vitezei ultimului corp este:

$$\frac{dv^1_{n+2}(n)}{dn}=0 \tag{10}$$

Ţinînd seama de (9) relaţia (5) devine:

$$v^1_{n+2}=\left(\frac{1+k}{1+\sqrt[n+1]{\frac{M}{m}}}\right)^{n+1}\cdot v_1 \tag{11}$$

Anulînd derivata logaritmică a relaţiei (11) avem:

$$\ln\frac{1+k}{1+\sqrt[n+1]{\frac{M}{m}}}+\frac{\sqrt[n+1]{\frac{M}{m}}\ln\frac{M}{n}}{\left(1+\sqrt[n+1]{\frac{M}{m}}\right)(n+1)}=0. \tag{12}$$

Dacă facem următoarele notaţii:

$$1+k=a;\quad \frac{M}{m}=b;\quad \sqrt[n+1]{\frac{M}{m}}=y$$

atunci (12) devine:

$$1+y=ay^{\frac{y}{1+y}}. \tag{13}$$

Pentru a găsi numărul maxim de corpuri cu masele în progresie geometrică ce trebuiesc interpuse între corpurile de masă m şi M, va trebui să rezolvăm ecuaţia (13).

La rezolvarea acestei ecuaţii vom folosi metoda grafică. În acest scop considerăm curbele:

$$z=1+y;\quad z=ay^{\frac{y}{1+y}}. \tag{14}$$

Rezolvînd grafic curbele (14) în sistemul cartezian de coordonate yoz, va trebui să determinăm punctele lor comune pentru valorile pozitive ale lui y, căci masele fiind pozitive vom avea întotdeauna $b>0$.

Reprezentarea grafică a curbelor (14) din fig. 1, a fost făcută conform tabloului alăturat.

	y	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	$a=2$	2	1,59	1,53	1,55	1,58	1,73	2	3,30	4,52	6,06	7,64	9,28	10,98	12,72	14,4	16,2
	$a=1,5$	1,5	1,19	1,15	1,16	1,19	1,29	1,5	2,48	3,42	4,6	5,73	6,95	8,2	9,5	10,9	12,2
	$a=1$	1	0,79	0,76	0,77	0,79	0,26	1	1,65	2,28	3,03	3,82	4,64	5,49	6,36	7,2	8,1

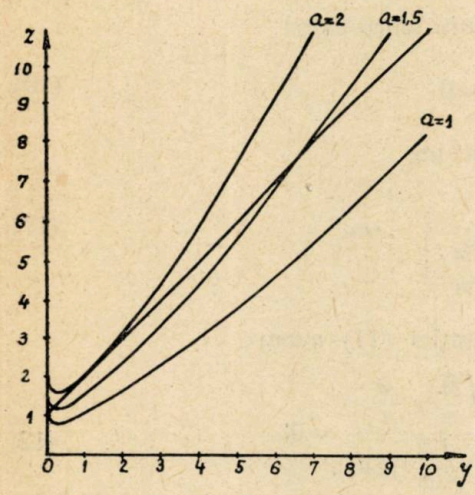


Fig. 1.

Notînd cu:

$$f(y)=1+y-ay^{\frac{y}{1+y}}$$

avem:

pentru $a=2$

$$f(0)=-1;\quad f(1)=0;\quad f(\infty)=-\infty$$

pentru $1<a<2$

$$f(0)=1-a;\ f(1)=2-a;\ f(\infty)=-\infty$$

pentru $a=1$

$$f(0)=0;\quad f(1)=1;\quad f(\infty)=\infty.$$

Deducem de aici că în cazul cînd $1<a<2$ curbele (14) vor avea două puncte comune, unul în intervalul $(0, 1)$ notat cu y_1, şi altul în intervalul $(1,\infty)$ notat cu y_2. Cînd $a=2$ punctele comune ale curbelor (14) sînt pentru $y=1$, iar cînd $a=1$, punctul de intersecţie al curbelor (14) este pentru $y=0$.

Odată y_1 şi y_2 determinaţi, numărul de corpuri, cu masele în progresie geometrică ce trebuie interpuse între corpurile de masă m şi M, se determină cu relaţia:

$$n=\frac{\log b}{\log y_{1,2}}-1. \tag{15}$$

Întrucît n poate să fie nul sau întreg şi pozitiv, în formula (15) va trebui să înlocuim $0<y_1<1$ în cazul cînd $b<1$, $y_2>1$ în cazul cînd $b>1$, şi să alegem cel mai apropiat număr întreg de rezultatul acestei formule.

3°. Am văzut prin rezolvarea grafică a ecuaţiei (13) că obţinem în general două rădăcini, y_1 şi y_2, care depind de valoarea lui a, deci:

$$y_1=y_1(a);\quad y_2=y_2(a) \tag{16}$$

Făcînd reprezentarea grafică a curbelor (14), dînd diferite valori lui a, pentru rădăcinile y_1 şi y_2 găsim valorile:

a	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
y_1	0,03	0,06	0,08	0,12	0,16	0,24	0,32	0,42	0,56	1
y_2	39,75	20,6	13	8,35	6,25	4,3	3,2	2,15	1,15	1

Pentru aproximarea formulelor (16) am ales funcţii exponenţiale cu coeficienţi nedeterminaţi de forma :

$$y=\beta e^{\alpha a}+\gamma. \tag{17}$$

Coeficienţii : α, β, γ se determină impunînd curbei (17) să treacă prin trei puncte ale curbelor (16). Aceste condiţii ne conduc la sistemele de ecuaţii :

$$\begin{cases} \beta e^{\alpha}+\gamma=0 \\ \beta e^{1,5\alpha}+\gamma=0,16 \\ \beta e^{2\alpha}+\gamma=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \beta e^{2\alpha}+\gamma=1 \\ \beta e^{1,6\alpha}+\gamma=4,3 \\ \beta e^{1,2\alpha}+\gamma=20,6 \end{cases}$$

Care rezolvate, ne conduc la formule de aproximare :

$$y_1=10^{-2}(0,14\,e^{3,3\alpha}-3,5)$$

$$y_2=2\,470\,e^{-4\alpha}+0,2. \tag{18}$$

Folosind relaţiile (18) pentru cazul cînd $a=1,8$ şi $b=16$, pentru n formula (15) ne dă valoarea $n=1,5$.

Calculînd direct viteza ultimului corp cu formula (11) pentru $n=1$ şi $n=2$ avem :

$$v_3^1=0,130\,v_1$$

$$v_4^1=0,134\,v_1.$$

Tragem de aici concluzia, că $n=2$ corespunde vitezei maxime a ultimului corp.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Regnauld, Choc de plusieurs corps elastiques sous l'action de l'un d'entre eux, comment varient les vitesses finales lorsqu'on change les masses des corps intermediaires. Mecanique, 25, 167—168 (1941).
2. A. Stoenescu şi Gh. Silaş, *Curs de mecanică teoretică,* Editura Tehnică, 1957.
3. V. Vîlcovici, *Curs de mecanică,* vol. I, 1958.
4. I. S. Bezicovici, *Calcule aproximative,* Editura Tehnică, 1952. (Traducere din limba rusă).

SUR LE CHOC CENTRIQUE DE PLUSIEURES SPHÈRES

(RESUMÉ)

Dans cet ouvrage on considère n sphères de masses $m_1, m_2 \cdots m_n$ aux centres collinéaires et on cherche la relation qui doit exister entre ces masses pour que la vitesse du dernier corps après le choc atteigne le maximum.

Ainsi on arrive à l'équation (3) qui montre que la suite des masses $m_1, m_2 \cdots m_n$ doit être une progression géométrique.

Le maximum de vitesse en ce cas est donné par la relation (4).

Etant données les deux sphères de masses m et M on a déterminé à l'aide de la relation (15) le nombre de sphères à masses en progression géométrique qui doivent être placées entre les deux corps donnés pour que la vitesse du dernier corps soit la plus grande possible.

Puisque l'équation (13) est graphiquement resolvée pour les valeurs différentes de $a=1+K$, les racines de cette équation, ont été approximées en fonction de a, à l'aide des formules (18).

О ЦЕНТРАЛЬНОМ УДАРЕ НЕСКОЛЬКИХ СФЕР

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе принимаются сферы, имеющих массы $m_1, m_2, \ldots, m_n$, с коллинеарными центрами и находится соотношение между этими массами так чтобы скорость последнего тела была максимальной. Таким образом получается уравнение (3), на основании которого последовательность масс $m_1, m_2, \ldots, m_n$ должна составлять геометрическую прогрессию. Максимальная скорость в этом случае дается отношением (4).

Будучи даны два сферы с массами m и M, на основании соотношения (15) устанавливается число сфер имеющих массы в геометрической прогрессии и которые должны быть расположены между двумя данными телами таким образом, чтобы скорость последнего тела была найбольщей.

Так как уравнение (13) было разрешено графически для разных значений $a=1+k$ корни этого уравнения были определены с приближением по a, с помощью уравнения (18).

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

MIŞCAREA VIBRATORIE A VINELOR DE APĂ ÎN AER LIBER

DE

POMPILIU NICOLAU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Obiectul studiului nostru îl constituie regimul de mişcare al vinelor de apă deversate de deversoare cu muchie subţire şi a vinelor de apă provenite din orificii circulare cu pereţi subţiri.

Deversoarele sînt dispuse pe plăci verticale pe orientarea curentului de apă ce alimentează deversorul, sînt de profil triunghiular şi dreptunghiular cu contracţie laterală.

Fenomenele au fost observate şi înregistrate în „Laboratorul de Hidrotehnică" al Facultăţii de Construcţii, Institutul Politehnic Timişoara.

Deversoarele au fost alimentate de o sursă, a cărei acţiune perturbatoare asupra deversorului a fost complet anihilată. Viteza de apropiere la muchia deversorului a fost considerată neglijabilă fiind de fapt foarte mică.

Suprafaţa apei în canalul de alimentare al deversorului a fost perfect liniştită iar sarcina de funcţionare constantă, pentru un debit dat, şi printr-o îngrijită instalare, s-au evitat orice fel de vibraţii în sistemul de alimentare al deversorului.

*

* *

A. Aspectul vibrator al mişcării acestor vine, pe parcurs, este vădit. Vinele de apă au forme ce pot fi descrise, sumar, astfel :

I A. *Vîna de apă ce trece peste deversorul triunghiular şi are înălţimea de cădere, de la vîrful triunghiului pînă la placa de fund a receptorului vinei de* $H = 1{,}90$ m.

S-au observat fenomenele corespunzătoare următoarelor debite :

$q = 0{,}567$ litri/sec ; $q = 1{,}205$ litri/sec ; $q = 1{,}99$ litri/sec

Pentru $q=0,567$,

la un centimetru, de la creastă avem primele izbiri ale firelor de apă ; încep imediat vibraţiile, care se dezvoltă pe parcursul vinei. Forma secţiunii vinei — ∩ — de aproximativ un semicerc cu gura în jos, este manifestată pe cca. 24 cm de parcurs, cînd se produce un fenomen de răsturnare a profilului secţiunii, şi ia forma unui semicerc cu gura în sus — ∪ — ce se continuă pe cca. 27 cm din parcursul vinei.

La sfîrşitul traiectoriei cu semicercul în sus, îşi face apariţia un regim nou, cînd vîna are sclipiri puternice şi capătă aspectul unei „frînghii de argint", formă cu care cade şi pe placa de recepţie a vinei căzătoare.

Vibraţiile sînt foarte puternice şi au la cădere zgomote caracteristice.

Sînt distincte şi vibraţii longitudinale şi vibraţii transversale. Vîna de apă este cu suprafaţa peliculei, datorită tensiunii superficiale intactă, pe cca. 51 cm de la creastă, cînd vîna ia aspectul „frînghiei de argint".

Pentru debitul $q=1,205$ litri/sec,

vîna are vibraţii uşoare, cu începere de la cca. 3 cm, de la creastă. Vibraţiile cresc pe parcurs odată cu trecerea de la forma ∩ la forma ∪ care este terminată la cca. 98 cm de la creastă. Urmează apoi aspectul „frînghiei de argint", cu vibraţii foarte puternice.

Pentru debitul $q=1,99$ litri/sec,

vîna are vibraţii cu începere de la cca. 5 cm, de la creastă, în particular în partea laterală şi de jos a vînei deversate.

Forma ∩ se păstrează pe 115 cm, iar forma ∪ , încă 61 cm. Sub această ultimă formă, ajunge pe placa receptorului. Aspectul „frînghiei de argint" nu se manifestă decît parţial la marginile vînei şi începe de la 70 cm, de la creastă.

I_B. *Vîna de apă ce trece peste deversorul dreptunghiular cu contracţie laterală, cu o înălţime de cădere tot de $H=190$ m prezintă fenomene analoage.*

Astfel la un debit de $q=1,158$ litri/sec, vibraţiile încep de la cca. 5 cm de la creastă. Pe parcurs, forma aproximativ de aspectul — (lamă orizontală) devine după cca. 53 cm de forma unei lame verticale, ca după alţi 77 cm, să devină iar o lamă orizontală sub care formă cade pe placa receptoare.

Pe tot parcursul vinei, n-avem nici un aspect de „frînghie de argint", nici la mijloc şi nici pe margini şi pe tot parcursul vinei, de la cca. 5 cm, de creastă, încep vibraţiile ce devin din ce în ce mai puternice pe măsură ce s-au produs inversiunile indicate mai sus.

Vom observa că în limitele posibile ale spaţiului creat în Laboratorul de Hidrotehnică, n-am putut urmări fenomenul vinei libere în aer decît numai pe parcursul în care s-au manifestat cele trei regimuri menţionate mai sus.

a) regimul imediat de lîngă creastă (nevibrator) ;

b) regimul vibrator cu vîna de apă compactă ; şi

c) regimul „frînghiei de argint".

Va trebui însă considerată posibilitatea existenţei şi a altor regimuri din care, în primul rînd, va trebui cercetat acela corespunzător frecării aerului cu vîna sub forma de „frînghie de argint". În acest regim vîna se va prezenta sub formă de stropi. Frecarea cu aerul va condiţiona un regim de mişcare diferit de cele de mai sus, atît prin acţiunea directă, de contact, cît şi prin fenomenul de antrenare.

*
* *

B. Ca o regulă generală trebuie observat că fenomenul vibrator a fost observat imediat după ce firele de apă, ce au trecut creasta deversorului, au prezentat un fenomen aparent de încrucişare. Cu cît acţiunea de încrucişare a fost mai puternică cu atît şi fenomenul vibrator a fost mai mare.

La deversorul triunghiular, în mod special, acţiunea de încrucişare aparentă a fost cea mai puternică şi vibraţiile, de asemenea, cele mai puternice.

*
* *

C. Forma vibratorie, a fost observată şi în sensul deplasării vinei de apă şi în secţiunea transversală a vinei.

C_1. Pentru *vibraţiile în sens longitudinal,* am pus acest fapt în evidenţă făcînd ca vîna de apă să cadă peste o *placă metalică rezemată pe patru resoarte,* placă constituind ceea ce am numit şi vom numi în mod curent, receptorul vinei de apă.

Placa metalică de grosime de 1 mm, este solidarizată cu două tuburi verticale de alamă, la a căror extremitate superioară, am ataşat o altă placă metalică, solidară cu cele două tuburi de alamă. Pe această placă superioară, cu ajutorul unui vibrograf — tip „J. Geiger" — am urmărit fenomenele vibratorii ale vinei de apă, în parte amplificate de fenomenele vibratorii ale sistemului utilizat pentru înregistrarea vibraţiilor. Vibraţiile au fost înregistrate pe benzi, iar vibrogramele, vor fi prezentate mai jos pentru cazurile mai caracteristice ce au fost urmărite în laborator.

S-a urmărit în acelaşi timp şi acţiunea de amortizare ce s-ar putea produce, prin prezenţa unei saltele de apă plasată între receptor şi vîna deversantă. A se vedea fotografiile alăturate ce reprezintă aparatul „Geiger" şi dispozitivul utilizat (Foto I şi II).

La deversorul dreptunghiular.

Înălţimea de cădere a vinei de apă, de la creastă pînă la placa receptorului, este de $H=2{,}574$ m.

Observăm că am mărit înălţimea de cădere de la $H=1{,}90$ m la $H=2{,}574$ m, tocmai pentru ca fenomenele să fie cît mai distinct observate.

Pentru $q=1{,}56$ litri/sec,

s-au făcut înregistrări pentru saltele de apă variind de la $h=0$, adică fără saltea de apă, şi apoi pentru diferite valori ale lui h pînă la $h=31$ cm.

Toate vibrogramele corespunzătoare sînt prezentate în anexa I.

Cum se vede din vibrograme, există o anumită valoare a saltelei de apă corespunzătoare lui $h=21{,}2$—25 cm, cînd avem cea mai mare ampli-

tudine a vibrației. După această stare vibratorie puternică, avem o descreștere continuă a vibrațiilor ca, practic vorbind, pentru $h=47$ cm să nu mai avem nici o vibrație. Această ultimă stare nu s-a mai înregistrat.

Pentru $q=1,73$ litri/sec,

s-au făcut înregistrările ce s-au trecut pe vibrogramele prezentate în anexa II.

Și în acest caz, există o valoare a saltelei de apă, $h=22$ cm, cînd avem cele mai mari vibrații pentru ca apoi, pentru $h=49$ cm să nu mai avem nici o vibrație, cum este arătat în ultima vibrogramă.

La deversorul triunghiular,

avem aceeași înălțime de cădere $H=2,574$ m, dar neutilizînd decît un singur *debit $q=1,715$ litri/sec.*

Vibrogramele rezultate, pentru diferite valori ale saltelei de apă, începînd de la 0 cm—47,8 cm, sînt prezentate în anexa III.

În acest caz, maximul de vibrație, s-a înregistrat, cum se poate urmări din anexă, pentru valorile lui h cuprinse între 26,7 cm—32 cm, și dispare aproape complet pentru h cuprins între 44 cm—46,8 cm.

C II. Pentru vibrația în sens transversal, adică în plan normal direcției de curgere a vinei deversante, cea mai clară dovadă de existența acestor vibrații, o constituie faptul că la un moment dat, așa cum am pus în evidență în descrierea fenomenelor la mișcarea vinei, vîna de apă trece de la un regim în care pelicula ce conturează vîna (pelicula tensiunei superficiale), este intactă, la un alt regim în care vîna are aspectul unei „frînghii de argint" (o vînă cu sclipiri puternice).

În acest ultim regim, energia tensiunii superficiale a fost înfrîntă de energia mișcării vibratorii transversale și vîna, în acest regim, curge în fire împreunate dar de un caracter cu totul deosebit de cel al primei forme a vinei deversante.

Nu este lipsită de interes și observația făcută direct, cu un fir subțire de mătasă roșie, de diametru cca. 0,25 mm, și care introdus în curentul vinei marchează distinct această mișcare vibratorie transversală, prin formarea unui smoc ca o pensulă (a firișoarelor de mătasă din care este compus firul, firișoare într-o continuă agitație transversală).

*

* *

D. *În concluzie,* existența mișcării vibratorii a vinelor de apă observate, în afară de aspectul vădit pentru orice observator, poate fi evidențiat: pentru *mișcarea vibratorie longitudinală,* prin acțiunea curentului de apă asupra plăcii metalice prevăzute cu resoarte (receptorul vinei), și care nu poate marca vibrațiile întreținute, înregistrate de vibrograf, dacă curentul de apă ce izbește placa, n-ar avea vibrații;

iar pentru *mișcarea vibratorie transversală,* prin posibilitatea de a stabili o echilibrare a energiei tensiunii superficiale într-o secțiune transversală, cu energia vibratorie, în secțiunea corespunzătoare — echilibrare ce la un punct pe traiectoria vinei este distrusă.

*

* *

E. Considerăm că mişcarea vibratorie este datorită izbirii iniţiale a particulelor de apă ce sînt, în parte, dirijate convergent de muchiile deversoarelor studiate. Cu cît convergenţa va fi mai activată, — cum este de exemplu la deversorul triunghiular — cu atît şi izbirea va fi mai puternică şi vibraţia mai mare.

Izbirea particulelor va da prin fenomen de undă, aspectul aparent de încrucişare al particulelor, producîndu-se în acelaşi timp şi următoarele fenomene :

1. Particulele convergente, la întîlnirea cu cele orientate longitudinal (cum sînt firele din cuprinsul interior al lamei deversante) vor produce acţiuni rezultante de izbiri a masei elastice, de unde rezultă oscilaţii longitudinale ; şi

2. Pelicula tensiunii superficiale, va fi solicitată, din interior, prin izbirea firelor convergente, creindu-se astfel elemente sau cauze perturbatoare ce se vor transmite prin unde capilare, în lungul peliculei. La acţiunea acestor efecte perturbatoare, trebuie adăugat şi mişcarea reflectată din interiorul vinei a particulelor ce se izbesc, acţiune complexă ce produce de fapt mişcarea oscilatorie transversală.

De sigur, trebuie considerat la cele de mai sus, mărirea izbirilor particulelor, datorită mărirei vitezelor în lungul vinei, produsă de gravitaţie.

*

* *

F. Fenomenul observat la un *orificiu circular* cu muchia subţire, tăiat într-un perete vertical, se prezintă diferit :

Cazul observat se referă la un orificiu de diametru 19,22 mm cu muchia îngrijit prelucrată. Vîna de apă ce trece prin acest orificiu, cade într-un rezervor, cu înălţime de cădere de la centrul orificiului la suprafaţa apei, de la 0,96 m la 1,45 m.

Sarcina ce produce mişcarea apei prin orificiul de 19,2 mm, de 21 cm, este asigurată, practic vorbind, invariabilă, iar rezervorul ce alimentează orificiul este în repaus complet.

In aceste condiţiuni : vîna de apă, n-are aproape nici o vibraţie şi se prezintă pe tot parcursul ei, pînă la cădere în apă, *ca un sloi de ghiaţă* ce intră în apa din rezervor întocmai ca o bucată de lemn.

Am spus „aproape" nici o vibraţie pentru că totuşi la o depărtare oarecare de orificiu, s-ar părea că sînt foarte uşoare sclipiri, ce-ar marca o extrem de slabă mişcare vibratorie.

Desigur că aceste mişcări vibratorii n-ar putea să lipsească cu totul, pentru că totuşi acţiunea convergentă a firelor de apă, de pe conturul orificiului, trebuie să-şi realizeze o uşoară influenţă.

Dacă, însă, se introduce la gura orificiului înspre rezervor, un fir de mătasă de dimensiunile celui indicat mai sus ($\varnothing = 0{,}25$ mm), lăsîndu-se să fie antrenat prin vîna de apă, prezenţa acestui obstacol atît de redus, produce o acţiune puternică în întreaga vînă : o puternică mişcare vibratorie şi longitudinală şi transversală. În acelaşi timp vîna de apă cade cu zgomot puternic în rezervor, aspectul „frînghiei de argint" se manifestă la diferite lungimi ale vinei, după cum şi acţiunea perturbatoare a firului de mătasă este mai mult sau mai puţin puternică.

Îndepărtarea firului de mătasă, de la gura orificiului, produce instantaneu o „înghețare" a vinei de apă ce revine cum am spus ca un sloi de ghiață.

În consecință vîna de apă produsă de un orificiu circular de Ø 19,22 mm, situat în plan vertical și la care variația vitezelor pe contur este relativ mică (sarcina variind puțin) și fără nici o acțiune perturbătoare de-a lungul vînei sau peliculei, este *cazul unei vîne de apă în aer liber ce s-ar putea considera practic fără mișcare vibratorie.*

Am înregistrat acțiunea acestei vine de apă pe receptorul utilizat și la celelalte vine de apă, printr-un dispozitiv identic cu cel folosit la deversoarele triunghiulare și dreptunghiulare.

Vibrogramele înregistrate sînt prezentate în anexă IV. Tot în anexă sînt prezentate și vibrogramele înregistrate în cazurile cînd firul de mătasă are diferite acțiuni perturbătoare inițiale ale vinei de apă și trece prin orificiu. (A se vedea fotografiile alăturate ce reprezintă instalația pentru crearea orificiului și înregistrarea vibrațiilor) (Foto III și IV).

*

* *

G. Pentru explicarea existenței mișcării vibratorii longitudinale (în lungul vinei de apă) acolo unde cauzele de început sînt caracteristice (o variație a vitezelor ca mărime și orientare) cum este la un deversor triunghiular sau dreptunghiular, am considerat existența a două mase elastice ce se deplasează pe aceeași direcție, însă cu viteze diferite *). Prin izbirea lor se va produce o forță de contact ale cărei caracteristici ne vor indica aspectul oscilator al contactului celor două mase.

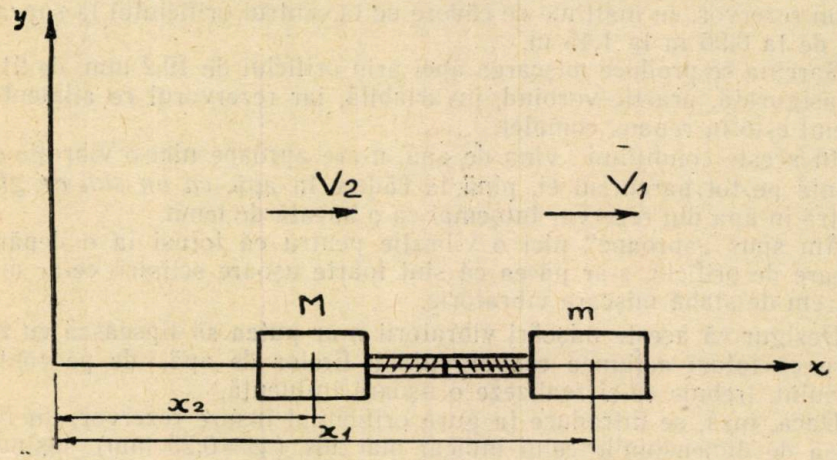


Fig. 1. Modelul mecanic al fenomenului intim generator de vibrații longitudinale.

*) Am folosit analogia sugerată de J. H. Poyting și J. J. Thomson din „Properties of Matter".

Să notăm cu m şi M masele a două corpuri prevăzute cu resoarte, ale căror factori de elasticitate sînt : K_1 şi K_2, iar deformaţiile resoartelor, prin izbire, datorite vitezelor V_1 şi V_2 (unde $V_1 < V_2$) fiind notate cu X_1 şi X_2.

Notăm cu F forţa de contact la un moment dat, care forţă reprezintă acţiunea egală pe cele două resoarte însă de semn contrar.

Ecuaţia echilibrului dinamic pentru fiecare din mase, va fi exprimată cum se ştie prin :

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x_1}{dt^2} &= K_1X_1 \\ M\frac{d^2x_2}{dt^2} &= -K_2X_2 \end{aligned}\right\}$$

în acelaşi timp însă :

$$\left.\begin{aligned} x_1 - x_2 &= \text{const} - (X_1 + X_2) \\ K_1X_1 &= K_2X_2 = F. \end{aligned}\right\}$$

Sistemul de ecuaţii ce reprezintă echilibrul dinamic este :

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x_1}{dt^2} &= K_1X_1 \\ M\frac{d^2x_2}{dt^2} &= -K_2X_2 \\ x_1 - x_2 &= \text{const} - (X_1 + X_2) \\ K_1X_1 &= K_2X_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I)}$$

Din (I) deducem :

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}(x_1 - x_2) &= \frac{K_1}{m}X_1 + \frac{K_2}{M}X_2 \\ x_1 - x_2 &= \text{const} - (X_1 + X_2) \\ K_1X_1 &= K_2X_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II)}$$

Sau din ecuaţia a doua de mai sus :

$$\left.\begin{aligned} \frac{-d^2(X_1 + X_2)}{dt^2} &= \frac{K_1}{m}X_1 + \frac{K_2}{M}X_2 \\ X_1 &= \frac{K_2}{K_1}X_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III)}$$

sau

$$-\frac{d^2}{dt^2}X_2\left(1 + \frac{K_2}{K_1}\right) = \frac{K_1}{m}\cdot\frac{K_2}{K_1}X_2 + \frac{K_2}{M}X_2$$

sau

$$\left.\frac{d^2X_2}{dt^2} + D^2X_2 = 0 \quad \text{şi în care} \quad D^2 = \frac{K_1K_2(M+m)}{Mm(K_1+K_2)}\right\} \qquad \text{(IV)}$$

Soluția generală a ecuației (IV) este de forma :

$$\left.\begin{aligned} X_2 &= A\cos Dt + iB\sin Dt \\ X_1 &= \frac{K_2}{K_1}(A\cos Dt + iB\sin Dt) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(V)}$$

Condițiile de limită sînt : pentru $t=0$, $X_1=0$, $X_2=0$, deformațiile resoartelor fiind nule.

Deci, pentru $t=0$, cum $X_2=0$ și $A=0$.

Vom avea dar pentru X_2 și X_1 expresiile :

$$\left.\begin{aligned} X_2 &= iB\sin Dt \\ X_1 &= \frac{K_2}{K_1} iB\sin Dt \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI)}$$

Ca să aflăm acum pe B, vom folosi ecuațiile din (I) și anume :

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\frac{K_2}{M} iB\sin Dt \text{ etc, etc.}$$

și deci :

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{K_2}{MD} iB\cos Dt$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{-K_2 iB\cos Dt}{mD}$$

sau la limită pentru $t=0$

$$\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right)_{t=0} = -i\frac{B}{D}K_2\frac{M+m}{Mm} \qquad \text{(VII)}$$

Însă :

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{t=0} = V_1 \quad \text{și} \quad \left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{t=0} = V_2.$$

Deci din (VII)

$$V_1 - V_2 = -\frac{iB}{D}K_2\frac{M+m}{Mm}$$

adică :

$$B = \frac{i(V_1 - V_2)D}{K_2\frac{M+m}{Mm}}$$

În consecință :

$$X_2 = \frac{i^2(V_1 - V_2)D}{K_2\frac{M+m}{Mm}}\sin Dt$$

și :

$$F = (V_2 - V_1)\frac{Mm}{M+m}D\sin Dt$$

în care

$$D=\sqrt{\frac{K_1K_2(M+m)}{Mm(K_1+K_2)}}$$

Pentru cazul nostru, se poate considera : $M=m$ şi $K_1=K_2=K$.

$$D=\sqrt{\frac{K^2 2m}{m^2 2K}}=\sqrt{\frac{K}{m}}$$

iar

$$F=\frac{V_2-V_1}{2}\,m\sqrt{\frac{K}{m}}\sin\sqrt{\frac{K}{m}}\,t.$$

Amplitudinea forţei de contact F, oscilatorie, este cum se vede din valoarea sa :

$$a=\frac{V_2-V_1}{2}\,m\sqrt{\frac{K}{m}}$$

în funcţie de diferenţa vitezelor ce se izbesc ; pulsaţia fiind $\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}$ şi perioada $T=\frac{2\pi}{\omega}$

*

* *

În ceea ce priveşte mişcarea vibratorie transversală, cum am arătat mai sus este manifestată prin forma vinei în regim „frînghie de argint" şi care fenomen se petrece din momentul în care energia tensiunii superficiale este distrusă de energia vibratorie din secţiunea transversală.

Vom considera o vînă de secţiune circulară ce iese dintr-un orificiu.

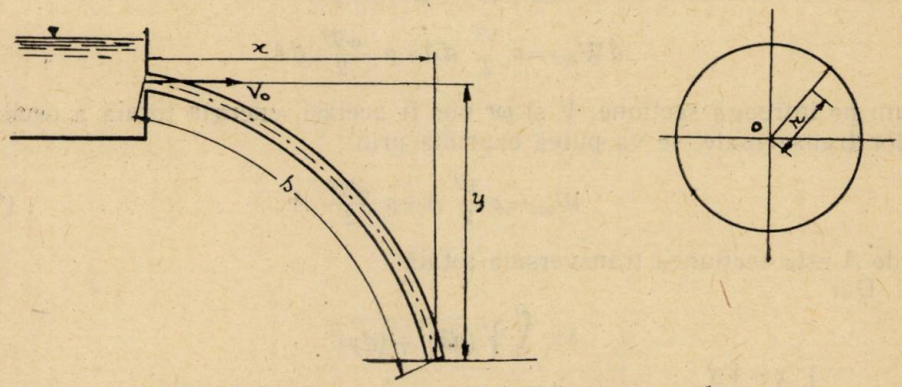


Fig. 2. Schema de studiu a vibraţiilor transversale.

S. Secţiunea transversală poate fi considerată ca o secţiune circulară şi vibraţiile transversale pot fi simetrice de la firul axial spre periferie.

De-a lungul unui diametru, vom avea doar un oscilator simplu, cu energia corespunzătoare, iar pe cuprinsul întregei suprafeţe, vom avea

suma, la limită, a tuturor energiilor oscilatorilor simpli. Suma la limită a energiei acestor oscilatori simpli, va trebui să fie egală cu energia tensiunii superficiale din secţiunea corespunzătoare.

Pentru secţiunea transversală, de-a lungul unui diametru, vom avea, pentru un oscilator :

$$r = a \sin(\omega t + \varphi) .$$

iar viteza de oscilaţie va fi dată de

$$V = \frac{dr}{dt} = \sin(\omega t = \varphi) \frac{da}{dt} + a \cos(\omega t + \varphi) \left[t \frac{d\omega}{dt} + \omega + \frac{d\varphi}{dt} \right]$$

Vom face ipoteza că :

$$\left.\begin{aligned} a &= K_1 s \\ \omega &= K_2 s \\ \varphi &= \varphi(s) \end{aligned}\right\} \qquad (*)$$

şi în care s este lungimea traiectoriei vinei de apă de la orificiu pînă în dreptul secţiunii.

Dar energia oscilatorului simplu este :

$$dW_{osc} = \frac{mV^2}{2} + \frac{m\omega^2 r^2}{2}$$

şi unde

$$m = \rho dA \cdot 1$$

în care dA este un element din suprafaţă. Adică :

$$dW_{osc} = \rho \frac{V^2}{2} dA + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} dA.$$

Cum pe întreaga secţiune, V şi ωr vor fi aceiaşi, energia totală a oscilaţiilor transversale, se va putea exprima prin :

$$W_{osc} = \rho \frac{V^2}{2} A + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} A \qquad (**)$$

unde A este secţiunea transversală totală.

Dar

$$s = \int_0^t \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$$

Insă $\begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{gt^2}{2} \end{cases}$ V_0 = viteza curentului de apă la eşirea din orificiu.

Deci $\begin{cases} dx = V_0 dt \\ dy = gt\, dt \end{cases}$ şi $s = g \int_0^t \sqrt{t^2 + \frac{V_0^2}{g^2}}\, dt$

Integrăm

$$s = \frac{1}{2} t (g^2t^2 + V_0^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{g^2} \log \left(t + \sqrt{t^2 + \frac{V_0^2}{g^2}} \right)$$

însă

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

şi deci

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2y}{g}} (2yg + V_0^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{g^2} \log \left(\sqrt{\frac{2y}{g}} + \sqrt{\frac{2y}{g} + \frac{V_0^2}{g^2}} \right) \qquad (\star\star)$$

* * *

Vom folosi relaţia (**) şi relaţiile de sub (*)

$$W_{osc} = \frac{\rho A}{2} (V^2 + r^2\omega^2) = \frac{\rho A}{2} [V^2 + K_1^2 K_2^2 s^4 \sin^2 (K_2 st + \varphi)] \qquad \text{(I)}$$

şi în care:

$$V = \sin (\omega t + \varphi) \frac{da}{dt} + a \cos (\omega t + \varphi) \left(t \frac{d\omega}{dt} + \omega + \frac{d\varphi}{dt} \right) \qquad \text{(II)}$$

De asemeni putem avea:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2} (g^2t^2 + V_0^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \frac{g^2t^2}{\sqrt{g^2t^2 + V_0^2}} + \frac{1}{2} \frac{V_0^2 \cdot 1}{g \sqrt{t^2g^2 + V_0^2}} \qquad \text{(III)}$$

şi

$$\frac{da}{dt} = K_1 \frac{ds}{dt}; \quad \frac{d\omega}{dt} = K_2 \frac{ds}{dt}$$

Vom introduce pe (III) şi (IV) în (II) şi vom avea posibilitatea să exprimăm pe W_{osc} din (I) în funcţie de (s), (t) şi $\varphi(s)$. Apoi folosind relaţia $y = \frac{gt^2}{2}$ precum şi expresia lui (s) din $(\star\star)$ vom putea obţine W_{osc} sub forma:

$$W_{osc} = \frac{\rho A}{2} \Phi [y \cdot \varphi (y)]$$

Condiţia de echilibru este ca

$$W_{osc} = W_{tens.\ superf.}$$

iar

$$W_{tens.\ superf.} = \sigma A.$$

Deci

$$\frac{\rho A}{2} \Phi [y, \varphi (y)] = \sigma A.$$

sau

$$\Phi[y, \varphi(y)] = \frac{2\sigma}{\rho}$$

o ecuaţie în y şi $\varphi(y)$.

Funcţiunea $\varphi(y)$, ce reprezintă faza, este importantă. O ipoteză simplificatoare, în forma acestei funcţiuni poate să fie determinată din măsurătorile directe ale lui y. Am avea astfel şi un control al realităţii ipotezelor admise pe parcurs.

*

* *

Lucrarea este în curs de dezvoltare. Problema mişcării vinelor de apă este într-o cercetare minuţioasă în laboratorul nostru.

Cele prezentate pînă acum constituie un capitol — primul — la tratarea întregii probleme.

Programul de lucru, în laborator, în continuare se aliniază pe următoarele direcţii fundamentale:

a) Studiul la căderi mai mari;

b) Studiul altor forme de deversoare — fie cu muchie în pereţi subţiri, fie cu pereţi groşi, urmărind influenţa formei deversorului asupra vibraţiilor;

c) Studiul similitudinii hidromecanice pentru debite mari şi căderi mari.

Ca încheiere, trebuie să menţionez că observaţiile şi înregistrările au putut fi conduse şi realizate cu ajutorul serios şi avizat al tov. asistent ing. Nicoară Traian, precum şi al personalului tehnic al laboratorului, în frunte cu tov. şef de laborator Ing. Giurconiu Gheorghe, mecanicii Dure Leonard şi Jung Matei şi laborant Petromăneanţu Pavel.

LE MOUVEMENT VIBRATOIRE DES VEINES D'EAU EN PLEIN AIR

(RESUMÉ)

Cet ouvrage met en évidence le régime de mouvement vibratoire des veines d'eau, le décrit en lames déversante et dans les veines des orifices circulaires.

Toutes les affirmations sont basées sur une riche étude expérimentale.

Dans la II-ème partie de l'ouvrage on met en évidence théoriquement le mécanisme intime de la formation des vibrations longitudinales et transversales. Les vibration sont causées par le choc élastique des particules d'eau à vitesses différentes.

On calcule ensuite l'expression de l'amplitude de la force vibratoire de contact.

Les données contiennent les premièrs résultats d'une étude minutieuse commencée en 1957 dans la laboratoire Hydrotehnique de Timişoara.

ВИБРИРУЮЩЕЕ ДВИЖЕНИЕ СВОБОДНЫХ СТРУЙ ВОДЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа выявляет режим вибрирующего движения струй воды, который описывается в ниспадающих струях и в струях проходящих через круглые отверстия. Все утверждения базируются на богатом экспериментальном материале.

Во второй части работы выявлен теоретический механизм создания продольных и поперечных вибраций. В основе этих вибраций стоит эластичное столкновение частиц воды с различными скоростями движения.

В продолжении работы вычисляется, выражение амплитуды вибрирующей контактной силы. Работа представляет собой первые результаты подробного изучения начатого осенью 1957 года в гидротехнической лаборатории в г. Тимишоаре.

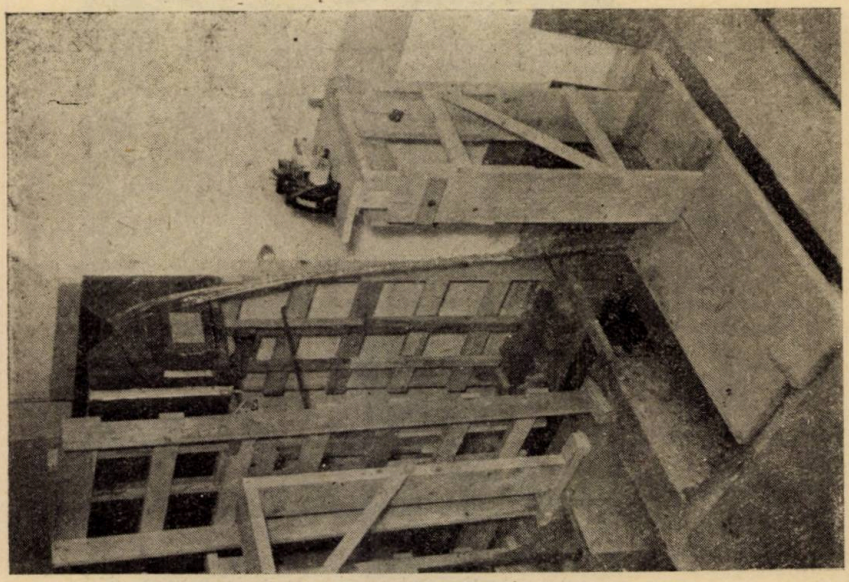


Foto nr. II. Instalaţia utilizată pentru producerea lamei deversante şi pentru înregistrarea vibraţiilor.

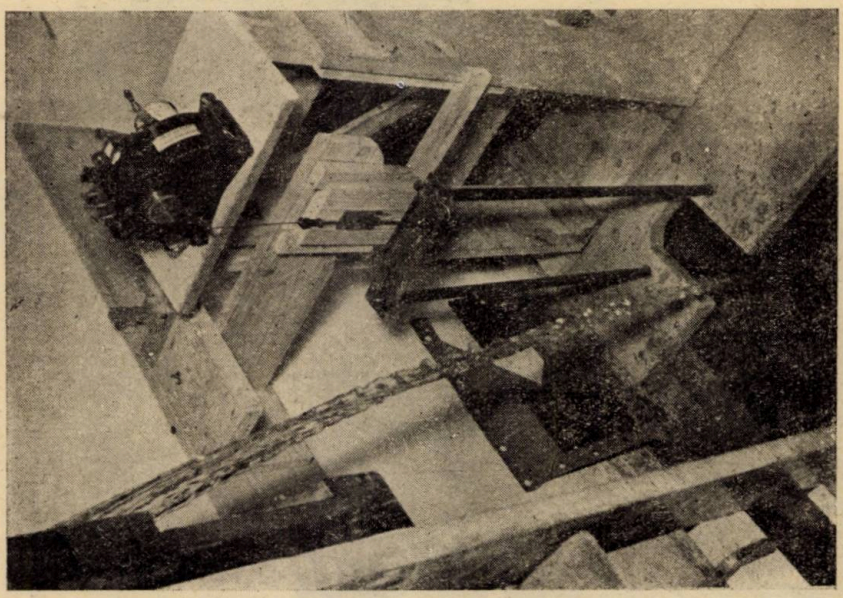


Foto nr. I. Aparatul utilizat pentru înregistrarea vibraţiilor lamei deversante.

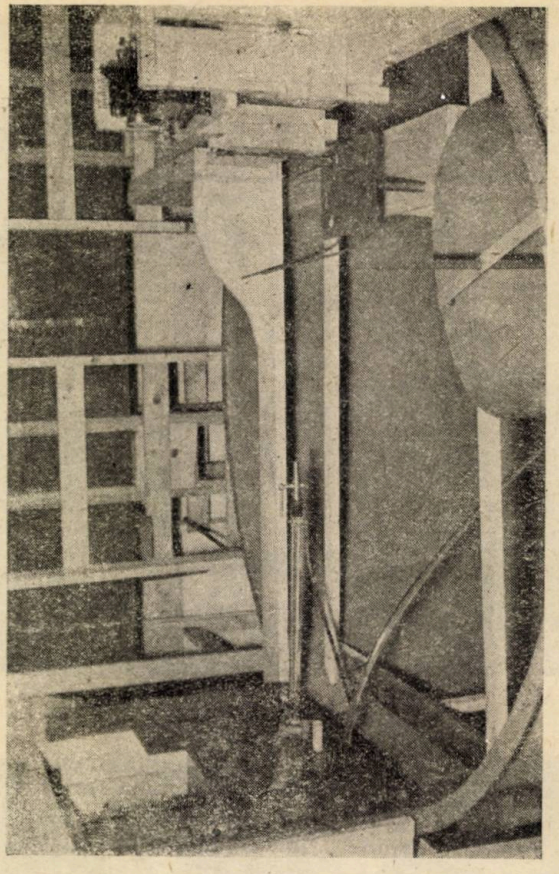


Foto nr. IV. Modul de montare al aparatului înregistrator.

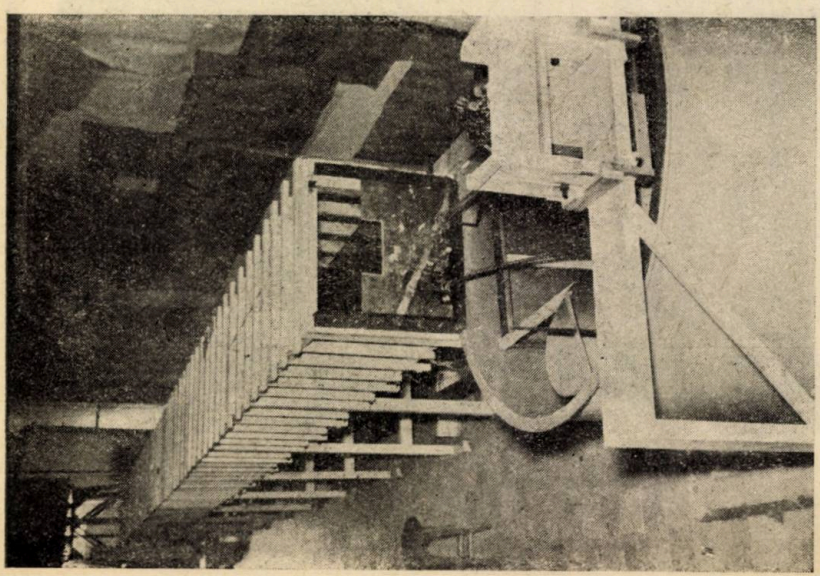
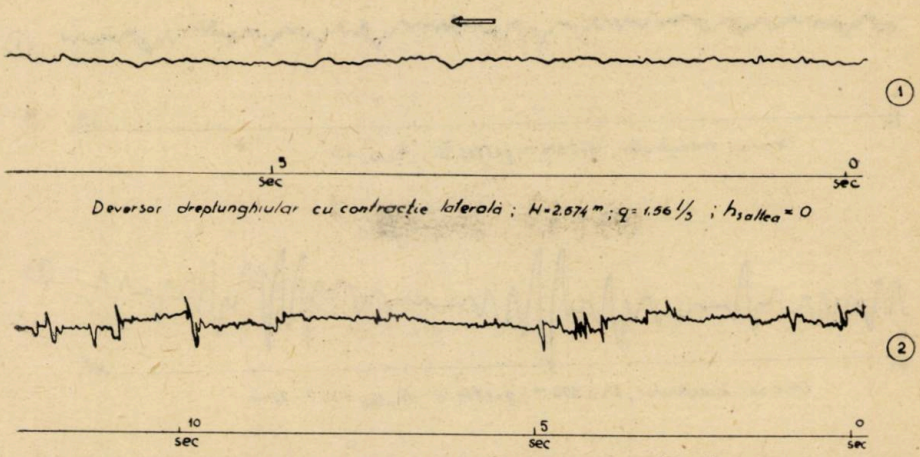
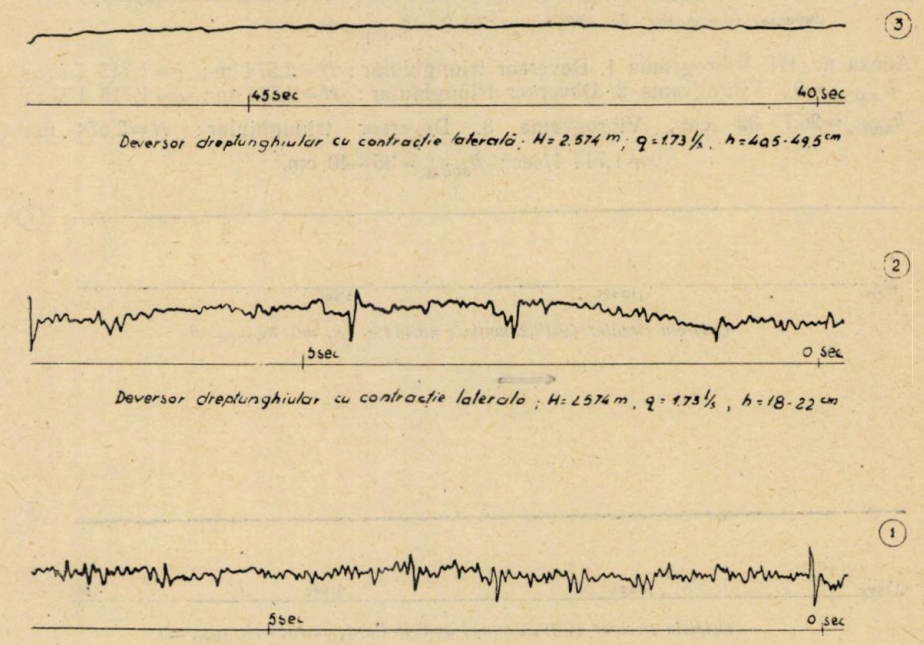


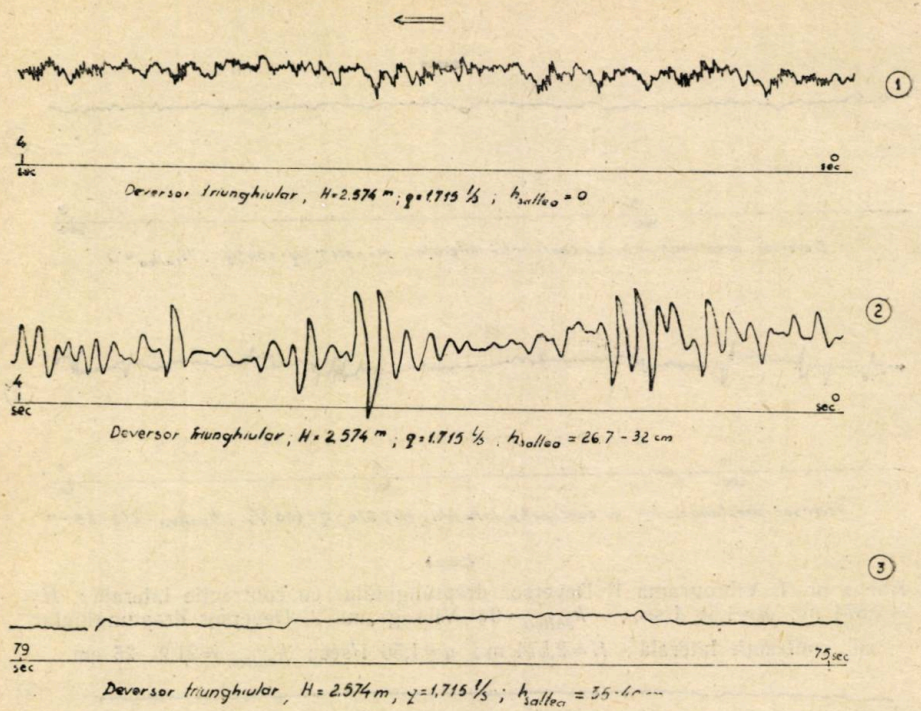
Foto nr. III. Instalaţia utilizată pentru studiul vibraţiilor vinelor provenite din orificii circulare.



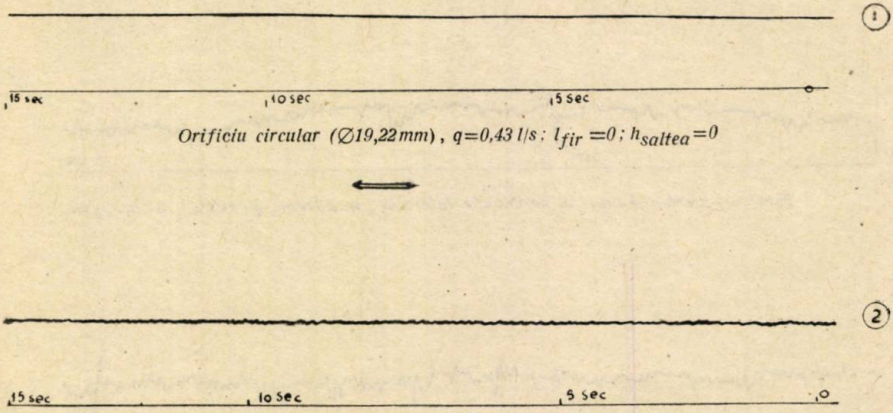
Anexa nr. I. Vibrograma 1. Deversor dreptunghiular cu contracţie laterală : $H = 2{,}574$ m ; $q = 1{,}56$ l/sec ; $h_{saltea} = 0$; Vibrograma 2. Deversor dreptunghiular cu contracţie laterală : $H = 2{,}574$ m ; $q = 1{,}56$ l/sec ; $h_{saltea} = 21{,}2—25$ cm.



Anexa nr. II. Vibrograma 1. Deversor dreptunghiular cu contracţie laterală : $H = 2{,}574$ m ; $q = 1{,}73$ l/sec ; 5—10 cm= h_{saltea} ; Vibrograma 2. Deversor dreptunghiular cu contracţie laterală : $H = 2{,}574$ m ; $q = 1{,}73$ l/sec ; $h_{saltea} = 18—20$ cm ; Vibrograma 3. Deversor dreptunghiular cu contracţie laterală : $H = 2{,}574$ m ; $q = 1{,}73$ l/sec ; $h_{saltea} = 40{,}5—49{,}5$ cm.



Anexa nr. III. Vibrograma 1. Deversor triunghiular: $H=2{,}574$ m; $q=1{,}715$ l/sec; $h_{saltea}=0$; Vibrograma 2. Deversor triunghiular: $H=2{,}574$ m; $q=1{,}715$ l/sec; $h_{saltea}=26{,}7—32$ cm; Vibrograma 3. Deversor triunghiular: $H=2{,}574$ m; $q=1{,}714$ l/sec; $h_{saltea}=35—40$ cm.



Anexa nr. IV. Vibrograma 1. Orificiu circular (∅ 19,22 mm); $q=0{,}43$ l/sec; $l_{fir}=9$; h_{saltea}; Vibrograma 2. Orificiu circular (∅19,22 mm); $q=0{,}43$ l/sec; $l_{fir}=15$ cm; $h_{saltea}=0$.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

CUPLAREA UNOR ACIZI OXIBENZOIL-2-BENZOICI CU AMINE AROMATICE DIAZOTATE

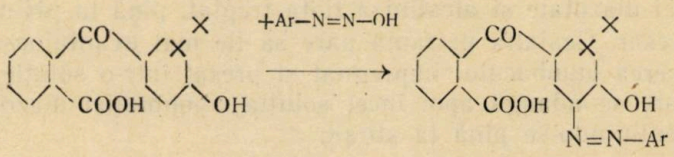
DE

I. REICHEL şi E. SECOŞAN

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Acizii oxibenzoil-2-benzoici au devenit în ultimul timp combinaţii relativ uşor accesibile, prin aplicarea metodei de condensare a anhidridei ftalice cu derivaţi hidroxilaţi, în mediu de anumiţi solvenţi organici, sub influenţa catalizatorului complex de adiţie ($AlCl_3 \cdot CH_3NO_2$), cercetat îndeaproape şi introdus în sinteza acizilor cetonici aromatici de unul din noi şi colaborator [1].

Deoarece datorită structurii lor, aceste combinaţii pot juca rolul unor componente de cuplare în sinteze de coloranţi azoici noi, eventual cu însuşiri tinctoriale interesante,



am examinat în această lucrare posibilităţile preparative şi însuşirile tinctoriale ale unor serii de combinaţii cuplate din această categorie.

Am preparat derivaţi cuplaţi ai acizilor: 4′-oxi-3′-carboxibenzoil-2-benzoic (=S), 4′-oxi-2′-metilbenzoil-2-benzoic (=C) şi 2′,4′-dioxibenzoil-2-benzoic (=R); iar aminele aromatice diazotate pe care le-am folosit, au fost: anilina (=1), 3-nitranilina (=2), 4-nitranilina (=3), 2,5-dicloranilina (=4), 4-aminodifenilamina (=5), 4-amino-4′-metoxidifenilamina (=6), acidul sulfanic (=7) şi acidul naftionic (=8).

Cuplarea componentelor a decurs în general fără dificultăţi, introducîndu-se soluţiile combinaţiilor diazotate în soluţiile carbonat-alcaline

ale acizilor oxicetonici aromatici, sub agitare mecanică şi la temperaturi între 3--8 °C, pH-ul slab alcalin asigurîndu-se pînă la sfîrşit. Izolarea combinaţiilor cuplate s-a făcut uşor, prin filtrarea precipitatelor colorate, uneori după acidularea soluţiei, sau prin concentrarea şi acidularea soluţiei. Gradul de puritate a coloranţilor azoici preparaţi a fost verificat în cazurile importante pe cale cromatografică pe hîrtie de filtru.

Combinaţiile azoice preparate, în total 19 combinaţii noi, sînt în general insolubile în mediu apos acidulat şi greu solubile în mediu carbonat-alcalin cu excepţia coloranţilor cu grupe sulfonice, care s-au arătat a fi ceva mai uşor solubile.

În urma insolubilităţii lor în mediu apos acidulat, combinaţiile azoice preparate nu au putut fi vopsite pe lînă, decît în cazul coloranţilor cu grupe sulfonice C_7,C_8 şi R_7,R_8. Din aceste colorаţii, nuanţele roşii vişinii, obţinute prin aplicarea coloranţilor R_7 şi R_8, sînt pline şi frumoase, cu posibilităţi practice.

Din acelaşi tabel 4 se vede, că nuanţele ce se pot obţine din flote carbonat-alcaline pe bumbac, au fost de cele mai multe ori spălăcite. Numai colorantul S_8 a arătat o nuanţă vişinie vie şi frumoasă şi se poate recomanda în scopuri tinctoriale.

Deoarece solubilitatea în general nesatisfăcătoare a coloranţilor azoici din seria S ne-a împiedicat, cu puţine excepţii (S_7 şi S_8), să apreciem nuanţele tinctoriale ale acestora pe bumbac, am examinat formarea coloranţilor din această serie şi prin developare, direct pe fibra textilă. O oarecare dificultate a constat aici în necesitatea de a asigura în procesul de developare un mediu slab alcalin pînă la sfîrşit. După variate încercări s-a stabilit, că se pot obţine rezultate pozitive după două variante:

Se poate introduce bumbacul, impregnat cu soluţia carbonat-alcalină a acidului saliciloil-2-benzoic şi presat, în soluţia mineral-acidă slabă a componentei diazotate şi alcaliniza flota treptat, pînă la pH-ul carbonat-alcalin necesar. Cealaltă variantă pare să fie mai avantajoasă şi constă în introducerea bumbacului impregnat şi presat într-o soluţie diluată de sodă, la care se adaugă apoi încet soluţia combinaţiei diazotate, pH-ul necesar menţinîndu-se pînă la sfîrşit.

După amîndouă variantele s-au obţinut colorаţii corespunzătoare, descrise în tabelul 4, din care nuanţele S_3 — brună-roşcată, S_4 — galbenă-portocalie şi S_8 — roşie-vişinie, au fost intense, vii şi frumoase.

În concluzie: am constatat că acizii oxibenzoil-2-benzoici examinaţi (S, C şi R), care în ultimul timp au devenit relativ uşor accesibili [1], se comportă în reacţiile de cuplare în mod corespunzător, dacă se asigură pH-ul carbonat-alcalin pînă la sfîrşit. Din cele 19 combinaţii azoice preparate, coloranţii R_7 şi R_8 se pot recomanda pentru vopsirea practică a lînii, iar coloranţii S_3, S_4 şi mai ales S_8 pentru vopsirea practică a bumbacului, aplicînd aici metoda tinctorială prin developare pe fibra vegetală.

BIBLIOGRAFIE

I. Reichel şi R. Vilceanu, Studii şi cercetări ştiinţifice, Academia R.P.R., Baza Timişoara, III (1956), 1—2, 17, IV (1957), 1—2, 15; IV (1957), 1—2, 27; IV (1957), 3—4, 20; V (1958), 1—2.

DIE KUPPLUNG EINIGER OXYBENZOYL-2-BENZOESÄUREN MIT DIAZOTIERTEN AROMATISCHEN AMINEN

ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde die Kupplungsfähigkeit der in letzter Zeit [1] verhältnismässig leicht zugänglich gewordenen Oxybenzoyl-2-benzoesäuren (S, C und R), sowie der färberische Wert der hergestellten 19 Azorverbindungen untersucht. Es wurde festgestellt, dass die Kupplung mit den diazotierten aromatischen Aminen in soda-alkalischer Lösung zufriedenstellend verläuft. Die Farbstoffe R_7 und R_8 erwiesen sich als wertvoll für Wolle, während die Verbindungen S_3, S_4 und vor allem S_8 als geeignete Farbstoffe für Baumwolle, durch direkte Entwicklung auf der Faser, empfohlen werden können.

СОЕДИНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ОКСИБЕНЗОИЛ-2-БЕНЗОЙНЫХ КИСЛОТ С АРОМАТНЫМИ ДИАЗОТИРОВАННЫМИ АМИНАМИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Была исследована способность соединения некоторых оксибензоил-2-бснзойных кислот, которые в последнее время стали легко доступными (1), а также красящие свойства 19 приготовленных азоичных соединений.

Установлено, что реакция связи с ароматными диазотированными аминами происходит удовлетворительно в содово-щелочных растворах. Красители R_7 и R_8 оказались подходящими для окраски шерсти, в то время как красители S_2, S_4 и особенно S_8 рекомендуются для окраски хлопка.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ALCHIL-FENOLI PENTRU RĂŞINI SINTETICE SOLUBILE ÎN ULEI

II. ALCHILAREA FENOLULUI CU ALCOOL *i*-AMILIC

DE

I. NANU şi I. MANOVICIU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Unii fenoli substituiţi în nucleu cu grupe alchil, cicloalchil sau aril s-au dovedit a corespunde pentru sinteza răşinilor solubile în uleiuri vegetale, folosite la obţinerea de pelicule cu mare rezistenţă. Obţinerea industrială a fenolilor alchilaţi a devenit din această cauză o preocupare însemnată. Într-o lucrare anterioară [1], în care am prezentat datele generale ale problemei, am arătat că prepararea alchil-fenolilor se poate face avantajos folosind pentru alchilarea fenolului alcooli şi anume chiar alcooli primari, deşi, în general, s-au propus în acest scop alcoolii secundari şi terţiari. Interesul pentru întrebuinţarea alcoolilor primari în alchilarea fenolului, nu este redus la proporţia de laborator ci poate fi o preocupare industrială, ţinînd seama de faptul că industria fermentativă a ţării noastre are în producţie curentă astfel de alcooli.

Prin metoda de alchilare descrisă de noi, s-au obţinut, plecînd de la fenol şi alcool butilic normal, amestecuri de butil-fenoli, pe o cale simplă şi cu randamente convenabile. Produsul de alchilare, folosit la sinteza răşinilor în condensare cu formaldehida, s-a dovedit corespunzător [2].

În lucrarea de faţă urmărim alchilarea fenolului cu alcool izoamilic de fermentaţie şi apoi alchilarea directă cu ulei de fuzel industrial.

Amilfenolii sînt cunoscuţi de mult timp. Una dintre cele mai vechi metode de preparare a fost condensarea fenolului cu alcool izoamilic [3] sau cu alcool amilic terţiar [4], în prezenţă de $ZnCl_2$.

Pentru obţinerea amilfenolilor, se pot folosi numeroase metode cu caracter mai general, cum ar fi :

1. Transpunerea eterului terţ-amilfenolic, prin încălzire, în p-terţ-amilfenol [5].

2. Condensarea fenolului cu amilene în prezenţă de acid sulfuric [6], [7], [8], [9], clorură de aluminiu, zinc sau fier [10], [11] sau, mai recent, după Stroh-Seydel-Hahn, cu mici cantităţi de fenolat de aluminiu [12].

3. Condensarea fenolului cu clorura de amil terţiară în prezenţă de clorură de aluminiu [13], [14], [15], sau clorură ferică [16], [17].

4. Alchilarea fenolului cu alcool amilic terţiar sau cu alcool izoamilic, în prezenţă de clorură de aluminiu [18], clorură de zinc [3], [4], acid percloric [19], pămînturi activate [20] etc.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA 1948

Uşurinţa cu care se face alchilarea în nucleu a fenolului şi omologilor săi cu ajutorul alcoolilor, depinde nu numai de natura chimică a alcoolului ci şi de structura lui. Nu este întîmplător faptul că majoritatea sintezelor de alchifenoli se realizează cu alcooli terţiari sau secundari. S-a exprimat chiar părerea că alcoolii primari nu reacţionează cu fenoli, decît dacă au condiţia unei prealabile izomerizări în alcooli secundari sau terţiari [21].

In cazul alcoolului izoamilic, este vorba tot de un alcool primar (2-metil-butanol [4]) care prezintă însă o uşurinţă bine cunoscută de a se deshidrata, trecînd în trimetiletenă, deci cu migrarea dublei legături şi concomitent în izopropiletenă.

$$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}H-CH_2-CH_2OH \rightarrow CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}=CH-CH_3 + CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}H-CH=CH_2$$

Dacă admitem că mecanismul alchilării fenolului cu alcooli se face prin stadiul intermediar de transformare în olefină, care reacţionează apoi cu fenolul [22], [23], [19] după mecanismul alchilării directe a fenolilor cu olefine [5], [12], [24], observăm că în cazul acestui alcool primar ramificat, există condiţii mai avantajoase decît la alcoolii primari normali. Este de asemenea posibil ca, cel puţin parţial, să se formeze şi eteri ai fenolului, care se transpun ulterior în alchilfenoli, [25], [26], [5].

In procesul de alchilare a fenolului cu alcool izoamilic, se pot presupune reacţii complexe de eterificare urmate de transpuneri în nucleu, reacţii directe de alchilare cu formare de sec-amilfenol şi terţ-amilfenol, mono-derivaţi orto- sau para-alchilaţi, di-amilfenoli şi tri-amilfenoli cu posibilităţi de izomeri sau eteri ai acestora. Din această cauză, izolarea indivizilor din amestec pune probleme destul de grele.

In lucrările noastre, urmărim obţinerea produşilor de alchilare ce pot fi utilizaţi în sinteza răşinilor solubile în ulei şi, plecînd de la concepţia că un amestec de alchilfenoli ar putea constitui un material avantajos pentru dezvoltarea ulterioară a peliculei de răşină-ulei, am redus purificarea produsului de alchilare la o separare simplă urmată de fracţionare.

Experienţele s-au executat cu trei variante de alcool izoamilic şi anume: alcool izoamilic pur, alcool izoamilic tehnic şi ulei de fuzel industrial. Constantele principale ale acestor surse de alcooli sînt arătate în tabela 1 şi diagrama 1.

Tabela 1

Denumire	Interval de distilare °C	n_D^{20}	d_{20}
Alcool *i*-amilic pur .	126—132,5	1,4075	0,811
Alcool *i*-amilic tehnic	110—132	1,4069	0,809
Ulei de fuzel . . .	89—135	1,3994	0,831

Compoziţia alcoolului izoamilic tehnic şi mai ales cea a uleiului de fuzel, poate varia între limite largi în funcţie de materia primă supusă fermentării şi chiar de procesul tehnologic al purificării şi concentrării. Am socotit totuşi că, pe lîngă concentraţia obişnuită de 60—80% în alcool izoamilic şi alcool amilic optic activ, un conţinut de 15—20% alcool izobutilic, şi 4—5% alcool propilic, nu modifică în mod important ţelul lucrărilor noastre. Din punct de vedere al posibilităţii alchilării cu amestecul tehnic de alcooli, fără a proceda la izolarea unui anumit individ, se pot prevedea unele deosebiri. In schimb, nu se pot nega avantajele, dacă alchilatul total este corespunzător.

Folosind rezultatele deja obţinute la alchilarea fenolului cu alcool butilic normal [1], am urmărit ca, prin acelaşi procedeu să efectuăm sinteza amilfenolilor în timp scurt cu un minim de exces în alcool.

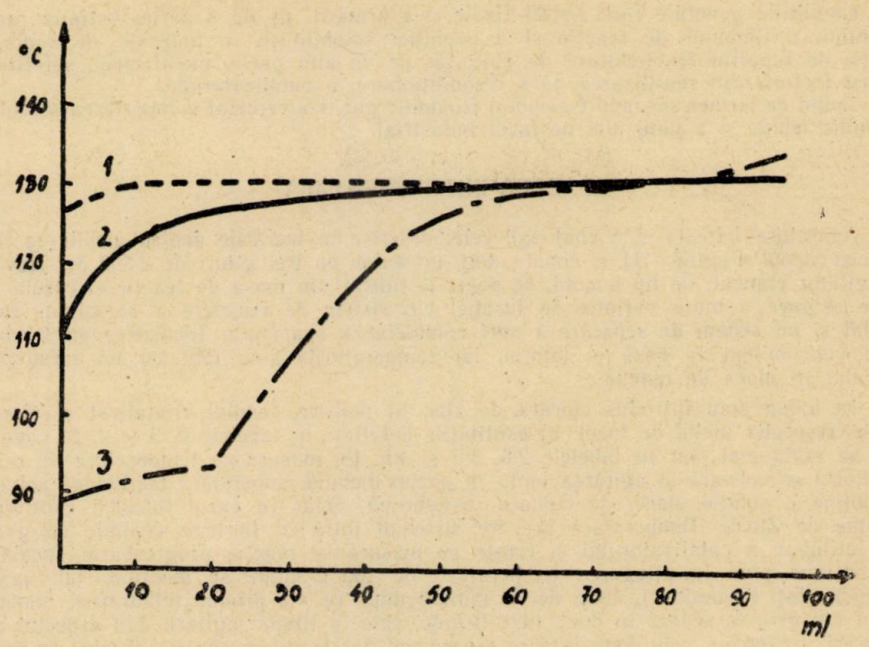


Diagrama 1. Curbele de distilare:

1 – Alcool *i*-amilic pur ; *2* – Alcool *i*-amilic tehnic ; *3* – Ulei de fuzel.

In principiu, alchilarea se conduce în prezenţa $ZnCl_2$ la temperatura de fierbere a amestecului, cu menţinerea mediului într-o stare înaintat anhidră, deoarece apa de reacţie se elimină continuu din reactor prin antrenare cu alcool, care se reciclează. Sistemul se menţine sub agitare puternică pînă la separarea fazelor, iar după răcire, $ZnCl_2$ rămînînd în stare solidă poate fi reutilizată după separarea prin decantare sau sifonare a alchilatului brut, lichid.

Avînd în vedere că preocuparea de bază în aceste lucrări este obţinerea unor amilfenoli utilizabili în sinteza de răşini solubile în ulei, este evident că se impune, pe de o parte, izolarea completă a fenolului nereacţionat, care prin condensare cu formaldehida ar genera răşini necompatibile cu uleiurile vegetale, iar pe de altă parte, îndepărtarea insolubilului în alcalii, care s-ar separa în condiţiile sintezei răşinilor [2].

Eliminarea fenolului nereacţionat s-a făcut supunînd tot alchilatul brut distilării fracţionate. S-a lucrat la presiunea obişnuită, folosind temperaturile ridicate în mod intenţionat, ştiind că în aceste condiţii se definitivează un alt tablou de componenţi. In adevăr, la temperaturi peste 200 °C, sînt posibile nu numai migrări de resturi alchilice din eteri [5], [26], ci şi schimbări ale poziţiei resturilor din orto în para [27], sau chiar desalchilări [28], [12].

Fracţionarea s-a executat între limitele de temperaturi: sub 200 °C, între 200 °C şi 230 °C şi peste 230 °C. In distilatul sub 200 °C sînt puţine şanse de a se reţine alchil-derivaţi, în schimb se îndepărtează resturile de alcool şi fenolul nereacţionat. Fracţiunea 200—230 °C am separat-o pentru asigurarea purităţii fracţiunii a treia, în care am contat pe maximum de concentraţie în amilfenoli, orientîndu-ne după punctele lor de fierbere, ca substanţe pure.

Pentru separarea eterilor fenolici, sau şi a criptofenolilor [29], respectiv a fenolilor împiedicaţi [23], care pot lua naştere în timpul alchilării, s-a tratat o parte din alchilatul brut cu soluţii apoase de hidroxid de sodiu, determinîndu-se astfel solubilităţile înscrise în tabelele 2 b, 3 b şi 4 b.

Condiţiile generale fiind astfel fixate, s-a urmărit, pe de o parte, variaţia randamentului, a timpului de reacţie şi a evoluţiei solubilităţii în hidroxid de sodiu, în funcţie de raportul fenol-clorură de zinc, iar pe de altă parte, modificările suferite de aceiaşi factori prin reutilizarea, fără recondiţionare, a catalizatorului.

Luînd ca termen de raport alcoolul izoamilic pur, s-a cercetat comportarea alcoolului izoamilic tehnic şi a unui ulei de fuzel industrial.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Aparatura folosită este analoagă celei descrise în lucrările pentru alchilarea fenolului cu alcool *n*-butilic [1] şi constă dintr-un balon cu trei gîturi de 2 500 cc, prevăzut cu agitator etanşat, de tip ancoră, ce poate fi ridicat din masa de reacţie şi căruia i se poate asigura o mare variaţie de turaţie. Un sistem de reciclare a alcoolului amilic distilat şi un sistem de separare a apei completează aparatura. Incălzirea electrică s-a făcut concomitent la bază şi lateral, iar temperaturile s-au citit cu un termometru cufundat în masa de reacţie.

In balon s-au introdus clorura de zinc în pulbere, fenolul cristalizat şi alcoolul amilic, respectiv uleiul de fuzel, în cantităţile detaliate în tabelele 2, 3 şi 4, în rapoarte care se arată mai clar în tabelele 2 b, 3 b şi 4 b. Pe măsură ce temperatura se ridică, agitatorul se coboară şi agitarea lentă în partea lichidă, superioară facilitează solvirea. Se obţine o soluţie clară, de culoare roşie-brună, chiar în cazul folosirii cantităţilor maxime de $ZnCl_2$. Temperatura la care sistemul intră în fierbere depinde de gradul de reutilizare a catalizatorului şi creşte pe măsură ce reacţia progresează. Incălzirea se continuă pînă la atingerea temperaturii de 180 °C unde se menţine, sub agitare energică (500 ture/minut), timp de 30 minute după ce s-a produs tulburarea. Sistemul, iniţial omogen, se separă în două faze lichide, care în timpul agitării dau aspectul unei tulburări. In repaus, cele două faze se separă net, iar la răcire clorura de zinc se prinde în masă, din care cauză agitatorul se ridică în prealabil. Lichidul superior, conţinînd alchilatul, se sifonează. Clorura de zinc, rămînînd umectată cu produsul de alchilare, îşi păstrează activitatea şi se poate reutiliza fără nici o condiţionare prealabilă. Presupunem că activitatea mai scăzută, observată după un număr de reutilizări a clorurii de zinc, se datorează în special acumulării treptate produşilor de rezinificare.

Se observă (tab. 2, 3, 4) că după prima întrebuinţare a clorurii de zinc, cantitatea de alchilat sifonată este mai mică. Aceasta se explică prin sistemul de sifonare adoptat, în urma cărei operaţii o cantitate apreciabilă de lichid rămîne înglobată în clorura de zinc. Am considerat că randamentul în produs brut reprezintă mai mult o cifră de control.

Sinteze cu alcool izoamilic pur

In condiţiile arătate anterior, s-au executat sinteze cu proporţia fenol-clorură de zinc 1 : 3, 1 : 2 şi 1 : 1, în greutate. Rezultatele înscrise în tabelele 2 şi 2 b nu mai cuprind încercările reprezentînd cea de a doua utilizare a clorurii de zinc, folosită în proporţii mai reduse (1 : 1 şi 1 : 2).

Se observă că folosirea clorurii de zinc în cantităţi mari, de la început, asigură o cantitate mărită de amilfenoli (fracţiunea peste 230 °C). La raportul fenol-clorură de zinc 1 : 1, se constată că procesul de alchilare se efectuează în măsură mai mică şi, final, lipseşte posibilitatea practică de a reutiliza catalizatorul în mod avantajos. In acelaşi timp, durata alchilării creşte simţitor.

Diagrama 2 arată evoluţia timpului de reacţie, a randamentelor pe fracţiuni şi a solubilităţii în NaOH.

Sinteze cu alcool izoamilic tehnic

Datele informative obţinute cu alcool izoamilic pur au fost completate cu numeroase încercări executate cu un alcool izoamilic tehnic din producţia industrială. S-au realizat sinteze variind proporţia $ZnCl_2$ şi încercînd reutilizarea catalizatorului, fără

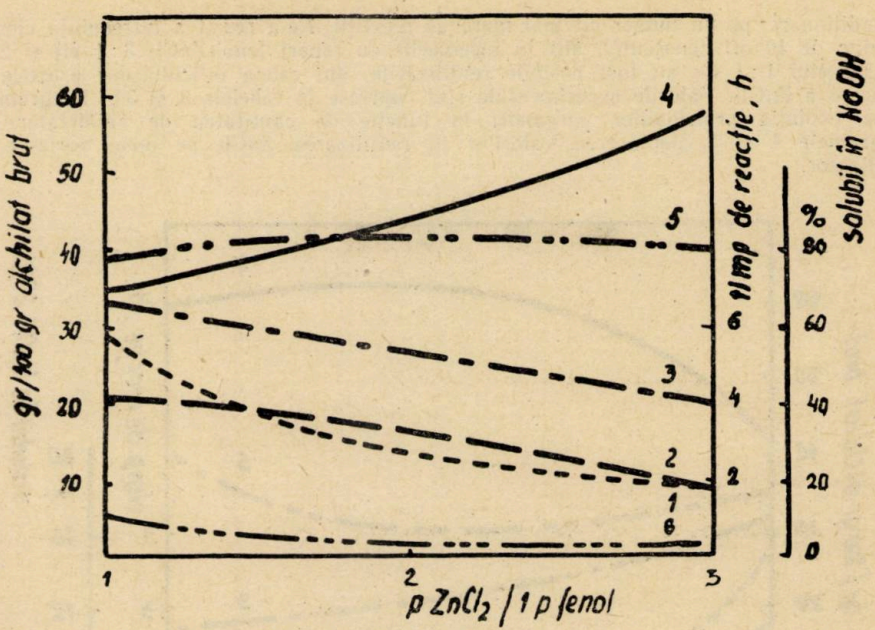


Diagrama 2. Alcool *i*-amilic pur :

Randamente, timp de reacţie şi solubilitatea în NaOH în funcţie de cantitatea de $ZnCl_2$: *1* – Timp de reacţie ; *2* – Fracţiunea sub 200 °C ; *3* – Fracţiunea 200–230 °C ; *4* – Fracţiunea peste 230 °C ; *5* – Solubil în NaOH 20% ; *6* – Solubil în NaOH 10%.

Determinări cu alcool *i*-amilic pur *Tabela 2*

Nr. det.	Fenol gr	Alcool *i*-amilic gr	$ZnCl_2$ gr	Timp h	Produşi de alchilare				Obs.
					brut gr	<200°C gr	200–230°C gr	>230°C gr	
1	250	250	750	1,8	374	33,6	73,5	216,2	A 1-a util. a $ZnCl_2$
2	250	250		2,6	456	86,4	102,8	211,5	A 2-a util. a $ZnCl_2$
3	250	250		3,3	427	91,1	142,1	141,0	A 3-a util. a $ZnCl_2$
4	250	250	500	2,7	359	62,4	93,1	159,8	A 1-a util. a $ZnCl_2$
5	250	250	250	5,8	374	76,8	122,3	131,5	A 1-a util. a $ZnCl_2$

Determinări cu alcool *i*-amilic pur *Tabela 2 b*

Nr. det.	Fenol p	Alcool *i*-amilic p	$ZnCl_2$ p	Produşi de alchilare				Solubil în	
				brut gr / 100 gr fenol	gr / 100 gr produs brut			NaOH 10% %	NaOH 20% %
					<200 °C	200–230 °C	>230 °C		
1	1	1	3	149,6	9,0	19,7	57,8	4	80
2	1	1		182,5	19,0	22 6	46,4	4	80
3	1	1		170,9	21,4	33,3	33,1	4	80
4	1	1	2	143,6	17,4	26,0	44,5	4	82
5	1	1	1	149,6	20,6	32,8	35,2	10	78

recondiţionare, pe un număr cît mai mare de repetiţii. Ne-a reuşit a întrebuinţa clorura de zinc de 10 ori consecutiv, atît în încercările cu raport fenol-$ZnCl_2$ 3 : 1 cît şi 2 : 1. Cu raportul 1 : 1 nu au fost posibile reutilizările, din cauza dificultăţilor practice de separare a $ZnCl_2$. Valorile experimentale sînt cuprinse în tabelele 3 şi 3 b. Diagrama 3 arată evoluţia principalilor parametri în funcţie de cantitatea de catalizator, iar diagramele 4 şi 5, deplasarea valorilor în reutilizarea $ZnCl_2$ pe două variante de catalizator.

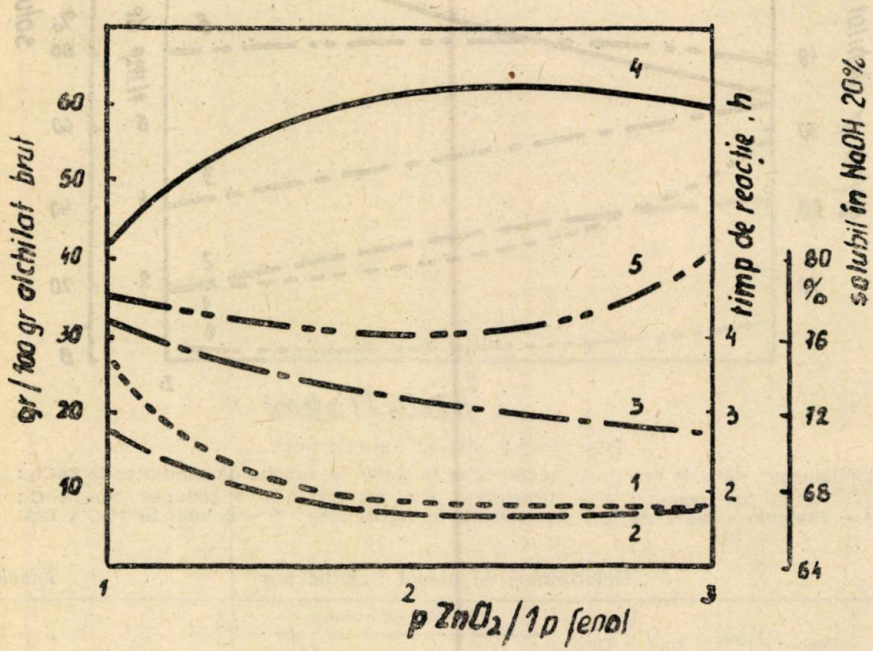


Diagrama 3. Alcool *i*-amilic tehnic :

Randamente, timp de reacţie şi solubilitatea în NaOH în funcţie de cantitatea de $ZnCl_2$: *1* — Timp de reacţie ; *2* — Fracţiunea sub 200 °C ; *3* — Fracţiunea 200—230 °C ; *4* — Fracţiunea peste 230 °C ; *5* — Solubil în NaOH 20%.

Cu toate că unele valori prezintă oarecari abateri, create de dificultatea menţinerii absolut exacte a condiţiilor experimentale, linia de deplasare a randamentelor pe fracţiuni arată clar că procesul de alchilare descreşte odată cu reutilizarea catalizatorului. Cu toate acestea, fracţiunea sub 200 °C, care cuprinde fenolul nereacţionat, nu depăşeşte 20% nici după 10 reutilizări ale $ZnCl_2$, dacă s-au întrebuinţat de la început cantităţi mari (3 : 1). Dimpotrivă, folosirea cantităţilor mai mici de catalizator lasă să se vadă că fenolul nereacţionat poate atinge valori importante.

Durata reacţiei de alchilare, deşi creşte cu gradul de folosire a catalizatorului, rămîne la valori apreciabil mai mici în cazul sintezelor cu 3 : 1 $ZnCl_2$-fenol.

Comparînd rezultatele şi desfăşurarea reacţiei obţinute cu alcoolul izoamilic pur şi izoamilic tehnic, se observă că dificultăţile sînt ceva mai mari cînd puritatea alcoolului este mare. Acest aspect se explică probabil prin diferenţa între uşurinţa cu care diverşii componenţi din produsul tehnic ajung să reacţioneze în condiţiile date.

Solubilitatea în soluţii de NaOH a produsului brut de alchilare este puţin variabilă şi de acelaşi ordin de mărime pentru alchilatul cu alcool pur sau tehnic. Cifra solubilităţii depinde de concentraţia soluţiei şi anume cu hidroxid de sodiu 10% se obţin solviri de maximum 10—12%, în timp cu hidroxid de 20%, se obţine pînă la 80% solubil.

Determinări cu alcool *i*-amilic tehnic *Tabela 3*

Nr. det.	Fenol gr	Alcool gr	$ZnCl_2$ gr	Timp h	Produşi de alchidare				Obs.
					brut gr	<200 °C gr	200—230 °C gr	>230 °C gr	
6	250	250	750	1,8	301	23,9	54,0	179,0	A 1-a util. a $ZnCl_2$
7	250	250		1,7	504	47,9	122,9	259,0	A 2-a „ „
8	250	250		1,8	427	47,9	117,9	216,8	A 3-a „ „
9	250	250		2,0	466	52,6	113,0	254,5	A 4-a „ „
10	250	250		2,2	441	38,3	103,1	249,8	A 5-a „ „
11	250	250		2,2	446	52,6	103.1	245,0	A 6-a „ „
12	250	250		2,3	456	86,1	98,3	226,2	A 7-a „ „
13	250	250		2,1	422	76,5	117,9	183,7	A 8-a „ „
14	250	250		2,6	485	71,8	132,6	235,6	A 9-a „ „
15	250	250		2,8	374	71,8	117,9	136,6	A 10-a „ „
16	300	300	600	1,8	466	30,6	100,1	288,2	A 1-a „ „
17	300	300		3,0	534	42,1	155,1	280,8	A 2-a „ „
18	300	300		2,9	524	47,9	172,0	259,0	A 3-a „ „
19	300	300		3,0	505	52,6	167,0	240,1	A 4-a „ „
20	300	300		3,0	563	57,4	191,8	268,5	A 5-a „ „
21	300	300		2,6	466	67,0	137,6	216,9	A 6-a „ „
22	300	300		3,8	581	95,6	216,2	216,9	A 7-a „ „
23	300	300		4,0	461	114,9	157,2	146,0	A 8-a „ „
24	300	300		5,6	558	139,8	172,0	197,0	A 9-a „ „
25	300	300		7,5	572	196,2	108,1	193,1	A 10-a „ „
26	300	300	300	3,9	495	90,9	157,2	202,5	A 1-a „ „

Determinări cu alcool *i*-amilic tehnic *Tabela 3 b*

Nr. det.	Fenol p	Alcool p	$ZnCl_2$ p	Produşi de alchilare				Solubil în	
				brut gr / 100 gr fenol	gr / 100 gr produs brut			NaOH 10% %	NaOH 20% %
					<200 °C	200—230 °C	>230 °C		
6	1	1	3	120,4	7,9	18,0	59,5	0	80
7	1	1		201,5	9,5	24,4	51,3	4	78
8	1	1		171,2	11,2	27,6	50,8	6	78
9	1	1		186,5	11,3	24,2	54,6	6	80
10	1	1		176,5	8,7	23,4	56,7	2	80
11	1	1		178,4	11,8	23,2	54,9	4	80
12	1	1		182,5	18,9	21,6	49,7	4	78
13	1	1		168,8	10,1	27,9	43,5	6	78
14	1	1		193,9	14,8	27,3	48,5	0	80
15	1	1		149,6	19,2	31,5	36,6	10	76
16	1	1	2	155,3	6,6	21,7	61,8	0	76
17	1	1		178,1	7,9	29,1	52,7	0	76
18	1	1		174,6	9,1	32,8	49,5	8	76
19	1	1		168,3	10,4	33,1	47,6	8	76
20	1	1		187,6	10,2	34,1	47,8	8	76
21	1	1		155,4	14,4	29,6	46,6	6	74
22	1	1		193,8	16,5	37,3	37,4	10	72
23	1	1		153,6	25,0	34,2	31,7	12	74
24	1	1		185,9	25,0	30,8	35,4	12	72
25	1	1		190,9	34,3	18,9	33,8	8	72
26	1	1	1	165,1	18,4	31,8	41,0	0	78

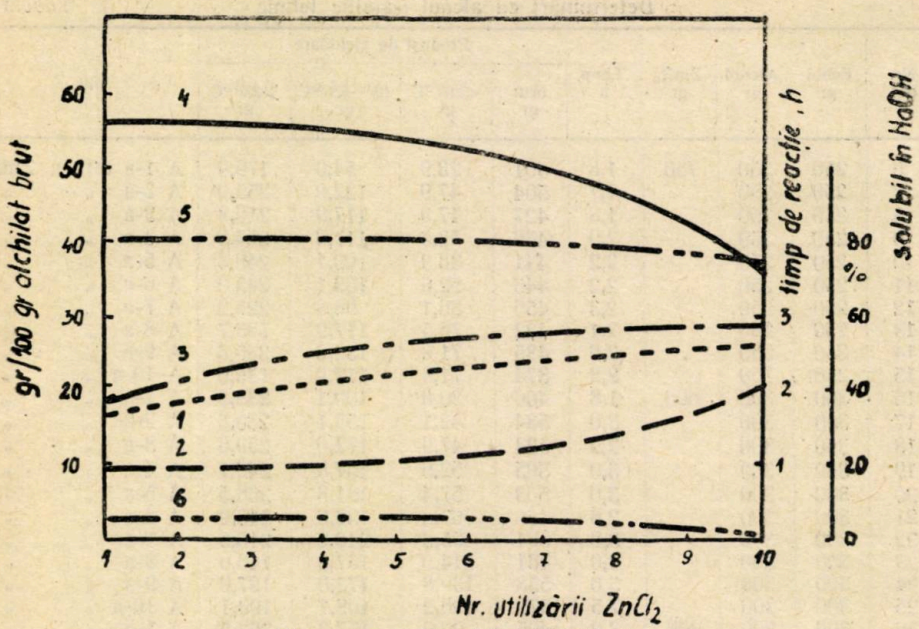


Diagrama 4. Alcool *i*-amilic tehnic:
Randamente, timp de reacție și solubilitatea în NaOH în funcție de utilizarea $ZnCl_2$ (3 *p* $ZnCl_2$/1 *p* fenol): *1* – Timp de reacție; *2* – Fracțiunea sub 200 °C; *3* – Fracțiunea 200–230 °C; *4* – Fracțiunea peste 230 °C; *5* – Solubil în NaOH 20%; *6* – Solubil în NaOH 10%.

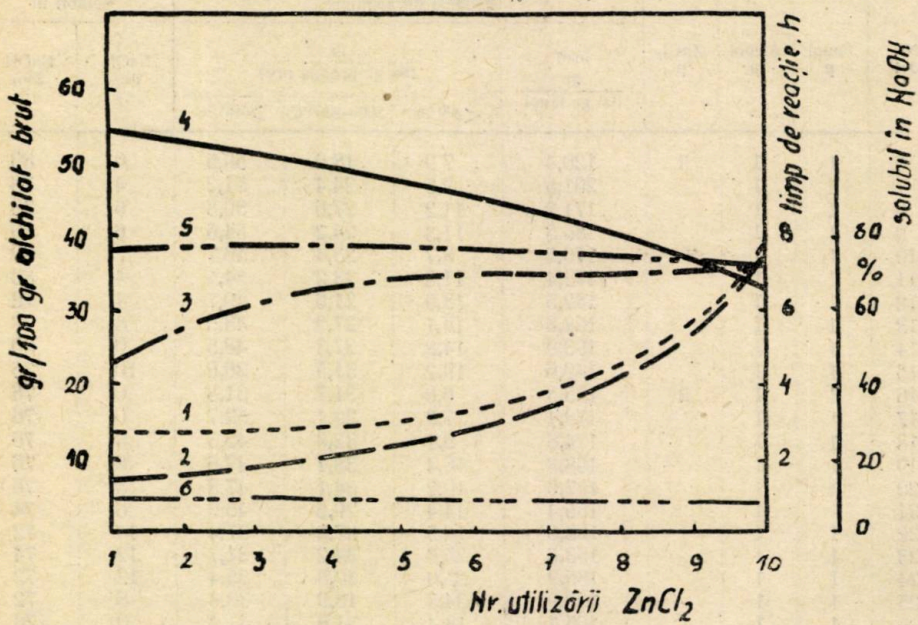


Diagrama 5. Alcool *i*-amilic tehnic:
Randamente, timp de reacție și solubilitatea în NaOH în funcție de utilizarea $ZnCl_2$ (2 *p* $ZnCl_2$/1 *p* fenol): *1* – Timp de reacție; *2* – Fracțiunea sub 200 °C; *3* – Fracțiunea 200–230 °C; *4* – Fracțiunea peste 230 °C; *5* – Solubil în NaOH 20%; *6* – Solubil în NaOH 10%.

Sinteze cu ulei de fuzel

Incercările cu ulei de fuzel, care nu reprezintă un material constant în ceea ce priveşte compoziţia, au un caracter orientativ, pentru a verifica atît condiţiile alchilării, cît şi posibilitatea utilizării fenolului astfel alchilat pentru sinteza răşinilor solubile în ulei. In cazul unor rezultate pozitive, este evident că s-ar putea ocoli operaţiile de izolare a alcoolului izoamilic tehnic şi s-ar dispune în reacţie şi de alcoolii butilic şi propilic prezenţi în uleiul de fuzel. Curba de distilare a uleiului de fuzel utilizat de noi arată că nu ne-am situat în condiţii avantajoase; deoarece aproximativ 20% din amestec distilă sub punctul de fierbere al alcoolului propilic.

In sintezele cu ulei de fuzel nu s-au mai încercat cantităţile reduse de catalizator, ci s-au reţinut condiţiile cele mai avantajoase găsite pentru alcoolul izoamilic. Rezinificările mult mai rapide care se produc limitează reutilizările catalizatorului. In tabelele 4 şi 4 b, se vede de asemenea că fracţiunea fenolică, sub 200 °C, creşte repede, atingînd la a cincea reutilizare valori care depăşesc rezultatele celei de-a zecea folosiri a $ZnCl_2$, în condiţii identice, dar cu alcool izoamilic.

Mersul general al sintezelor în funcţie de reutilizarea catalizatorului este arătat în diagrama 6.

Se observă că se păstrează acelaşi sens de deplasare al parametrilor constatat la alchilarea cu alcool izoamilic, dar oscilaţiile valorilor individuale arată că procesul e mult mai sensibil la condiţiile de lucru, după cum era de prevăzut. Se poate totuşi deduce că un ulei de fuzel bine spălat şi mai ales îngrijit deshidratat, poate fi o sursă de alcool pentru alchilare, fără a fi neapărat prelucrat la alcool izoamilic.

Tabela 4

Determinări cu ulei de fuzel

Nr. det.	Fenol gr	Ulei de fuzel gr	$ZnCl_2$ gr	Timp h	Produşi de alchilare				Obs.
					brut gr	<200 °C gr	200—230 °C gr	>230 °C gr	
27	250	250	750	1,9	291	52,7	68,6	136,3	A 1-a util. a $ZnCl_2$
28	250	250		3 5	417	52,7	137,2	183,3	A 2-a „ „
29	250	250		2,3	315	62,4	73,5	145,7	A 3-a „ „
30	250	250		2,5	417	81,6	127,4	164,6	A 4-a „ „
31	250	250		2,8	393	96,0	122,3	131,5	A 5-a „ „
32	250	250		3,3	388	110,5	112,8	122,2	A 6-a „ „
33	250	250		3,6	364	115,2	83,3	122,2	A 7-a „ „
34	250	250		3,6	364	110,5	83,3	126,9	A 8-a „ „

Tabela 4 b

Determinări cu ulei de fuzel

Nr. det.	Fenol p	Ulei de fuzel p	$ZnCl_2$ p	Produşi de alchilare				Solubil în NaOH 20% %
				brut gr / 100 gr fenol	gr / 100 gr produs brut			
					<200 °C	200—230 °C	>230 °C	
27	1	1	3	116,4	18,1	23,6	46,9	78
28	1	1		166,9	12,6	33,0	44,0	76
29	1	1		125,9	19,8	23,4	46,2	80
30	1	1		166 9	19,6	30,6	39,4	82
31	1	1		157,2	24,4	31,2	33,5	80
32	1	1		155,1	28,5	29,1	31,6	82
33	1	1		145,6	31,7	22,9	33,6	80
34	1	1		145,6	30,3	22,9	34,8	86

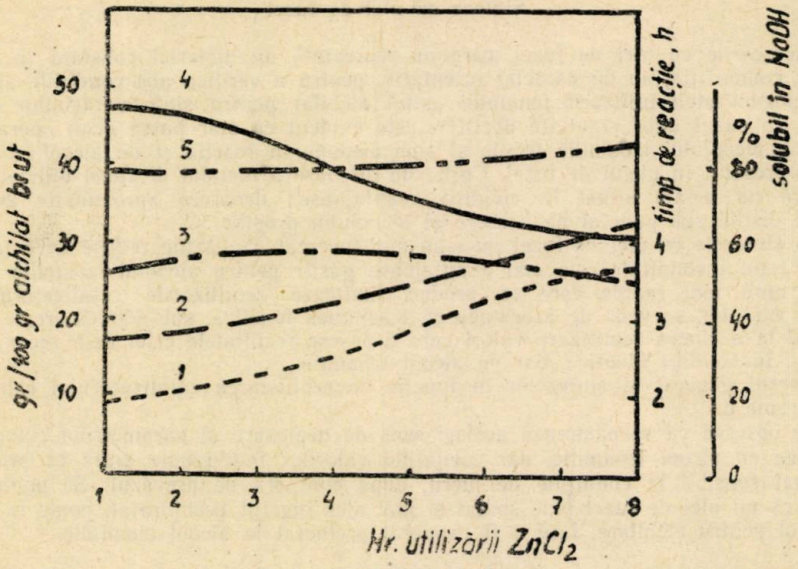


Diagrama 6. Ulei de fuzel :

Randamente, timp de reacţie şi solubilitatea în NaOH în funcţie de utilizarea $ZnCl_2$: *1* — Timp de reacţie : *2* — Fracţiunea sub 200 °C ; *3* — Fracţiunea 200—230 °C ; *4* — Fracţiunea peste 230 °C ; *5* — Solubil în NaOH 20%.

CONCLUZII

Procedeul de alchilare a fenolului cu ajutorul alcoolilor primari, în prezenţa clorurii de zinc şi cu deshidratarea continuă a sistemului, s-a verificat şi în cazul alcoolului izoamilic. Randamentele în amilfenoli sînt satisfăcătoare, iar posibilitatea reutilizării catalizatorului, fără recondiţionare, este deosebit de uşoară. Alcoolul izoamilic tehnic s-a dovedit a corespunde foarte bine sintezei. Uleiul de fuzel poate fi de asemenea întrebuinţat direct, dar unele dificultăţi provenite din rezinificări mai pronunţate ar putea anula avantajele, dacă materialul nu este ales convenabil.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Nanu, I. Manoviciu, Studii şi Cercetări, Acad. R.P.R.-Timişoara, nr. 1—2 (1958).
2. I. Nanu, I. Manoviciu, Studii şi Cercetări, Acad. R.P.R.-Timişoara, nr. 3—4 (1958).
3. A. Liebmann, Ber. *14*, 1844 (1881), Ber. *15*, 151 (1882).
4. B. Fischer, Grützner, Ber. *26*, 1646 (1893).
5. S. Natelson, J. Am. Chem. Soc. *56*, 1583 (1934).
6. Koenigs, Ber. *23*, 3145 (1890).
7. H. Buc, Pat. amer. 2,104,412.
8. Ch. Grosscup, Pat. amer. 2,115,532.
9. Pat. engl., 452,335.
10. Pat. fr., 697,711.
11. J. Olin, Pat. amer. 2,107,060.
12. R. Stroh, R. Seydel, W. Hahn, Angew. Chem. *22*, 704 (1957).
13. M. Putnam, E. Britton, R. Perkins, Pat. amer. 2,039,344.

14. I. Tuchervanic, V. Tambovţeva, Biul. Sredneazialskovo Gosudarst. Univ., *22,* 221 (1938).
15. R. Perkins, A. Dietzler, J. Lundquist, Pat. amer. 1,972,599.
16. Gurevitsch, Ber. *32,* 2428 (1899).
17. Pat. engl. 409,131.
18. R. Huston, R. Reich, J. Am. Chem. Soc. *58,* 439 (1936).
19. O. Hinsburg, Pat. germ. 538,376.
20. J. Arnold, R. Perkins, Pat. amer. 2,140,782.
21. A. Cicibabin, C. R. hebd. Seances Acad. Sci. *198,* 1239 (1934).
22. H. Meyer, K. Bernhauer, Monatsh. Chem. *53/54,* 721 (1929).
23. G. Stillson, D. Sawyer, C. Hunt, J. Am. Chem. Soc. *67,* 303 (1945).
24. J. Niederl, S. Natelson, J. Am. Chem. Soc. *53,* 272, (1931).
25. O. Behagel, H. Freisenberg, Ber. *68,* 341, (1935).
26. R. Smith, J. Am. Chem. Soc. *55,* 3718 (1933).
27. P. Arnold, Pat. amer. 2,553,538.
28. I. Stevens, Ind. Eng. Chem. *35,* 655 (1943).
29. J. Niederl, Ind. Eng. Chem. *30,* 1269 (1938).

ALKYL-PHÉNOLS POUR RÉSINES SYNTHÉTIQUES SOLUBLES EN HUILE

(RESUMÉ)

L'alkylation du phénol avec de l'alcool primaire en vue de la synthèse dés résines alkyl-phénoliques solubles en huile peut être réalisée en utilisant de grandes quantités de chlorure de zinc comme catalysateur et un système de recirculation de l'alcool.

Ainsi l'eau de réaction est éliminée et le catalysateur est maintenu en état d'anhydrité augmentée, ce qui permet son utilisation répétée sans reconditionement.

On indique les résultats obtenus à l'aide d'alcool isoamylique de fermentation et d'huile de fusel.

АЛКИЛ-ФЕНОЛЫ ДЛЯ ИСКУСТВЕННЫХ СМОЛ РАСТВОРИМЫХ В МАСЛЕ.

2. АЛКИЛИРОВАНИЕ ФЕНОЛЬА *и*-АМИЛОВЫМ СПИРТОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Алкилирование фенола первичными спиртами, для синтеза алкилфеноловых смол растворимых в масле, можно реализовать употребляя большие количества хлористого цинка в качестве стабилизатора и систему повторного цикла спирта. По этому методу удаляется вода образовавшаяся при реакции, а катализатор поддерживается в безводном состоянии, что позволяет его повторное использование без восстановления.

Указываются полученные результаты с изоаминовым спиртом брожения и просто с фюзельным маслом.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

SINTEZA UNOR DERIVAŢI NOI AI ACIDULUI *p-p'*-AZOBENZENDICARBONIC

DE

J. DICK şi L. DRUGĂRIN-POD

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Acidul *p-p'*-azobenzen-dicarbonic preparat pentru prima dată de N. N. Socolov [1] deschidea interesante perspective pentru sinteza unor derivaţi ai acidului *p*-aminobenzoic, atît de valoroşi pentru acţiunea lor farmacodinamică.

Pentru obţinerea acidului *p-p'*-azobenzoic Socolov reduce acidul *p*-nitro-benzoic. S-a mai preparat prin descompunerea sărurilor de diazoniu [2], din *p*-nitrobenzaldehidă [3], din acid *p*-amino-benzoic [4], pe cale electrolitică [5] sau tot din acid *p*-nitro-benzoic, dar în condiţii diferite de cele indicate de Socolov [6].

Singura încercare citată în literatură, de a valorifica acidul *p-p'*-azobenzen-dicarbonic pentru sinteza unor produse farmaceutice, este sinteza novocainei prin intermediul clorurii acidului *p-p'*-azobenzoic şi scindarea azoderivatului [7].

Încercările făcute de noi au fost efectuate cu scopul de a sintetiza derivaţi noi ai acidului *p-p'*-azobenzen-dicarbonic cu un efect farmacodinamic datorit configuraţiei azo şi a unei funcţii introduse, sau cu scopul de a găsi o cale de sinteză pentru derivaţii P.A.B.A. după scindarea azoderivatului respectiv (spre ex. P.A.H.).

Sinteza acidului *p-p'*-azobenzen-dicarbonic I, a fost efectuată — lipsindu-ne indicaţii precise — pe calea obişnuită de sinteză a compuşilor azoici prin reducere. Dificultăţi se înregistrează la obţinerea în stare pură a produsului. Se descompune la 330°. Randament 98%. Hipobromitul de sodiu este de preferat faţă de perhidrol pentru oxidarea sării de sodiu a acidului hidrazobenzen-dicarbonic.

Clorura acidului *p-p'*-azobenzen-dicarbonic II, se obţine prin clorurare din I. Condiţiile de preparare nu sînt indicate în literatură. PCl_5 ca agent de clorurare duce la randamente bune (83%). Produsul identificat prin

analiză are însă un p.t. de 161—162°, faţă de 144—145° indicat în literatură [18]. Restul însuşirilor indicate în literatură corespund.

Acidul *p-p'*-azobenzoil-diaminoacetic III (ac. *p-p'*-azohipuric) nu este descris în literatură. Se obţine din sol. benzenică de II cu glicocol în soluţie de NaOH la temperatura ambiantă, cu un randament de 90%. Este de culoare portocalie; se descompune la 240—245°.

Studiul pentru obţinerea P.A.H. prin reducerea acestei substanţe se continuă cu privire la eventuale avantaje faţă de metoda cunoscută.

Rezultatele analitice obţinute pentru azot indică un produs pur.

Sarea de sodiu a acidului azobenzoil-diaminoacetic este supusă actualmente unui studiu cu privire la acţiunea sa bacteriostatică şi posibilitatea utilizării ei în exploararea renală.

Prin reducere cu $Na_2S_2O_4$ III trece în acid *p-p'*-hidrazobenzoil-diaminoacetic (*p-p'*-hidrazohipuric). Acest produs nou se obţine cu uşurinţă şi cu alţi reducători ca: $FeSO_4$ şi NH_4OH, H_2S în soluţie de Na_2CO_3 sau cu $Na_2S \cdot 9H_2O$. În mediu alcalin se oxidează uşor la azoderivat. Este de culoare albă. P. t. 169,5—170°. Cantitatea de N indică un produs pur.

Sinteza acidului *p-p'*-azobenzoil-disulfonic V s-a efectuat din soluţia benzenică de II cu acid sulfanilic în soluţie alcalină la temperatura ambiantă. Nu este descris în literatură. Studiul cu privire la o eventuală acţiune bacteriostatică este în curs.

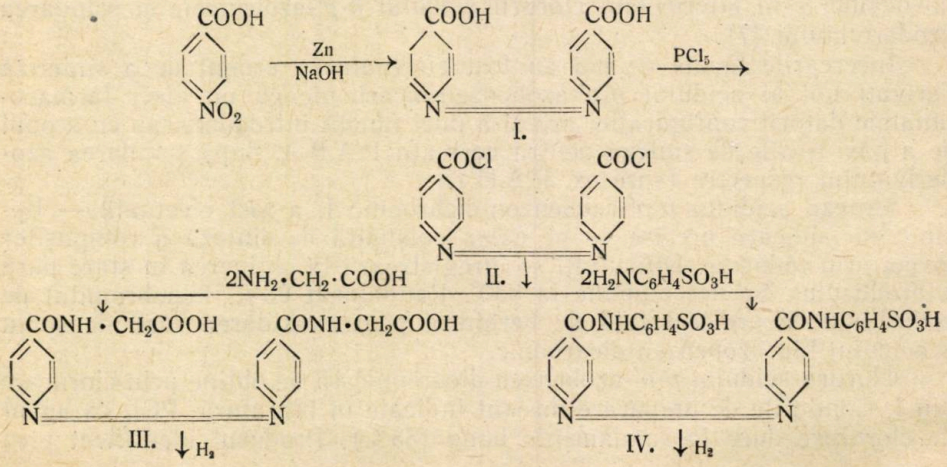
Se descompune la 210°. Este de culoare cărămizie.

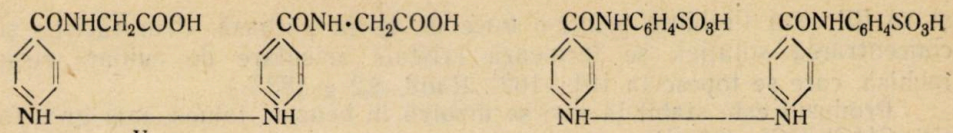
Prin reducere cu $Na_2S_2O_4$ V trece în acid *p-p'*-hidrazobenzoil-disulfanilic VI. Este puţin stabil; trece uşor în forma azoică mai ales în soluţie alcalină. Se descompune în jur de 180°. Rezultatele analitice obţinute pentru azot indică un produs pur.

Derivaţii acidului *p-p'*-azobenzendicarbonic, descrişi în această lucrare (III—VI), se caracterizează prin insolubilitatea lor. III, IV şi V sînt foarte stabili, scindarea lor este dificilă. Randamentele sînt în general bune. Ele se află în studiu în ceea ce priveşte acţiunea lor farmacodinamică.

Studiul altor derivaţi ai acidului *p-p'*-azobenzendicarbonic este în curs.

PARTEA EXPERIMENTALĂ





V.

A. **Sinteza acidului *p-p'*-azobenzen-dicarbonic I**

$$2NO_2 \cdot C_6H_4COOH \xrightarrow[NaOH]{Zn} \begin{matrix} N-C_6H_4-COOH \\ \| \\ N-C_6H_4-COOH. \end{matrix}$$

22 g acid *p*-nitro-benzoic se dizolvă în 100 ml apă distilată, în care s-a introdus în prealabil 25,6 g NaOH. Se aduce la fierbere sub reflux şi se adaugă 30 g pulbere de Zn în porţiuni mici, evitînd o reacţie prea violentă. În timpul reacţiei se mai adaugă apă (pînă la 200 ml). Se menţine apoi sub fierbere timp de aproximativ 3/4 oră pînă ce soluţia se decolorează complet. Se filtrează amestecul fierbinte şi se spală bine pe filtru cu apă.

În filtratul unit cu apele de spălare, se oxidează sarea de Na a acidului hidrazobenzen-dicarbonic la azoderivatul respectiv cu o soluţie de NaO Br. Acesta din urmă se prepară din 2,6 ml Br_2, ce se picură în 60 ml apă, în care s-a dizolvat 5 g NaOH.

Oxidarea se face adăugînd cu precauţie la filtratul bine răcit şi agitînd intens, soluţia de NaO Br recent preparată.

În loc de NaO Br, oxidarea se poate efectua şi cu 60 ml perhidrol la cald, cînd se va evita spumarea prea intensă. Acelaşi rezultat se obţine barbotînd aer prin soluţia alcalină la cald; reacţia decurge însă mult mai încet (cîteva ore).

Sarea de sodiu a acidului hidrazobenzen-dicarbonic se oxidează parţial chiar prin simpla şedere a soluţiei la aer, ce se observă prin culoarea soluţiei în portocaliu, imediat după îndepărtarea reducătorului.

Pentru izolarea I, se acidulează soluţia cu CH_3COOH. Precipitatul se filtrează, se spală bine cu apă şi se usucă la 100°. Randamentul 17,8 g (98%).

Produsul este de culoare roz-portocalie, este stabil la temperatură ridicată, insolubil în apă şi solvenţi organici, solubil în hidroxizi alcalini.

B. **Sinteza clorurii acidului *p-p'*-azobenzen-dicarbonic II**

$$\begin{matrix} N-C_6H_4-COOH \\ \| \\ N-C_6H_4-COOH \end{matrix} \xrightarrow{PCl_5} \begin{matrix} N-C_6H_4-COCl \\ \| \\ N-C_6H_4-COCl \end{matrix} + 2POCl_3 + 2HCl.$$

Se amestecă 8,9 g I într-un balon cu 13,9 g PCl_5 sub nişă, căci după scurt timp începe o degajare puternică de HCl. Se încălzeşte la reflux cu tub de $CaCl_2$, pe baie de apă la 80—85°. Reacţia e terminată după 2—2½ ore.

Se elimină $POCl_3$ prin distilare în vid. Reziduul se extrage cu aproximativ 200 ml benzen anhidru, apoi se recristalizează din 70 ml benzen

şi se filtrează fierbinte printr-o nuce de sticlă poroasă. Prin răcirea şi concentrarea soluţiei, se formează cristale aciculare de culoare roşu închisă, care se topesc la 161—162°. Rand. 8,2 g (83%).

Produsul este stabil la aer, se dizolvă în benzen, toluen, mai greu în CS_2,$CHCl_3$,CCl_4, tetralină, etc.

P.t. este diferit de cel indicat în literatură (144—145°) celelalte însuşiri corespunzînd datelor din literatură.

Analiza

N	Găsit	Calculat
S=2,145 mg t 20° N_{cor}=0,1764 ml p 752 mm	N%=9,45	N%=9,12
1,805 „ 21° 0,1470 „ 752 „	N%=9,32	
Cl Cîntărit		
S=0,1901 g AgCl=0,1781 g	Cl%=23,18	Cl%=23,10
0,1479 „ 0,1374 g	22,98	

C. **Sinteza acidului *p-p'*-azobenzoil-diaminoacetic III**

$$\begin{array}{l} N-C_6H_4-COCl \\ \| \\ N-C_6H_4-COCl \end{array} \xrightarrow[2NaOH]{2H_2N\cdot CH_2COOH} \begin{array}{l} N-C_6H_4-CONH\cdot CH_2COOH \\ \| \\ N-C_6H_4-CO\cdot NH\cdot CH_2COOH \end{array} + 2NaCl + 2H_2O.$$

Se dizolvă 7,0 g glicocol în 50 ml H_20 cu 5,4 g NaOH şi se adaugă 6,14 g II dizolvat în 60 ml benzen. Se agită puternic şi se mai adaugă treptat încă 60 ml benzen şi 60 ml apă. Se continuă cu agitarea timp de 30—45 minute, pînă la dispariţia clorurii acide, se diluiază apoi cu aproximativ 500 ml apă şi se separă stratul apos într-o pîlnie de separare. Se filtrează şi se acidulează cu HCl 1 : 1 pînă la precipitarea completă, se filtrează şi se spală precipitatul pînă la reacţie neutră, apoi se usucă pe o placă poroasă. η=90%.

Produsul obţinut este de culoare portocalie, cu aspect amorf, insolubil în apă, foarte puţin solubil în alcool, solubil în hidrox. alcalini dil. Se descompune fără a se topi la 240—245°.

Dozarea azotului

	Găsit	Calculat
S=3,48 mg t 21° V_{cor} 0,4410 ml p 751 mm	N%=14,48	N%=14,59
2,69 „ 22° 0,3430 „	14,52	

D. **Sinteza acidului *p-p'*-hidrazobenzoil-diaminoacetic IV**

$$\begin{array}{l} N-C_6H_4-CO\cdot NH\cdot CH_2COOH \\ \| \\ N-C_6H_4-CO\cdot NH\cdot CH_2COOH \end{array} \xrightarrow[NaOH]{Na_2S_2O_4} \begin{array}{l} HN-C_6H_4-CO\cdot NH\cdot CH_2COOH \\ | \\ HN-C_6H_4-CO\cdot NH\cdot CH_2COOH. \end{array}$$

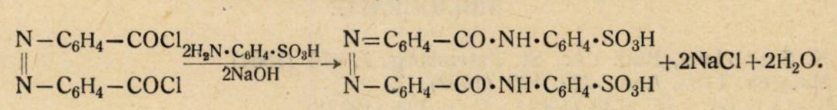
Se dizolvă 3,8 g III în 60 ml apă, în care s-a introdus în prealabil 2 g NaOH şi 10 g $Na_2S_2O_4$. Se fierbe timp de cîteva minute pînă la decolorarea soluţiei. Se filtrează imediat şi se acidulează fără întîrziere cu HCl. Izolarea se va face cît mai rapid, pentru a evita reoxidarea parţială a hidrazoderivatului la produsul iniţial, ceea ce are loc cu multă uşurinţă în mediu alcalin în contact cu oxigenul din aer. Se obţine un precipitat alb, care se filtrează şi se spală cu apă. Produsul are un aspect pulverulent, este uşor solubil în hidroxizii alcalini — soluţia alcalină colorîndu-se treptat în galben —, insolubil în apă şi solvenţi organici, solubil în alcool la cald. Se topeşte la 169,5—170,5° η=84%.

Reducerea se poate efectua şi cu $FeSO_4$ şi NH_4OH, cu H_2S în soluţie de Na_2CO_3, sau cu $Na_2S \cdot 9H_2O$. Soluţia alcalină incoloră îşi reia culoarea iniţială după scurt timp.

Dozarea azotului

	Găsit	Calculat
S=1,805 mg t 19° V_{cor} 0,2254 ml p 768 mm	N%=14,71	N%=14,51
3,455 „ 19° 0,4214 „ 768	14,41	

E. **Sinteza acidului *p-p'*-azobenzoil-disulfanilic V**

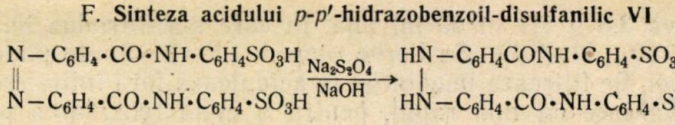


Se dizolvă 3,0 g clorură acidă în 100 ml benzen şi se adaugă un amestec de 7,0 g acid sulfanilic şi 4,2 g NaOH în 100 ml apă. Se agită puternic timp de 1½—2 ore la temperatura ambiantă pînă la dispariţia clorurii acide. Se aduce într-o pîlnie de separare şi se adaugă în cîteva porţiuni 600—800 ml apă, separînd de fiecare dată stratul inferior, pînă ce acesta din urmă începe să se coloreze în galben-deschis. Se filtrează şi se acidulează cu HCl 1 : 1 pînă la reacţia slab acidă, punîndu-se în libertate acidul (V) din sarea de sodiu, sub formă de precipitat portocaliu, cu aspect gelatinos, greu de filtrat chiar la vid înaintat. Se spală precipitatul cu apă pînă la dispariţia reacţiei acide. Se usucă la 50°.

Produsul uscat este de culoare roşu-cărămizie, începe să se descompună în jur de 210°, fără a se topi. Este solubil în hidroxizi alcalini dil, foarte puţin solubil în alcool la cald şi în tetralină, insolubil în apă, η=40%.

N	Găsit	Calculat
S=6,645 mg t 20° V_{cor} 0,5488 ml p 759 mm	N%=9,84	N%=9,65
4,410 „ 20° „ 0,3822 „ 759 „	10,05	

F. **Sinteza acidului *p-p'*-hidrazobenzoil-disulfanilic VI**



Se introduce 1,0 g V în 20 ml apă, în care s-a dizolvat în prealabil 0,4 g NaOH. Se încălzeşte la fierbere, se adaugă 2,2 g $Na_2S_2O_4$ şi se menţine în fierbere pînă la decolorarea soluţiei. Se filtrează imediat şi se toarnă soluţia în 200 ml apă acidulată cu HCl. Se formează un precipitat alb, care prin şedere la aer reia culoarea produsului iniţial. În soluţie alcalină reoxidarea la derivatul azoic are loc şi mai rapid.

Precipitatul obţinut se filtrează, se spală cu apă şi se usucă. Produsul de culoare albă are un aspect pulverulent, este solubil în hidroxizi alcalini — soluţia colorîndu-se în galben în contact cu aerul —, insolubil în apă, greu solubil în alcool la cald, foarte puţin solubil în acetonă. Se descompune la 180° fără a se topi. $\eta = 73\%$.

N	Găsit	Calculat
S=3,39 mg t 20° V_{cor} 0,2842 ml p 764 mm	N%=9,79	N%=9,62
4,335 „ 20° 0,3722 „ 764 „	9,98	

BIBLIOGRAFIE

1. N. N. Socolov, Bull. l'Ac. St. Petersburg, *7*, 476 (1864).
2. F. Meyer, Lieb. Ann., *320*, 122 (1902).
3. I. Maier, Bér., *34*, 4132 (1901); C. I. 193 (1902).
4. W. Meigen u. E. Nottebohn, Ber., *39*, 745 (1906).
5. W. Löb, Z. Elektroch., *2*, 529—34 (1896).
6. A. Freundler, C. r. de l'ac. Sciences, *138*, 289 (1904).
7. D. R. P. 180. 292, Farbwerke Hoechst; C. I. 1363—65 (1907).
8. *Dicţionarul combinaţiilor organice. I*, pag. 202, 1949, Moscova.

SYNTHESE NEUER VERBINDUNGEN DER *p-p'*-AZOBENZEN-DICARBONSÄURE

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden die Darstellung folgender neuen Abkömmlinge der *p-p'*-azobenzen-dicarbonsäure beschrieben :

1. *p-p'*-Azobenzoil-diaminoessigsäure (*p-p'*-azohippursäure)
2. *p-p'*-Hidrazobenzoil-diaminoessigsäure.
3. *p-p'*-Azobenzoil-disulfanilsäure
4. *p-p'*-Hidrazobenzoil-disulfanilsäure.

Die ersten drei zeichnen sich durch ihre Unlöslichkeit und Beständigkeit aus. Sie werden gegenwärtig auf ihre eventuelle keimhemmende Wirkung untersucht. Aus 1 wurde P.A.H. dargestellt.

СИНТЕЗ НЕКОТОРЫХ ПРОИЗВОДНЫХ *p-p'*- АЗОБЕНЗЕНДИУГЛЕКИСЛОТЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Описывается синтез следующих новых производных *p- p'*- азобензендиуглекислоты :

1. *p-p'*- азобензоил-диаминоуксусная кислота
2. *p-p'*- гидроазобензоил-диаминоуксусная кислота
3. *p-p'*- азобензоил-дисульфаниловая кислота
4. *p-p'*- гидроазобензоил-дисульфаниловая кислота.

Первые три обращают на себя внимание своей нерастворимостью и устойчивостью и находятся под исследованием в смысле возможного бактериостатического эффекта. Из первой удалось синтетизировать Р. А. Н.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

DOZAREA ASCORBINOMETRICĂ A IONULUI TALIC

DE

C. DRĂGULESCU, membru coresp. al Acad. R.P.R.
şi S. HERESCU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Un mare număr de metode volumetrice pentru dozarea taliului, au la bază reacţia de oxido-reducere

$$Tl^{+} - 2e \rightleftarrows Tl^{3+}$$

Pentru oxidarea ionului talos se folosesc ca oxidanţi : $KMnO_4$, $KBrO_3$, $Ce(SO_4)_2$, KIO_3 etc., iar ca reducători ai ionului talic s-au folosit : KI, As_2O_3, $FeSO_4$ etc. S-au folosit metode directe, sau metode indirecte dozîndu-se excesul de reactiv oxidant, sau produşii de oxidare rezultaţi din reacţie.

Încercările noastre de dozarea ionului Tl^{3+} cu acidul ascorbic se bazează pe reacţia

$$Tl^{3+} + C_6H_8O_6 \longrightarrow Tl^{+} + C_6H_6O_6 + 2H^{+}$$

Acidul ascorbic a fost folosit ca reactiv de reducere a ionilor : Fe^{3+} [1], Ag^{+} [2], Hg^{2+} [3], V^{5+} [4], Cu^{2+} [5], ClO_3^{-} [6], BrO_3^{-} [7], IO_3^{-} [8], a oxigenului şi iodului din ape [9], $[Fe(Cn)_6]^{3-}$.

Potenţialul normal al sistemului $Tl^{+} - 2e \rightleftarrows Tl^{3+}$ este aproximativ 1,2v iar al sistemului $C_6H_8O_6 - 2e \rightleftarrows C_6H_6O_6 + 2H^{+}$ variază, în funcţie de pH-ul soluţiei, între valorile 0,05v—0,326v pentru pH = 7,24 respectiv 1,05. Ţinînd seama de aceste valori am socotit că acidul ascorbic poate fi folosit ca reactiv reducător şi pentru ionul talic.

Reactivii necesari

— Sol. de acid ascorbic	0,1 n
— Sol. de KIO_3	0,1 n
— Sol. de amidon	1 %
— Sol. de difenilamină în H_2SO_4	0,5%

Soluţia de acid ascorbic 0,1 *n* se prepară dizolvînd cantitatea echivalentă, în cazul de faţă 8,9 gr, într-un litru de apă bidistilată. Este necesară această precauţie deoarece autooxidarea acidului ascorbic în soluţie apoasă este catalizată de ionii de cupru.

Soluţia de acid ascorbic nu este stabilă şi titrul ei trebuie stabilit ori de cîte ori se foloseşte reactivul pentru dozări. Determinarea titrului soluţiei s-a făcut cu ajutorul unei soluţii titrate de KIO_3 0,1 *n*, obţinută prin cîntărire exactă de KIO_3 p.a.

La 10 cc sol. KIO_3 0,1 *n* cu titrul cunoscut se adaugă 0,5—1 gr KI şi 5 cc HCl 2 *n*, se diluează cu apă la 100 cc, iodul eliberat se dozează cu soluţia de acid ascorbic 0,1 *n* pînă la completa decolorare a soluţiei (fără indicator), sau pînă la o slabă coloraţie galbenă, cînd se adaugă 1 cc sol. amidon 1% şi se titrează în continuare pînă la viraj.

$$IO_3^- + 5I^- + 6H^+ \rightarrow 3I_2 + 3H_2O$$

$$C_6H_8O_6 + I_2 \rightarrow C_6H_6O_6 + 2HI$$

1 cc KIO_3 0,1 *n* corespunde la $\frac{C_6H_8O_6}{20.000} = 0{,}008806$ gr acid ascorbic

Controlînd factorul soluţiei de acid ascorbic 0,1 *n*, în decurs de 30 zile, el a variat astfel:

prima zi	$F = 1{,}0517$
a 6-a zi	$F = 1{,}0343$
a 12-a zi	$F = 1{,}0133$
a 20-a zi	$F = 0{,}9810$
a 30-a zi	$F = 0{,}8680$

Pentru cercetările făcute s-a folosit $TlNO_3$ chimic pur, soluţie 1%. Titrul acestei soluţii s-a stabilit prin metoda clasică cu $KBrO_3$ în mediu de HCl conc. şi indicator de metiloranj. În decursul prezentei lucrări s-au folosit 2 soluţii de $TlNO_3$, cu titrurile 0,007634 gr Tl^+/cc şi 0,009408 gr Tl^+/cc.

Principiul metodei

Soluţia conţinînd ionul Tl^+ se oxidează cu apă de brom în mediu alcalin, obţinîndu-se un precipitat de Tl_2O_3. La îndepărtarea excesului de brom simpla încălzire provoacă şi reducerea ionului talic la talos, iar prin adăugare de fenol soluţia de Tl^{3+} nu mai este influenţată la adăugarea indicatorului (difenilamina nu se colorează în albastru). De aceea precipitatul obţinut după oxidarea cu apă de brom se separă prin centrifugare, lichidul limpede se îndepărtează şi Tl_2O_3 precipitat se spală în trei rînduri cu cîte 20 cc apă distilată, centrifugînd şi decantînd de fiecare dată.

Precipitatul de Tl_2O_3 se dizolvă în H_2SO_4 se diluează cu apă şi soluţia conţinînd ionul Tl^{3+} se titrează cu soluţie de acid ascorbic 0,1 *n*, în prezenţă de difenilamină.

Metoda de lucru

Din soluţia de $TlNO_3$ se ia direct în eprubeta de la centrifugă un număr de cc cuprins între 1—10. Se adaugă 2—4 cc apă de brom şi apoi 3 cc sol. NaOH 2 *n*. Se obţine imediat un precipitat brun de Tl_2O_3. Se centrifughează, lichidul limpede şi incolor se decantează şi apoi se spală cu 22 cc apă distilată. Se repetă spălarea de 3 ori, centrifugînd şi decantînd de fiecare dată.

Se adaugă 3—4 cc apă distilată, se amestecă cu o baghetă de sticlă şi se adaugă 1—2 cc H_2SO_4 conc. cînd precipitatul se dizolvă. Se mai adaugă apă şi soluţia se transvasează cantitativ într-o fiolă Erlenmeier de capacitate 100—150 cc. La volumul completat la circa 50—60 cc cu apă distilată, se adaugă încă 4 cc H_2SO_4 conc. şi 2—3 pic. sol. 0,5% difenilamină, indicator. Soluţia se colorează în albastru violet. Coloraţia se accentuează după 4—5 minute de şedere. Se titrează apoi cu soluţie titrată de acid ascorbic 0,1 *n* pînă la dispariţia culorii; la echivalenţă soluţia devine incoloră sau slab gălbuie. Deoarece viteza de reacţie către sfîrşitul titrării scade, aproape de echivalenţă se va adăuga rectivul picătură cu picătură, aşteptînd cîte 10—15 secunde de fiecare dată.

După numărul de cc acid ascorbic (RH_2) 0,1 *n* folosiţi se calculează cantitatea de Tl^+

1 cc RH_2 0,1 *n* corespunde la 0,01022 gr Tl^+

S-au făcut încercări de dozare potenţiometrică a Tl^{3+} cu soluţii de acid ascorbic 0,1 *n*, pentru a verifica dacă virajul indicatorului la echivalenţă coincide cu saltul de potenţial. Rezultatele obţinute au fost pozitive, virajul indicatorului s-a suprapus saltului de potenţial.

Dozarea unui amestec de Tl^+ şi Tl^{3+}

La probe conţinînd cantităţi diferite, dar cunoscute, de Tl^{3+} s-au adăugat diferite cantităţi de soluţie de ion Tl^+. Titrînd apoi cu acid ascorbic 0,1 *n* (RH_2) s-au obţinut rezultate exacte pentru cantităţile de Tl^{3+}. Se poate deci doza ionul Tl^{3+} şi în prezenţă de Tl^+

Pentru dozarea unui amestec de Tl^+ şi Tl^{3+} într-o probă se determină Tl^{3+}, iar în altă probă se oxidează Tl^+ la Tl^{3+}, după metoda arătată şi se determină suma de Tl^+ şi Tl^{3+}. Prin diferenţă se obţine cantitatea de Tl^+

Rezultatele experimentale sînt arătate în tabelul anexat.

Rezultatele experimentale obţinute

Proba nr.	Tl^+ cc	Tl^+ g	RH_2 0,1*n* cc	Factor RH_2	Tl^+ determinat	Eroarea prin dif. mg	Eroare %
1	1	0,007634	0,74	1,0133	0,007663	+0,029	+0,38
2	3	0,022900	2,21	1,0133	0,022780	−0,12	−0,52
3	5	0,038170	3,67	1,0133	0,038010	−0,16	−0,42
4	9	0,068710	6,62	1,0133	0,068560	−0,15	−0,23
5	2	0,018820	2,11	0,8680	0,01872	−0,10	−0,52
6	4	0,037630	4,23	0,8680	0,03753	−0,10	−0,26
7	6	0,056450	6,34	0,8680	0,05624	−0,21	−0,37
8	8	0,075260	8,46	0,8680	0,07505	−0,21	−0,27
9	10	0,094080	10,58	0,8680	0,09386	−0,26	−0,23
						medie	−0,27

CONCLUZII

În prezenta lucrare se descrie o metodă de a determina ionul talic prin titrare cu acid ascorbic. Titrarea se efectuează în prezenţă de difenilamină ca indicator. Metoda permite şi dozarea unui amestec de ioni Tl^{3+} şi Tl^+ .

BIBLIOGRAFIE

1. L. Erdey şi E. Bodor, Analyt. Chemistry, 24, 418 (1952).
2. Erdey, H. Buzás, Acta. Chim. Acad. Sc. hung., 4, 195 (1954).
3. Erdey, H. Buzás, M. Tud. Akad. Kém. Tud. Oszt. Közl., 6, 395 (1955).
4. L. Erdey, E. Bodor şi H. Buzás, M. Tud. Akad. Kém. Tud. Oszt. Közl., 6. 395 (1955).
5. L. Erdey şi G. Sipos, 6.
6. L. Erdey şi E. Bodor, Analyt. Chemistry, 133, 265 (1951).
7. L. Erdey şi E. Bodor, Analyt. Chemistry, 134, 412 (1951—52).
8. L. Erdey şi E. Bodor, Analyt. Chemistry, 134, 22 (1951—52).
9. L. Erdey şi F. Szabadváry, Acta. Chim. Acad. Sc. hung., 4, 325 (1954).
10. L. Erdey şi G. Svehla, Zs. Anal. Chem., 150, 407 (1956).

LE DOSAGE ASCORBIMÉTRIQUE DU ION THALLIQUE

(RESUMÉ)

Dans cet ouvrage on décrit une méthode pour déterminer l'ion thallique par titration à l'aide d'acide ascorbique. La titration s'effectue en présence de diphénilamine comme indicateur. La méthode permet le dosage d'un mélange d'ions Tl^{3+} et Tl^+.

АСКОРБИНОМЕТРИЧЕСКАЯ ДОЗИРОВКА ИОНА ТАЛЛИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе описывается метод определения иона таллия титрированием аскорбиновой кислотой.

Титрирование производится в присутствии дифениламина, как индикатора. Метод позволяет дозировку смеси ионов Tl^{3+} и Tl^+.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

ANALIZA APEI ARTEZIENE MEDICALE DIN TIMIŞOARA PIAŢA UNIRII

DE

C. DRĂGULESCU, membru coresp. al Acad. R.P.R., LAZĂR-JUCU DOINA şi I. FLOREA

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Fîntîna arteziană din Piaţa Unirii a fost săpată între anii 1890—1894 prin grija Dr. Ioan Gaşpar care îi face analiza pentru prima dată. Ea are o adîncime de 412 m şi are o apă diferită de apele ce se găsesc în straturile superioare ale solului Timişoarei şi împrejurimilor. Totuşi este foarte probabil că solul influenţează compoziţia apei care conţine cantităţi apreciabile de clorură, urme de fosfat şi amoniac luate din straturile humice pe care le străbate.

Nu cunoaştem analize ulterioare celei efectuate de Dr. Gaşpar, acum 60 de ani, pentru apa ce ne preocupă.

La cererea Sfatului Popular Orăşenesc, noi am întreprins analiza acestei ape în octombrie 1957. Unele probe le-am executat la sursă, iar dozările obişnuite le-am executat în Laboratorul de Chimie Anorganică şi Analitică al Facultăţii de Chimie Industrială din Timişoara.

Rezultatele obţinute sînt următoarele :

Tabela 1

Claritatea apei : Clară. La şedere devine -opalescentă ; opalescenţa dispare prin acidulare.

Gustul : plăcut, slab alcalin.

Miros : la sursă are un miros de gaz de baltă, miros ce dispare prin şedere.

Reacţia :

la rece faţă de :	turnesol-neutră fenolftaleină-incoloră metilorange-galben
faţă de :	turnesol-albastră fenolftaleină-roşie metilorange-galben intens.

*p*H (potenţiometric)
la rece: 7,1—7,2
la cald: 8,8—8,9.
Densitatea la 15 °C 1,0022.
Conductibilitatea la 18,5 °C 0,0023165.
Alcalinitatea 289,2 ccHCl n/10=28,92 milivali/l.
Duritatea totală=duritatea temporară=24,59 grade germane.
Duritate permanentă=0.

Substanţe organice:

în mediu acid: 9,418 mg $KMnO_4$/l=0,2980 milivali/l.
în mediu bazic: 8,66 mg $KMnO_4$/l=0,2721 milivali/l.
CO_2 liber 390,6 mg/l=17,75 milivali CO_2/l.
HCO_3' 176,47 mg/l=28,92 milivali/l.
H_2CO_3 total 2270,1 mg/l=73,20 milivali/l.
Rezidiu fix:
la 105 °C=1,6837 g/l.
la 180 °C=1,6695 g/l.
calcinat=1,0590 g/l.
ca sulfat=2,3000 g/l.

Cationi:

Al^{+3}	0,00233	g/l	0,25920	milivali/l.
Fe^{+3}	0,001083	„	0,5818	„
Mn^{+2}	0,00010	„	0,00182	„
Ca^{+2}	0,07840	„	3,91200	„
Mg^{+2}	0,05919	„	4,86800	„
Na^{+1}	0,4872	„	21,18000	„
K^{+1}	0,008871	„	0,22660	„
Li^{+1}	0,009653	„	1,39100	„
NH_4^{+1}	0,007434	„	0,4121	„
			32,30890	milivali/l.

Anioni:

HCO_3'	1,7647	g/l	28,92	milivali/l
Cl'	0,11422	„	2,93900	„
Br'	0,0017	„	0,02100	„
I'	0,000038	„	0,00029	„
SO_4''	—		—	
NO_2'	—		—	
NO_3'	urme nedozabile			
F'	0,00005	g/l	0,00263	milivali/l
PO_4'''	0,001225	„	0,3869	„
			31,92261	milivali/l.

SiO_2=0,0374 g/l.

Analiza efectuată de Dr. Gaşpar Ioan în anul 1884 a dat pentru apa din Piaţa Unirii valorile de mai jos, alături de care pentru comparaţie am prezentat şi rezultatele noastre exprimate tot în oxizi.

Tabela 2

Analiza Dr. Gaşpar Ioan		Analiza efectuată de noi
Densitatea la 15 C	1,0021	1,0022
Rezidiu la 180 C	1,6912 g/l	1,6695 g/l
Temperatura	24,2 C	24,5 C
Na_2O	0,62048 g/l	0,6566 g/l
CaO	0,14450 „	0,1097 „
MgO	0,09050 „	0,09813 „
FeO	0,01360 „	0,0013933 „
Cl'	0,11000 „	0,11422 „
SiO_2	0,03700 „	0,0374 „
CO_2	legat 0,65543 g/l	
CO_2	semi legat 0,32020 g/l	
CO_2	liber 0,10030 g/l	

După cum se vede apa arteziană din Piaţa Unirii se caracterizează ca o apă bicarbonatată, cu conţinut de bicarbonat de sodiu, şi de bicarbonat de magneziu şi calciu. Apa mai are un conţinut relativ ridicat de litiu.

Larga utilizare medicală pe care populaţia Timişoarei o dă acestei ape, este îndreptăţită prin compoziţia ei. Este de dorit ca autorităţile medicale competente să interpreteze mai deaproape rezultatele date de analiza chimică în vederea unei caracterizări mai amănunţite în scopul unor indicaţii terapeutice precise.

LABORATORUL DE CHIMIE ANORGANICĂ ŞI ANALITICĂ
AL FACULTĂŢII DE CHIMIE INDUSTRIALĂ I.P.T.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 3 (17) — 1958

DESPRE UNII DILITURAŢI METALICI

DE

F. MIHAI şi B. ROCH

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Uşurinţa cu care se obţin diluraţii metalici chiar şi în mediu apos, ne-a îndemnat să ne punem problema studierii lor în amestec. Amestecul de diluraţi odată obţinut poate fi supus termolizei, prin aceasta fiind posibilă determinarea elementelor din amestec. Folosind mărimile date de curba termolizei pentru diferite faze, se poate stabili un sistem de ecuaţii [1], care permite determinarea conţinutului în elemente. Acest sistem de ecuaţii poate fi alcătuit din greutatea iniţială a amestecului de diluraţi şi greutatea finală a oxizilor obţinuţi în urma termolizei :

$$M = \frac{D_x}{Me_x} x + \frac{D_y}{Me_y} y$$

$$m = \frac{O_x}{Me_x} x + \frac{O_y}{Me_y} y$$

în care :

M = greutatea amestecului de diluraţi,
m = greutatea amestecului de oxizi,
Me_x = greutatea atomică a metalului mai greu,
Me_y = greutatea atomică a metalului mai uşor,
D_x, D_y = greutăţile moleculare ale diluraţilor metalici,
O_x, O_y = greutăţile moleculare ale oxizilor metalici,
x = greutatea de Me_x din amestec,
y = greutatea de Me_y din amestec.

Încercările de a determina conţinutul în elemente pe baza relaţiei de mai sus, au dus în cîteva cazuri cercetate la rezultate, care depăşeau cu mult limitele erorilor permise, deşi erorile determinărilor experimentale pentru amestecul de diluraţi nu depăşeau 1%.

Valorile obţinute pentru fiecare element în parte sînt afectate de erori cu atît mai mari, cu cît raportul greutăţilor atomice al elementelor din amestec este mai apropiat de unitate şi cu cît compoziţia dilituraţilor şi a oxizilor elementelor din amestec este mai asemănătoare *).

Din încercările practice se deduce că erorile pot fi micşorate, dacă se folosesc pentru termoliză cantităţi mai mari de substanţă, adică în jur de un gram. Dar nici folosirea unor cantităţi mai mari de substanţă nu duce la rezultate satisfăcătoare. Explicaţia constă în comportarea dilituraţilor în timpul termolizei: descompunerea produsului anhidru are loc cu explozie, ceea ce constituie o sursă de erori.

Efectuînd termoliza dilituratului de amoniu, precum şi a amestecurilor de diliturat de amoniu cu alţi dilituraţi, am constatat că aceasta are loc fără explozie, în mod continuu, dilituratul de amoniu îndeplinind rolul de stabilizator.

Dilituratul de amoniu se obţine foarte uşor ca un precipitat alb cristalin, care filtrează foarte uşor. Din 50—60 cm³ soluţie 50% alcoolică, ce conţine 0,1—0,2 g sare de amoniu, se precipită cu o soluţie de acid dilituric 2%, preparată în mediu alcoolic 40%, amoniul sub formă de diliturat. Reactivul se adaugă la început picătură cu picătură, apoi în şuviţă subţire, agitîndu-se continuu. Precipitarea se face cu 25—30 cc reactiv. După ce a fost adăugat reactivul în întregime, se mai agită un minut şi se filtrează la trompă într-un creuzet de porţelan (A_2, B_2). Precipitatul se aduce pe creuzet cu alcool 50% şi apoi se spală cu alcool şi eter [2], tragîndu-se bine la trompă.

Din datele analitice se deduce compoziţia $C_4H_2O_3N_2NO_2NH_4$. Termoliza dilituratului de amoniu are loc în continuare în acelaşi creuzet. Precipitatul îşi păstrează greutatea constantă pînă la 230—240 °C, cînd începe descompunerea, care are loc fără explozie. Descompunerea lentă a dilituratului de amoniu se explică prin trecerea prin faza de carbonizare, fază ce corespunde temperaturii termolizei cărbunelui negru de piatră [3].

În figura 1 se dau termogramele termolizei dilituratului de amoniu. Descompunerea începe la 230—240 °C, iar la 600 °C este terminată. Panta curbelor este determinată de cantităţile de substanţă, luate în lucru. În tabela 1 se dau rezultatele termolizei, reziduul după calcinare fiind de 0,2—0,3 mg.

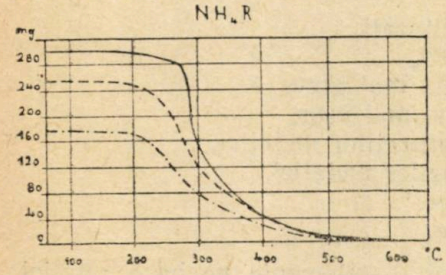


Fig. 1.

Tabela 1

Proba	L mg	Rezidiu mg
1	177,1	0,2
2	254,0	0,3
3	294,0	0,3

L=cantitatea de diliturat de amoniu în mg.

*) F. Mihai şi B. Roch, Termogravimetria diferenţială a unor dilituraţi metalici. Şedinţa de comunicări din 30.I.1958, Acad. R.P.R., Baza Timişoara.

Din datele termolizei se deduce aceeaşi compoziţie ca şi din datele analitice.

Comportarea dilituratului de amoniu ne-a îndemnat să supunem termolizei un amestec de diliturat de fier şi amoniu, obţinut în felul următor: la 30—40 cc soluţie apoasă, ce conţine 0,3—0,4 g sare de fier şi amoniu se adaugă picătură cu picătură reactiv. După ce tot reactivul a fost adăugat, se mai agită un minut. Precipitatul format se trece într-un creuzet de porţelan (A_2, B_2), se spală paharul cu alcool, pentru a evita pierderile. In timpul filtrării se agită încontinuu, spre a evita separarea dilituraţilor precipitaţi. Se spală cu eter, se trage bine la trompă şi se supune termolizei.

Din datele termolizei se constată că amestecul începe să piardă din greutate la 80—90 °C, ceea ce corespunde comportării dilituratului de fier. La 160—170 °C începe descompunerea, care are loc lent, fără explozie şi se termină la 600 °C.

In figura 2 sînt date termogramele amestecului, iar în tabela 2 se dau rezultatele termolizei.

Tabela 2

Proba	M mg	G mg	% Fe din probă		Dif. %	E %
			calc.	găsit		
1	97,3	9,0	6,042	6,469	0,427	7,07
2	212,5	12,7	3,981	4,180	0,199	5,00
3	463,3	28,1	3,981	4,242	0,261	6,55

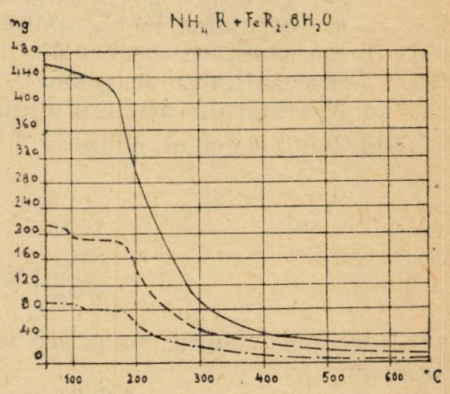


Fig. 2.

Din datele termolizei, deoarece eroarea este pozitivă şi inadmisibil de mare, se poate trage concluzia că termoliza nu este terminată. Se poate presupune că în cuptorul, în care are loc calcinarea, cantitatea de oxigen prezentă este insuficientă pentru a oxida complet produşii finali. De aceea am supus amestecul de dilituraţi unei calcinări obişnuite într-un cuptor deschis sau la flacăra becului. Rezultatele au fost satisfăcătoare, erorile determinărilor nu au depăşit limitele permise.

In tabela 3 se dau rezultatele încercărilor la un bec cu gaz.

Pe baza acestor date, la analiza unui amestec de săruri de fier şi amoniu se procedează în felul următor: din soluţia, ce conţine sărurile de fier şi amoniu, se precipită cei doi cationi cu acid dilituric, se filtrează pe un creuzet de porţelan, se spală cu alcool şi eter şi după uscare se cîntăreşte. Apoi acelaşi creuzet este supus calcinării directe la un bec cu gaz. Calcinarea se face în mod obişnuit şi este terminată după 15 minute.

Tabela 3

Proba	*M* mg	*G* mg	% Fe din probă		dif. %	*E* %
			calc.	găsit		
1	745,6	44,7	4,201	4,193	−0,008	−0,19
2	825,2	49,8	4,201	4,221	0,020	0,48
3	831,7	49,8	4,201	4,188	−0,013	−0,31
4	910,5	55,1	4,201	4,233	0,032	0,76
5	985,3	58,9	4,201	4,181	−0,020	−0,48

Cantităţile de fier şi amoniu se calculează din sistemul următor :

$$M = \frac{R_2Fe \cdot 8H_2O}{Fe} x + \frac{RNH_4}{NH_4} y$$

$$m = \frac{Fe_2O_3}{2Fe} x$$

unde :

M = greutatea amestecului de dilitura supus termolizei,
m = greutatea Fe_2O_3, obţinut după calcinare,
x = cantitatea de fier din proba luată pentru determinare,
y = cantitatea de amoniu din proba luată pentru determinare,
R = radicalul acidului dilituric.

Rezolvînd sistemul, obţinem :

$$x = \frac{2Fe}{Fe_2O_3} m$$

$$y = \frac{NH_4}{RNH_4} \left(M - \frac{2R_2Fe \cdot 8H_2O}{Fe_2O_3} m \right).$$

Înlocuind valorile numerice ale greutăţilor moleculare şi atomice obţinem :

$$x = 0{,}6994 \text{ m}$$
$$y = 0{,}0949 \ (M - 6{,}8145\, m)$$

Pe baza acestor relaţii se dau în tabela 4 rezultatele analizei unui amestec de săruri de fier şi amoniu.

Tabela 4

Proba	*M* mg	*m* mg	Fe din probă mg		dif. mg Fe	*E* %	NH_4 din probă mg		dif. mg NH_4	*E* %
			luat	găsit			luat	găsit		
1	745,6	44,7	31,46	31,26	−0,20	−0,635	41,95	41,85	−0,10	−0,238
2	825,2	49,8	34,95	34,83	−0,12	−0,343	46,63	46,11	−0,52	−1,110
3	831,7	49,8	34,95	34,83	−0,12	−0,343	46,63	46,72	0,09	0,193
4	910,5	55,1	38,44	38,54	0,10	0,260	51,29	50,77	−0,52	−1,010
5	985,3	58,9	41,93	41,19	−0,74	−1,760	55,98	55,64	−0,34	−0,608

Din examinarea datelor de mai sus se constată că erorile se încadrează în limitele admisibile.

Uşurinţa cu care are loc determinarea şi timpul scurt necesar efectuării ei ne face să credem că metoda va aduce un real folos pentru practica de laborator.

CONCLUZII

În lucrarea de faţă se dau condiţiile de preparare ale dilituratului de amoniu şi termoliza acestuia.

Comportarea la termoliză a dilituratului de amoniu a permis termogravimetrarea unui amestec de dilituraţi în cele mai bune condiţiuni. Pe baza datelor furnizate de termoliză s-a instituit o metodă gravimetrică de dozare a unui amestec de săruri de fier şi amoniu prin coprecipitarea cationilor cu acid dilituric, urmată de calcinarea precipitatului.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Peltier, C. Duval, Anal. Chim. Acta, I, 408, 1947.
2. I. Dick, Ztschrft. f. analyt. Chemie, 77, 352—63, 1929.
3. L. Erdey, F. Paulik, J. Paulik, A Magyar Tudományos Akadémia kémiai tudományok osztályának közleményei, vol. 7, nr. 1, pag. 87, 1955.

SUR CERTAINS DILITURATES MÉTALLIQUES
(RESUMÉ)

On décrit la préparation d'un composé de l'acide dilitur que et on établit la composition par voie thérmogravimétrique. On fait la thermolyse du composé, et se basant sur le comportement durant la calcination, on décrit une nouvelle méthode de dosage d'un mélange de sels de fer et d'ammonium.

On indique la méthode de calcul fondé sur un système d'équations tout en utilisant le poids initial de mélange de diliturates et celui de résidu final après la calcination.

О НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ДИЛИТУРАТАХ
(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Описывается приготовление соединения дилитуровой кислоты и уста, навливается состав термогравиметрическим путем. Производится термоанализ соединения и на основании его поведения при кальцинировании-описывается новый метод дозировки смеси солей железа и аммония.

В работе дается метод расчета, на основании системы уравнений, в которой используется начальный вес смеси дилитуратов и вес окончательного остатка после кальцинирования.

Tiparul executat sub comanda nr. 6615
la Întreprinderea Poligrafică Timişoara,
str. Popa Şapcă nr. 8. — R.P.R.

IPT 2

ERATĂ

Pag.:	Rîndul:	In loc de:	Se va citi:
4	13 de jos	N. POMPILIU	P. NICOLAU
8	14 de jos	Н. ПОМПИЛИУ	П. НИКОЛАУ
38	3 de jos	$(\Gamma=$	$\Gamma=$
Anexele I, II, III, IV,		O. Pop	O. Popa
61	4 de jos	curbei:	curbei: $\lambda=f(\Delta p)$
62	10 de sus	$\Delta p_0=p_0-p_m$	$\Delta p=p_0-p_m$.
Anexa XXV. fig. 2c		α	$\varkappa'$
	"	β	$\varkappa''$
80	formula 3	$\overline{H}_2$	H_2
81	ultimul	dxy	dy
103	10 de sus	130°	130
106	17 de sus	$P_c=\frac{C}{A}=\frac{\gamma\omega^2}{3g}\left(r_2^2-\frac{r^3}{r^2}\right)$	$P_c=\frac{C}{A}=\frac{\gamma\omega^2}{3g}\left(r_2^2-\frac{r_1^3}{r^2}\right)$
106	20 de sus	$P_G=\frac{\gamma}{2}\frac{r_2^2-r^2}{r^2}$	$P_G=\frac{\gamma}{2}\frac{r_2^2-r_1^2}{r_2}$
109	16 de sus	ceva mare de Si	ceva mai mare de Si
131	Relația (13)	$\ldots\left(\frac{I'^3}{S}\ldots\right.$	$\ldots\left(\frac{I'^2_3}{S}\ldots\right.$
132	Relația (20)	$\ldots+\overline{D}')]\ldots$	$\ldots+\overline{D})]\ldots$
141	Relația (16')	$\overline{I}_{2''}=\frac{a_1}{1-a}\overline{I}_2$	$\overline{I}_{2''}=\frac{1}{1-a}\overline{I}_2$
185	3 de jos	invariat	invariantă
187	19	$v=\ddot{u}\sqrt{\ldots}$	$\dot{v}=\ddot{u}\sqrt{\ldots}$
200	28	$H=190$ m	$H=1{,}90$ m
208	8	$\sin(\omega t=\varphi)\frac{da}{dt}$	$\sin(\omega t+\varphi)\frac{da}{dt}$
209	12 de jos	După relația $\frac{d\omega}{dt}=K_2\frac{ds}{dt}$	se va citi (IV)